

515 (07)

А 137

№ 5159



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Южный федеральный университет»

Кафедра инженерной графики  
и компьютерного дизайна

Методические указания  
к домашней работе  
**ПИРАМИДА**  
по инженерно-графическим дисциплинам

Подлежит возврату  
библиотеке ТТИ ЮФУ

Таганрог 2014

УДК 159.93 (075)

**Аббасов И.Б., Волощенко В.Ю.** Методические указания к домашней работе «Пирамида» по инженерно-графическим дисциплинам. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2014. – 24 с.

Методические указания содержат задания, подробные поэтапные объяснения и соответствующие графические решения задач по теме «Пирамида» курса «Начертательная геометрия» инженерно-графических дисциплин. В работе описано изготовление макета учебного прибора, наглядно иллюстрирующего решение метрических задач способом замены плоскостей проекций на эпюре Монжа. Работа содержит также контрольные вопросы и список рекомендуемой учебной и методической литературы.

Табл. 2. Ил. 9. Библиогр.: 6 назв.

Рецензент Ли В.Г., д-р техн. наук, профессор кафедры инженерной графики и компьютерного дизайна ЮФУ.



0110871

НТБ ТРТУ

347322, Россия, Ростовская обл.,  
г. Таганрог, ул. Чехова 22тел. (8634) 37-19-80  
e-mail: ntb@trtu.ru

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания предназначены для выполнения домашней работы «Пирамида» студентами ЮФУ в соответствии с рабочей программой курса «Начертательная геометрия» в рамках инженерно-графических дисциплин.

Целью данной работы является получение студентами необходимых теоретических сведений из курса начертательной геометрии для решения задач на эпюре Монжа по построению сетки пирамиды, определения натуральных величин высоты и двугранного угла при боковом ребре пирамиды и проекции фигуры сечения пирамиды проецирующей плоскостью [1]. Работа также предполагает изготовление пространственного наглядного пособия, иллюстрирующего решение метрических задач способом замены плоскостей проекций на эпюре Монжа.

Графическая работа выполняется карандашом на чертежной бумаге формата А4 (210×297). Рекомендуется использовать цветные карандаши для выделения искомого результата: фигуры сечения, натуральной величины высоты пирамиды и т.д.

Для выполнения графических работ студенту необходимо иметь:

- готовальню (набор чертежных инструментов) типа НЧК-24-1;
- набор карандашей марки «Конструктор» (с грифелем марки М, Т);
- чертежную бумагу формата А4;
- ластик для стирания линий, выполненных карандашом;
- чертежную доску формата А1 или А2.

Линии на чертеже должны иметь следующую толщину:

- основная линия –  $s = 0,8 \dots 1,0$  мм;
- сплошная тонкая и штриховая линии –  $s/2 = 0,4 \dots 0,5$  мм.

Надписи и цифры выполняются чертежным шрифтом высотой 5 или 7 мм, а для обозначений чертежей – высотой 10 мм (ЕСКД, ГОСТ 2.304-81).

**Пирамида** – (от греческого слова *pyramis, pyramidos*) означает многогранник. **Многогранник** – это объединение замкнутой многогранной поверхности и ее внутренней области [2]. Совокупность всех вершин и ребер многогранника называется **сеткой**. Многогранник, все грани которого представляют собой правильные и равные многоугольники, называют **правильным**. Углы при вершинах такого многогранника равны между собой.

**Пирамида** – это многогранник, одной из граней которого служит многоугольник, а остальные грани (боковые) являются треугольниками с общей вершиной. В зависимости от числа боковых граней пирамиды делятся на треугольные, четырехугольные и т. д. Отрезок перпендикуляра, опущенного из вершины пирамиды на плоскость ее основания, называется **высотой** пирамиды.

**Пирамида** называется правильной, если в основании ее лежит правильный многоугольник и высота пирамиды проходит через центр основания. Боковые грани правильной пирамиды есть равные между собой равнобедренные треугольники.

**Пирамида** в архитектуре – монументальное сооружение, имеющее правильную пирамидальную (иногда ступенчатую или башнеобразную) форму и характерное в основном для древнего мира. Как правило, пирамидами называют гробницы египетских фараонов Древнего и Среднего царств, воплощающие идею о сверхчеловеческом величии правителя (около 2800 – около 1700 гг. до н. э.) [3]. Крупнейшей из древнеегипетских пирамид является пирамида фараона Хуфу (известного грекам как Хеопс) в Гизе. Высота пирамиды Хуфу составляет 146,6 м, а сторона ее квадратного основания 230 м. Она была построена за 20 лет в XXVIII в. до н. э. Мумифицированное тело Хуфу было помещено в погребальную камеру в самом центре его пирамиды. Постройки типа пирамид, служившие постаментами для храмов и связанные с космологическими культами, возводились также в Центральной и Южной Америке преимущественно в I-м тыс. н. э.

## 1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Исходные данные для выполнения графической работы «Пирамида» приведены в табл. 1 и 2, где заданы координаты вершины  $H$  пирамиды, лежащей в плоскости  $\Pi_1 (z_H = 0)$ , направление проекций высоты  $r$  ( $r_1, r_2$ ) пирамиды с острыми углами  $\psi = r_2 \wedge x$ ,  $\gamma = r_1 \wedge x$  и фигуры основания пирамиды (фигура основания вписана в окружность).

Выбор номера варианта определяется по списку журнала учебной группы.

**Необходимо построить:**

- 1) проекции точки пересечения  $S (S_1, S_2)$  высоты пирамиды с ее основанием;
- 2) проекции сетки пирамиды;
- 3) натуральную величину (н.в.) высоты  $HS$  пирамиды;
- 4) натуральную величину отрезка  $AS$  (радиус описанной окружности основания пирамиды) перпендикуляра от точки  $A$  до высоты  $HS$ ;
- 5) натуральную величину двугранного угла  $\alpha$  при боковом ребре пирамиды (ребро выбирается так, чтобы графические построения не выходили за рамку поля чертежа);
- 6) проекции фигуры сечения пирамиды с фронтально-проецирующей плоскостью  $\Sigma (\Sigma_2 // x)$ , проходящей через точку  $S$  (данное положение секущей плоскости является рекомендательным).

Графические построения будут использованы для изготовления индивидуального пространственного наглядного пособия, иллюстрирующего решение метрических задач способом замены плоскостей проекций на эпюре Монжа.

## 1.1. Алгоритм выполнения работы

**1 этап.** Разметка формата А4 чертежной бумаги. На чертежной бумаге формата А4 вычерчивается внешняя рамка с размерами 210×297 мм по ГОСТ 2.301-68 [4], которая выполняется тонкой линией –  $s/2$ .

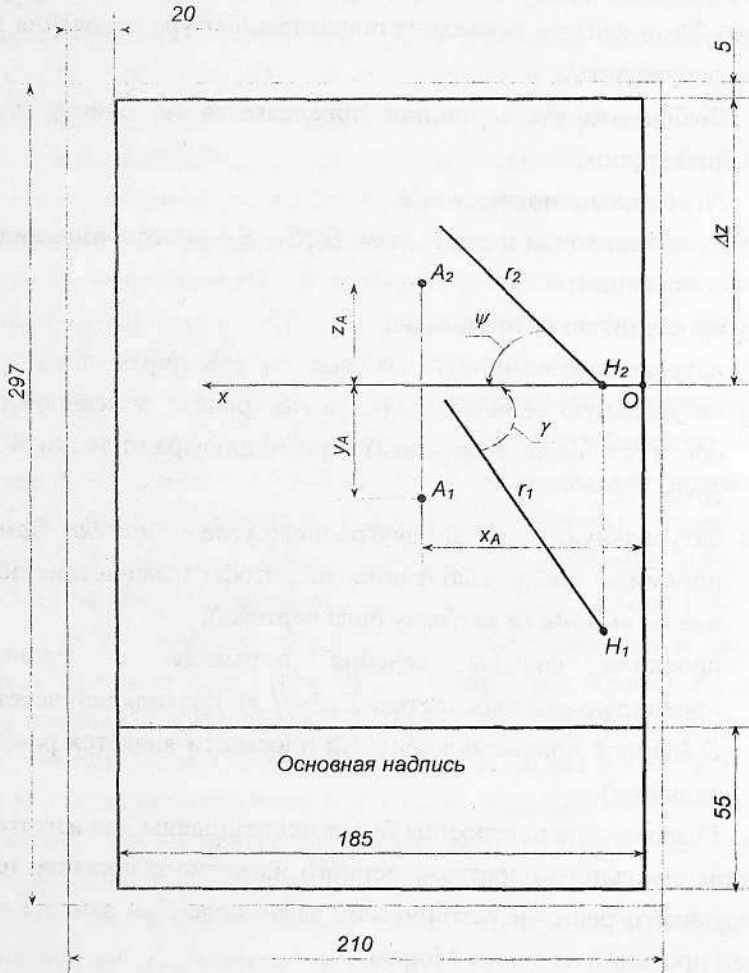


Рис. 1. Разметка формата А4

Внутренняя рамка (рамка чертежа) вычерчивается основной линией –  $s$ , причем справа, сверху и снизу на расстоянии 5 мм, а слева – на расстоянии 20 мм (поле для подшивки чертежа) от внешней рамки. Вдоль короткой стороны формата вычерчивается *основная надпись* с размерами 185×55 мм (ГОСТ 2.104-68) (рис. 1).

На поле чертежа вычерчивается горизонтальная ось  $Ox$  на расстоянии  $\Delta z$  от верхней кромки внутренней рамки чертежа. Строятся проекции точки  $H_1$  и  $H_2$  – вершины пирамиды по заданным её координатам. Вычерчиваются проекции  $r_1$  и  $r_2$  высоты пирамиды по заданным углам  $\gamma = r_1 \wedge x$  и  $\psi = r_2 \wedge x$ . Строятся проекции  $A_1$  и  $A_2$  вершины  $A$  основания пирамиды (см. рис. 1).

Фрагмент заполнения основной надписи чертежа домашней работы № 2 «Пирамида» показан на рис. 2. Обозначение чертежа кодируется так, как показано на рис. 3.

					<b>ЦТРК.099123.201</b>			
Изм.	Лист	№ докв.	Подп.	Дата	<b>Пирамида</b>	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.								1:1
Поое.								
Т. контр.						Лист	Листов	
Н. контр.						ИТА ЮФУ зр. Р-19		
Утв.								

Рис. 2. Фрагмент заполнения основной надписи

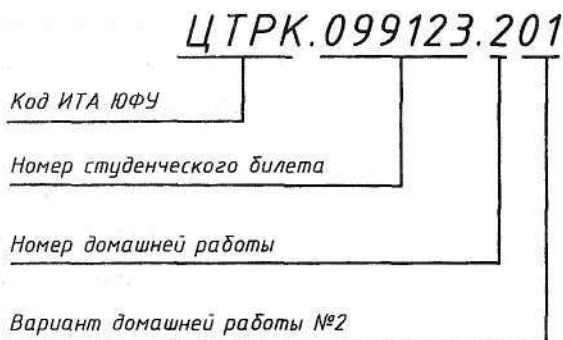


Рис. 3. Структура обозначения чертежа

**2 этап.** Для определения натуральной величины высоты пирамиды методом замены плоскостей проекций преобразуем эпюр Монжа таким образом, чтобы высота  $r (r_1, r_2)$  была параллельна новой плоскости проекции [3, 5]. Для этого новую ось  $x_{14}$  проведем параллельно  $r_1$ . Необходимо провести новую ось  $x_{14}$  так, чтобы она оказалась за проекцией  $A_1$  точки  $A$  на плоскости  $\Pi_1$  и строим проекции точек  $A_4$  и  $H_4$  и высоты  $r_4$  на новой плоскости проекции  $\Pi_4$ .

На плоскости  $\Pi_4$  через проекцию  $A_4$  проводим  $\Theta_4$  – проекцию плоскости основания пирамиды (основание пирамиды перпендикулярно плоскости  $\Pi_4$ ). Точка  $S_4 = \Theta_4 \cap r_4$  – проекция основания высоты пирамиды,  $H_4 S_4$  – натуральная величина (н.в.) высоты пирамиды. Данный этап проиллюстрирован на рис. 4.





На плоскость  $\Pi_5$  проецируется основание пирамиды в натуральную величину, поэтому строим в соответствии с вариантом (табл. 2) многоугольник основания пирамиды, вписанный в окружность радиусом  $S_5A_5$ . Для этого проведем окружность с центром в точке  $S_5$  радиусом, равным отрезку  $S_5A_5$ , и впишем в эту окружность заданный многоугольник  $A_5B_5C_5$ , в нашем случае – треугольник. Соединив точки  $A_5, B_5, C_5$  с точкой  $S_5$ , получим проекцию сетки пирамиды на плоскости  $\Pi_5$ . Проведем линии связи через точки  $B_5, C_5$  до пересечения со следом  $\theta_4$  плоскости основания и получим проекции вершин многоугольника  $B, C$  на плоскости  $\Pi_4 - B_4, C_4$ .

Выполняя аналогичные обратные построения, получим проекции сетки пирамиды на исходных плоскостях проекций (рис. 5). В качестве иллюстрации показаны обратные построения для точки  $B$ . При преобразовании плоскостей проекций характерные значения расстояний, до соответствующих осей проекций  $m$  и  $n$ , представлены для наглядности обратных построений.

**4 этап.** Для определения натуральной величины двугранного угла  $\alpha$  при боковом ребре воспользуемся методом замены плоскостей проекций (также возможно применение метода плоскопараллельного перемещения) [3, 5]. Из соображений оптимального использования поля чертежа мы выбираем боковое ребро  $BC$  (выбор *бокового ребра* является строго индивидуальным для каждого варианта).

Преобразуем эпюр так, чтобы ребро двугранного угла  $BC$  было перпендикулярно плоскости проекции: тогда двугранный угол  $\alpha$  проецируется на эту плоскость проекций в линейный угол, который и определит его натуральную величину. Для этого надо выполнить две замены плоскостей проекций: вначале выбираем новую плоскость, параллельную ребру двугранного угла.

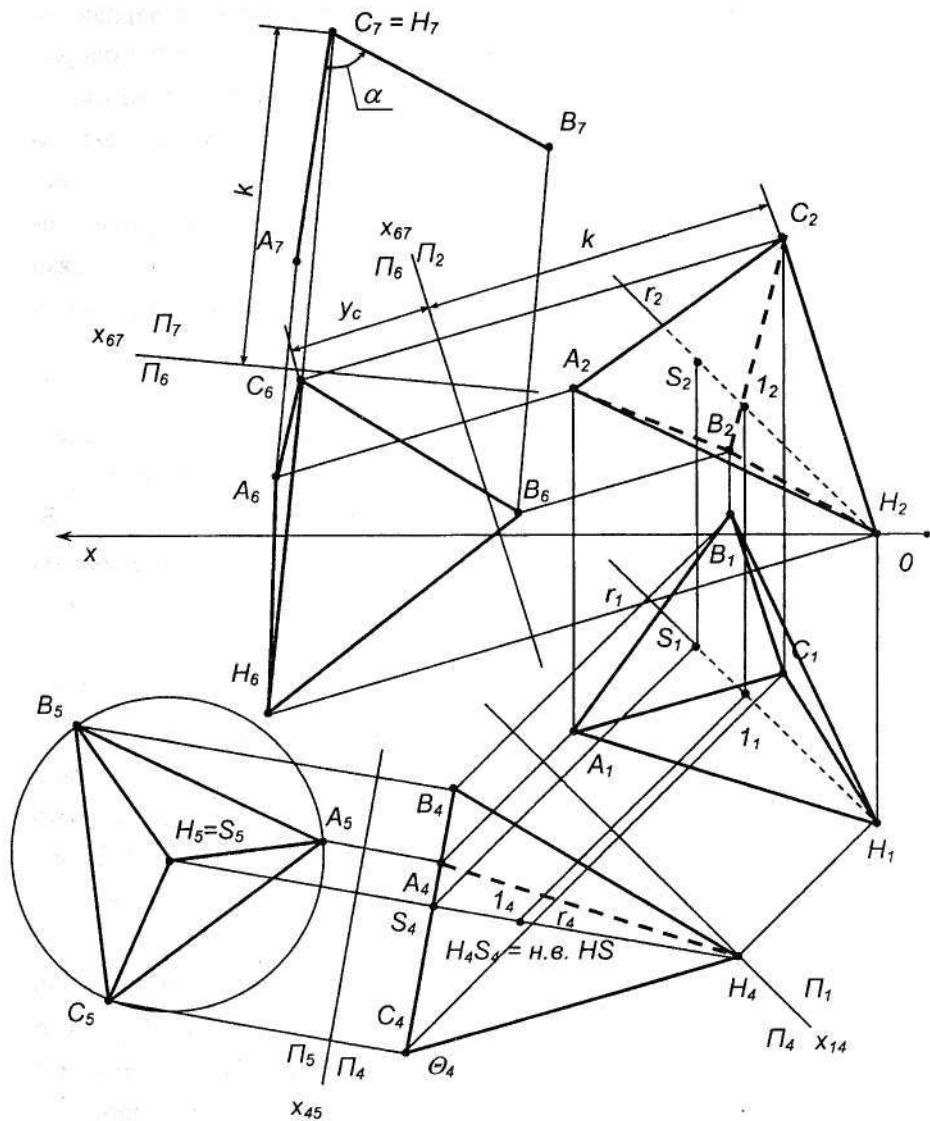


Рис. 6. Определение двугранного угла при боковом ребре  $HC$

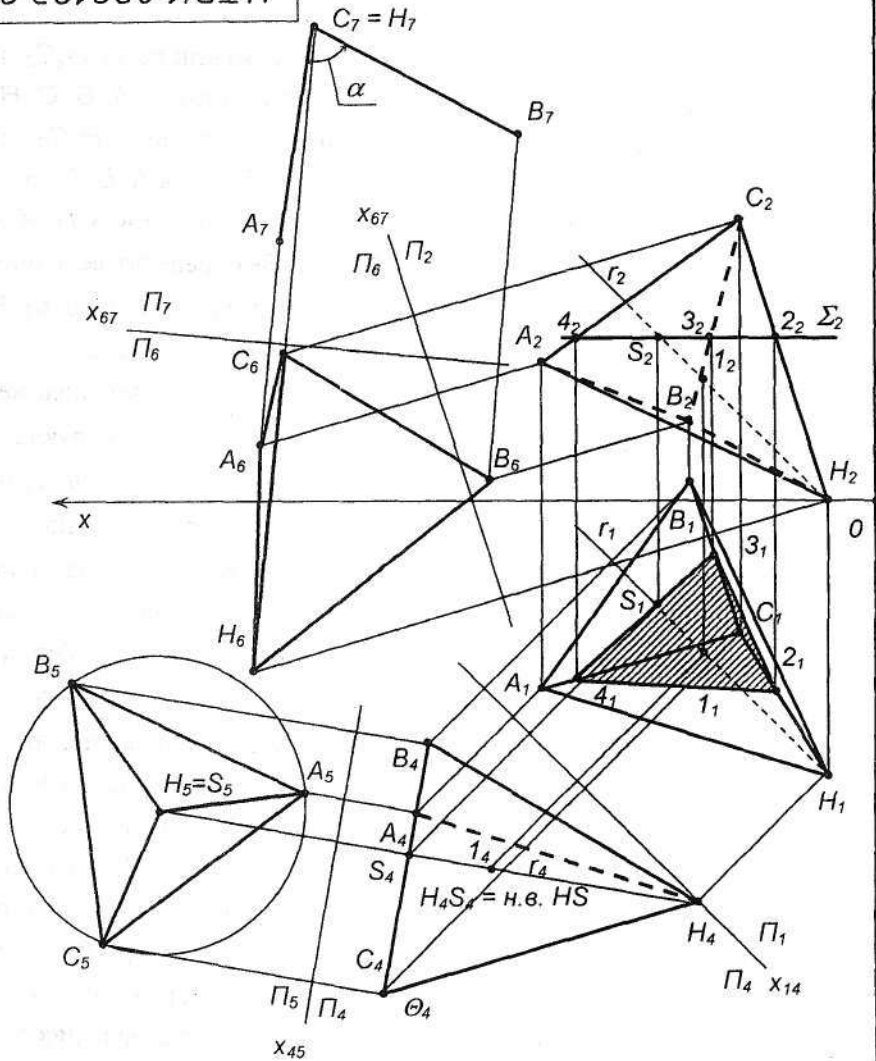
Новую ось  $x_{26}$  проводим параллельно проекции ребра  $H_2C_2$  и строим проекции  $A_6, B_6, C_6, H_6$  на плоскости  $\Pi_6$  точек  $A, B, C, H$ . Следующую новую ось  $x_{67}$  проводим перпендикулярно  $H_6C_6$  и строим проекции  $A_7, B_7, C_7, H_7$  на плоскости  $\Pi_7$  точек  $A, B, C, H$ .

На плоскость  $\Pi_7$  отрезок  $HC$  проецируется в одну точку  $H_7=C_7$ , а острый угол между отрезками  $H_7A_7$  и  $H_7B_7$  определит величину двугранного угла  $\alpha$  при боковом ребре пирамиды  $HC$  (рис. 6). В качестве примера на рис. 6 показаны построения для точки  $C$ .

**5 этап.** После выполнения первых трех задач задаем положение секущей плоскости. Плоскость  $\Sigma$  – фронтально-проецирующая  $\Sigma \perp \Pi_2$ ,  $\Sigma_2 \parallel x$  и проходит через точку  $S$ . Для построения фигуры сечения пирамиды плоскостью  $\Sigma$  определяем последовательно точки пересечения  $2_2, 3_2, 4_2$  ребер пирамиды плоскостью  $\Sigma$  на фронтальной плоскости проекции, а затем по линиям связи определяем горизонтальные проекции точек пересечения  $2_1, 3_1, 4_1$  ребер пирамиды плоскостью  $\Sigma$ . Соединив точки  $2_1, 3_1, 4_1$ , получим фигуру сечения пирамиды плоскостью  $\Sigma$ . Необходимо отметить, что в нашем случае фигура сечения проецируется в натуральную величину. Возможны и *другие варианты* задания секущей плоскости.

Пример выполнения описанных выше этапов 1–5 домашней работы «Пирамида» показан на рис. 7. Следующие этапы работы выполняются после проверки домашней графической работы преподавателем. Для развития пространственного воображения преподаватель *может рекомендовать* осуществление последующих этапов (создание учебного прибора), перед этим следует сделать ксерокопию домашней работы на плотной бумаге формата А4.

ЦТРК.099123.201



ЦТРК.099123.201

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
Разраб.				
Про.				
Т. контр.				
Н. контр.				
Утв.				

Пирамида

Лист	Масса	Масштаб
		1:1
Лист	Листов	

Рис. 7. Пример работы

ИТА ЮФУ гр. Р-19

**6 этап.** На следующих этапах будет разработано пространственное наглядное пособие, демонстрирующее алгоритм решения метрических задач способом замены плоскостей проекций на эпюре Монжа. Напомним, что суть способа состоит в том, что заданные плоскости проекций ( $\Pi_1, \Pi_2$ ) последовательно заменяются на новые ( $\Pi_4, \Pi_5, \Pi_6, \Pi_7$ ) при неизменном положении объемной модели пирамиды в пространстве, причем каждая «новая» плоскость проекций расположена перпендикулярно к одной из «старых» плоскостей проекций.

Пространственное расположение «новых» плоскостей проекций можно задать, если осуществить на листе бумаги с ксерокопией графической работы несколько сгибов на  $90^\circ$  по построенным ранее «новым» осям проекций. На рис. 8 представлен один из вариантов последовательного создания пространственной модели [6]. Однако не исключаются и другие варианты самостоятельного выполнения учебного прибора.

Для изготовления объемной модели конструируемой пирамиды по её проекционным изображениям (рис. 7) необходимо осуществить следующее:

1) изготовить сборочный стержень, длина которого равна натуральной величине высоты пирамиды  $HS \equiv H_4S_4$  (определена на рис. 4), и установить (приклеить моментальным клеем) его одним из концов в точку  $S_5 \equiv H_5$  на плоскости проекций  $\Pi_5$  перпендикулярно к ней. Сборочный стержень может быть выполнен из деревянной зубочистки (или из распрямленной канцелярской скрепки и т.д.). Далее построить сетку пирамиды соединяя (склеиванием стержней) точки фигуры основания  $A_5B_5C_5$  с вершиной пирамиды  $H_5$ ;

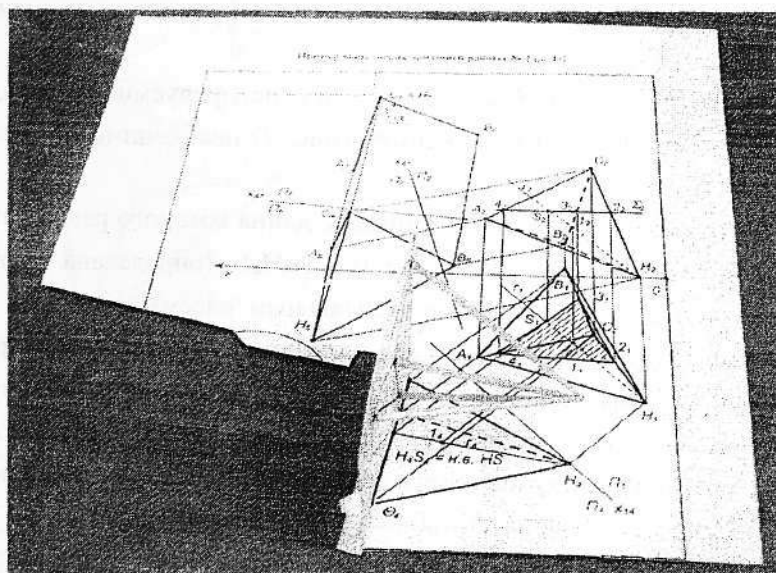
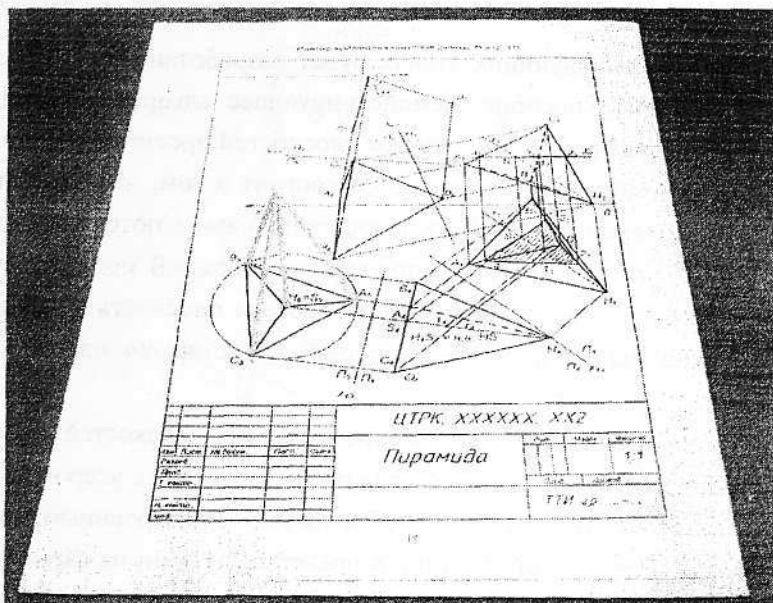


Рис. 8. Этапы изготовления модели учебного прибора



2) для создания объемной модели пирамиды, сконструированной на плоскости проекций  $\Pi_5$ , в исходной области пространства (между горизонтальной и фронтальной плоскостями проекций  $\Pi_1 \perp \Pi_2$ ) необходимо сделать два разреза ножницами на плотной бумаге по линиям, перпендикулярным оси  $X_{45}$ , таким образом, чтобы плоскость проекций  $\Pi_5$  вместе с объемной моделью пирамиды могла быть повернута на  $90^\circ$  (вверх) относительно оси  $X_{45}$ , причем, так чтобы плоскость основания модели пирамиды (плоскость проекций  $\Pi_5$ ) была совмещена со следом основания пирамиды  $\theta_4$  на плоскости проекций  $\Pi_4$  (рис. 8, внизу);

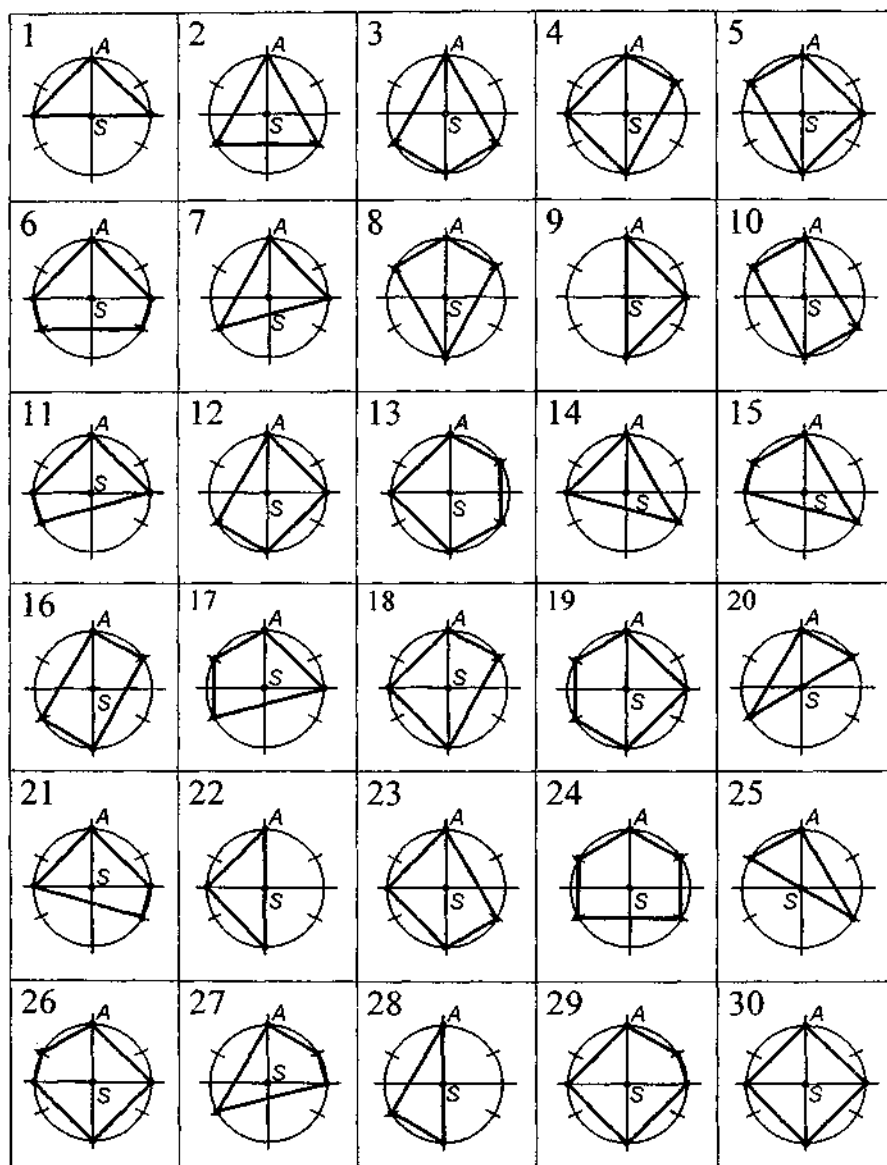
3) сохраняя заданную взаимную ориентацию плоскостей проекций  $\Pi_5 \perp \Pi_4$ , повернем на  $90^\circ$  относительно оси  $X_{14}$  плоскость  $\Pi_4$  (складывая по линии оси  $X_{14}$ ), так чтобы они расположились относительно горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ , как на рис. 9, вверху.

В результате выполнения указанных действий студент может сформировать пространственный макет индивидуального варианта графической работы «Пирамида» (рис. 9, внизу), что позволит определить взаимную видимость отдельных геометрических элементов как пирамиды, так и фигуры сечения пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью  $\Sigma$  ( $\Sigma_2 \perp \Pi_2$ ). Также можно экспериментально измерить величину двугранного угла при боковом ребре объемной модели пирамиды и сопоставить её с полученным значением. На рис. 8 и 9 представлены фотоснимки макета учебного прибора для варианта, рассмотренного в данной методической разработке.

Таблица 1  
 Варианты заданий для домашней работы № 2 «Пирмида»

№ варианта	$\Delta z$	A			H			$\Psi$	$\gamma$
		x	y	z	x	y	z		
1	130	60	40	30	10	65	0	45	45
2	135	60	45	45	15	50	0	35	35
3	140	25	35	55	10	50	0	55	60
4	145	17	25	50	10	70	0	45	60
5	130	5	36	44	10	80	0	55	65
6	135	60	40	30	10	65	0	45	45
7	140	60	45	45	15	50	0	30	35
8	145	25	35	55	10	50	0	55	60
9	130	5	36	44	10	80	0	55	65
10	145	17	25	50	10	70	0	45	60
11	135	60	40	30	10	65	0	45	45
12	130	60	45	45	15	50	0	30	35
13	140	25	35	55	10	50	0	55	60
14	135	5	36	44	10	80	0	55	65
15	140	17	25	50	10	70	0	45	60
16	135	60	40	30	10	65	0	45	45
17	145	25	35	55	10	50	0	55	60
18	140	60	45	45	15	50	0	30	35
19	130	2	36	44	10	80	0	55	65
20	145	17	25	50	10	70	0	45	60
21	135	60	40	30	10	65	0	45	45
22	140	60	45	45	15	50	0	30	35
23	145	25	35	55	10	50	0	55	60
24	130	2	36	44	10	80	0	55	65
25	140	60	40	30	10	65	0	45	45
26	145	17	25	50	10	70	0	45	60
27	130	60	45	45	15	50	0	30	35
28	140	25	35	55	10	50	0	55	60
29	135	2	36	44	10	80	0	55	65
30	145	17	25	50	10	70	0	45	60

Основание пирамиды согласно варианту



**ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ**

1. Что такое многогранник? Основные понятия и определения.
2. Как осуществляется задание многогранника на проекционном чертеже?
3. Что такое пирамида? Основные понятия и определения.
4. Какие поверхности ограничивают тела Платона? Перечислите их.
5. Какая количественная зависимость существует между вершинами, ребрами и гранями тел Платона (теорема Эйлера)?
6. Что понимается под понятием «сечение»?
7. Какие фигуры могут получиться в сечении многогранников плоскостями?
8. Сколько может быть у пирамиды прямых двугранных углов?
9. Сколько надо сделать замен плоскостей проекций, чтобы спроецировать прямую общего положения в точку?
10. В каком случае фигура сечения будет проецироваться в натуральную величину?
11. Что получится, если секущая плоскость  $\Sigma // \Pi_2$ ?
12. Может ли в сечении трехгранной пирамиды получиться: треугольник, четырехугольник, пятиугольник?
13. Какое максимальное число углов может иметь фигура сечения заданной пирамиды плоскостями?
14. Сколько надо сделать замен плоскостей проекций, чтобы найти натуральную величину прямой линии общего положения?
15. Сколько вершин, ребер и граней имеет тетраэдр?
16. В каком случае пространственные углы при вершинах многогранника равны между собой?
17. Можно ли описать вокруг тетраэдра сферу?

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Аббасов И.Б. Методические указания к домашней работе № 2 «Пирамида» по инженерной графике (методические указания). – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1999. – 18 с.
2. Фролов С.А. Начертательная геометрия. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2007. – 286 с.
3. Большая советская энциклопедия. Т.19. – М.: Сов. энциклопедия, 1975. – 648 с.
4. Единая система конструкторской документации. Общие правила выполнения чертежей. ГОСТ 2.301- 68, ..., ГОСТ 2.317-69.
5. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии: Учебник для студ. вузов. – 5-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2004. – 136 с.
6. Аббасов И.Б., Волощенко В.Ю., Ли В.Г. Учебно-тренировочный прибор по начертательной геометрии. Материалы XIV Международного научно-практического семинара «Практика и перспективы развития партнерства в сфере высшей школы», 15-18 апреля 2013 г. Т.1. ДонНТУ. – Донецк, – Таганрог, 2013. – С. 40 – 43.

**Аббасов Ифтихар Балакиши оглы  
Волощенко Вадим Юрьевич**

**Методические указания к домашней работе  
ПИРАМИДА  
по инженерно-графическим дисциплинам**

Ответственный за выпуск Аббасов И.Б.  
Редактор Селезнева Н.И.  
Корректор Селезнева Н.И.

ЛР № 020565 от 23 июня 1997 г.

Подписано к печати 5 . 08 . 2014 г.

Формат 60 × 84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Печать офсетная. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. – 1,5. Уч. – изд. л. – 1,3.

Тираж 100 экз. Заказ № 128 .

«С»

---

Издательство ЮФУ  
ГСП 17А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44

Типография ЮФУ  
ГСП 17А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44