

ОТЗЫВ

диссертационной работе

Гуртовой Ольги Владимировны

**«Методы онлайн оптимизации квадратичной функции потерь,
основанные на использовании случайных признаков Фурье»,**

**представленной на соискание степени кандидата
физико-математических наук по специальности**

**1.2.2 – математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ (физико-математические науки)**

Гуртовая О.В. в 2019 г. окончила бакалавриат в ИММиКН по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и поступила в магистратуру. В 2021 г. окончила магистратуру в ИММиКН по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика и поступила в аспирантуру по направлению подготовки 09.06.01 — Информатика и вычислительная техника, направленность 05.13.18 — Математическое моделирование численные методы и комплексы программ. В 2021 она году поступила в аспирантуру Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета (научная специальность 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, физико-математические науки). За время обучения в аспирантуре Гуртовая О.В. успешно выполнила учебный план и проделала большую по освоению ноёвых для неё разделов онлайн оптимизации, теории вероятностей и методов функционального анализа. Ее научно-исследовательская работа была посвящена разработке и исследованию новых вычислительно эффективных методов онлайн оптимизации для решения задач непараметрической регрессии. Я руководил работой О.В. Гуртовой в бакалавриате, магистратуре и аспирантуре, и характеризую ее с положительной стороны как заинтересованного и активного исследователя. В настоящее время подготовка кандидатской диссертации закончена, работа прошла необходимую апробацию и готова к защите.

Актуальность темы связана со стремительным развитием машинного обучения и ростом потребности в алгоритмах, способных эффективно обрабатывать последовательные, потенциально нестационарные потоки данных в режиме реального времени. Способность моделей не просто обучаться, а динамически адаптироваться к изменяющимся условиям, является ключевым фактором для создания современных интеллектуальных систем в таких областях, как финансовый анализ, интернет вещей, управление энергетическими системами и рекомендательные системы. Работа представляет собой завершенное научное исследование, в котором теоретические результаты подкреплены численными экспериментами. Она состоит из введения, трех основных глав, заключения и списка литературы. Объем работы составляет 121 страница без учета приложений.

В первой главе для задачи регрессии с марковскими данными решается задача оценивания условного математического ожидания для стационарных марковских процессов по одной траектории. Рассматривается квадратичная функция потерь. Оценки получены для математического ожидания ошибки оценивания относительно стационарного распределения. Основной подход состоит в применении алгоритма Вовка-Азури-Вармута (VAW) с ограничениями на коэффициенты к нелинейным признакам. В наивном варианте такой подход дает оценки сожаления порядка $n^{-1/2}$ по длине траектории, но растущие полиномиально по числу признаков. Далее в качестве класса гипотез берется гильбертово пространство с воспроизводящим ядром (RKHS) и применяется техника случайных признаков Фурье. Установлено, что в этом случае оценка ожидаемой ошибки оценивания зависит от нормы функции сравнения, а не от числа признаков. В качестве примера рассмотрена векторная авторегрессия. Приведены результаты численных экспериментов, показывающие работоспособность предложенного алгоритма. Сравнение проводилось с простой нейросетью для моделей регрессии.

Во второй главе рассмотрен многоядерный подход к задаче регрессии в режиме онлайн. Как известно, ядерные методы отличаются большой вычислительной сложностью. Кроме того, качество предсказаний существенно зависит от выбора ядра. Для преодоления первой проблемы использован современный подход, основанный на функциональной аппроксимации на основе случайных признаков Фурье. Вторую проблему частично позволяет решить многоядерный подход, при котором случайные признаки генерируются для семейства ядер. Был разработан новый двухуровневый онлайн алгоритм VAW^2 , который имеет существенно более низкую вычислительную сложность по сравнению с базовым подходом, основанным на конкатенации векторов признаков. Для этого алгоритма установлены теоретические оценки сожаления по отношению к объединению RKHS, соответствующих семейству ядер. Проведенные численные эксперименты показали, алгоритм VAW^2 превосходит известные из литературы аналоги на ряде эталонных наборов данных. В качестве практического развития этого подхода был предложен трёхуровневый алгоритм S- VAW^2 , который сочетает иерархическое агрегирование с различными стратегиями масштабирования данных, что повышает его робастность. Проведенное эмпирическое сравнение современной AutoML-системой AutoGluon-Tabular показало высокую конкурентоспособность предложенного метода на ряде наборов реальных данных.

В третьей главе методология онлайн оптимизации применяется к отысканию решения задачи периодической одномерной квадратичной задачи вариационного исчисления с неизвестным внешним воздействием. Теоретически обосновано сведение исходной бесконечномерной задачи к конечномерной путем аппроксимации решения тригонометрическими полиномами. Обоснование опирается на оценки, гарантирующие, что ключевые параметры конечномерной

задачи (диаметр множества допустимых решений, параметр сильной выпуклости, константы Липшица и гладкости) остаются равномерно ограниченными. Для ряда стандартных конечномерных алгоритмов получены оценки статического и динамического сожалений. Проведен ряд экспериментов, моделирующих различные сценарии поведения внешнего воздействия. Их результаты подтвердили полученные теоретические результаты и позволили дать количественную оценку эффективности алгоритмов в разных условиях.

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Разработана и теоретически обоснована методика применения алгоритма Вовка-Азури-Вармута (VAW) в сочетании со случайными признаками Фурье для решения задачи регрессии с марковскими данными. Установлены теоретические оценки сожаления для квадратичной функции потерь.

2. Предложен новый эффективный онлайн алгоритм многоядерного обучения VAW². Этот двухуровневый алгоритм обладает существенно более низкой вычислительной сложностью по сравнению с базовым подходом (применением VAW к конкатенированным векторам признаков). Для него установлены теоретические оценки сожаления.

3. Разработан и апробирован трёхуровневый алгоритм S-VAW², сочетающий иерархическое агрегирование экспертных прогнозов с различными стратегиями масштабирования данных, что повышает его робастность и стабильность. Проведено его сравнение с AutoML-системой AutoGluon-Tabular.

4. Разработан и исследован метод онлайн оптимизации для решения одномерной квадратичной задачи вариационного исчисления с неизвестным внешним воздействием. Теоретически обосновано сведение исходной бесконечномерной задачи к конечномерной. Для полученной задачи выведены оценки статического и динамического сожалений.

5. Реализован комплекс программ, позволяющий проводить численное моделирование и сравнительный анализ предложенных онлайн алгоритмов. На основе этого комплекса проведены вычислительные эксперименты, которые подтвердили теоретические выводы и продемонстрировали практическую эффективность разработанных методов.

Научная новизна работы заключается в разработке и теоретическом обосновании семейства новых онлайн алгоритмов для задач регрессии, обладающих строгими теоретическими гарантиями и высокой вычислительной эффективностью.

Практическая значимость связана с разработкой и экспериментальной апробацией эффективных онлайн алгоритмов VAW² и S-VAW. Все разработанные алгоритмы реализованы в виде программных модулей на языке Python, что подтверждает их практическую применимость.

Результаты работы были апробированы на 5 российских и международных конференциях и изложены в 7 научных публикациях. Получено свидетельство о

государственной регистрации программы для ЭВМ, имеется, статья опубликованная в журнале, входящем в международную базу данных Scopus и статья в журнале, входящем в базы данных Scopus и Web of Science. Еще одна статья принята к печати в журнале входящем в Перечень ВАК РФ. Имеется также препринт ArXiv (статья находится на рецензии).

Считаю, что диссертационная работа Гуртовой Ольги Владимировны на тему «Методы онлайн оптимизации квадратичной функции потерь, основанные на использовании случайных признаков Фурье» является завершённым научным исследованием, обладающим внутренним единством, научной новизной и практической ценностью. Она удовлетворяет требованиям, соответствующим Положению о присуждении ученых степеней в Южном федеральном университете. Рекомендую диссертацию к защите на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Научный руководитель,
заведующий кафедрой методов оптимизации
и машинного обучения ИММиКН ЮФУ,
доктор физико-математических наук, доцент

Д.Б. Рохлин

27 сентября 2025 г.

Адрес места работы:

344090 ЮФО, Ростовская область, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8-А
Южный федеральный университет, Институт математики, механики и
компьютерных наук им. И.И. Воровича
Тел.: +7(863)263-31-58; e-mail: dbrohlin@sfedu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Личную подпись Рохлин Д.Б.

ЗАВЕРЯЮ:

Специалист по управлению персоналом
1 категории Володина А.С.
« 7 » октября 2025 г.

