

ОТЗЫВ

на диссертацию **Гуртовой Ольги Владимировны**
**«Методы онлайн оптимизации квадратичной функции потерь, основанные
на использовании случайных признаков Фурье»,**

представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по научной специальности

1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ

Актуальность и общая характеристика работы

Диссертационная работа О.В. Гуртовой посвящена актуальной и практически значимой проблеме – разработке вычислительно эффективных методов онлайн оптимизации для нелинейных моделей регрессии. В условиях, когда многие современные системы работают с непрерывными потоками данных, способность моделей к быстрой и эффективной адаптации без полного переобучения становится ключевым требованием. Работа вносит существенный вклад в решение этой проблемы, предлагая и всесторонне исследуя единый методологический подход, который систематически применяется к трем различным классам задач.

Основной вызов, на который направлено исследование, – вычислительная сложность, присущая нелинейным онлайн методам. Традиционно для работы с нелинейными зависимостями в онлайн режиме применялись ядерные методы (online kernel methods), однако их практическое использование было ограничено из-за так называемого «проклятия кернелизации» – необходимости хранить и обрабатывать постоянно растущее число опорных векторов. Значительным прорывом в этой области стала разработка метода случайных признаков Фурье (RFF) А. Рахими и Б. Рехтом. Этот подход, ставший методологическим ядром данной диссертации, позволяет с высокой точностью аппроксимировать ядерные функции, заменяя работу в бесконечномерных гильбертовых пространствах на эффективную линейную регрессию в конечномерном пространстве.

Центральной идеей, проходящей через всю диссертацию, является развитие и применение этого подхода: сведение исходной нелинейной или бесконечномерной задачи к более простой, конечномерной задаче линейной регрессии, для которой существуют эффективные онлайн алгоритмы. В качестве

основного инструмента для такого сведения используется как аппроксимация на основе случайных признаков, так и ее детерминированный аналог – аппроксимация тригонометрическими полиномами. Диссертация представляет собой цельное и завершенное исследование, демонстрирующее, как данная методология позволяет не только создавать новые алгоритмы, но и получать для них строгие теоретические гарантии эффективности.

Содержание и основные результаты работы

Структура работы отражает последовательное применение и развитие предложенного методологического подхода к задачам различной природы и сложности.

В первой главе рассматривается применение указанного выше подхода к задаче регрессии для данных с марковской зависимостью. Конкретно, исследуется задача аппроксимации условных математических ожиданий для стационарных марковских процессов, удовлетворяющих условию β -перемешивания. Эта задача сводится к онлайн регрессии, для решения которой применяется комбинация алгоритма Вовка-Азури-Вармута (VAW) и нелинейных признаков. Ключевым теоретическим результатом главы (теорема 1.3) является вывод новой оценки сожаления, которая, в отличие от полученного предварительного результата (теорема 1.2), не имеет полиномиальной зависимости от размерности аппроксимации m , а определяется нормой целевой функции f , характеризующей ее гладкость. Это представляет собой значительное теоретическое достижение, обосновывающее практическую применимость подхода. Теоретические выводы апробируются на модели векторной авторегрессии (VAR).

Во второй главе методология онлайн оптимизации на основе случайных признаков Фурье применяется для решения задачи многоядерного обучения для данных, имеющих состязательный характер. Для решения проблемы выбора оптимального ядра и преодоления высокой вычислительной сложности наивных подходов (теорема 2.1) предложен двухуровневый численный метод VAW². Его архитектура, где на первом уровне работают «эксперты» для каждого ядра, а на втором их прогнозы агрегируются, позволяет снизить вычислительную

сложность с $O(N^2m^2)$ до $O(Nm^2)$ на итерацию. Для этого алгоритма в теореме 2.2 установлена строгая оценка сожаления порядка $O(T^{1/2} \ln T)$.

В качестве практического развития этого подхода предложен трёхуровневый численный метод S-VAW², который решает проблему выбора оптимальной стратегии предобработки данных путем иерархического агрегирования прогнозов, полученных при различных методах масштабирования. Результаты вычислительных экспериментов демонстрируют как превосходство алгоритма VAW² над известными аналогами (Raker, OMKL-GF), так и высокую конкурентоспособность метода S-VAW² в сравнении с современной AutoML-системой AutoGluon-Tabular, особенно с точки зрения соотношения точности и вычислительных затрат.

В **третьей главе** исследуется вопрос каким образом предложенная методология сведения к конечномерной задаче применяется в иной области – для решения задачи вариационного исчисления с неизвестным внешним воздействием. Целью является моделирование неизвестного внешнего воздействия в режиме онлайн. Исходная бесконечномерная задача сводится к конечномерной задаче онлайн оптимизации с помощью аппроксимации решения тригонометрическими полиномами (детерминированный аналог RFF). Ключевым шагом в этом анализе является доказательство того, что основные параметры соответствующей конечномерной задачи (диаметр множества, параметр сильной выпуклости и др.) равномерно ограничены по размерности аппроксимации (лемма 3.2). Это позволяет корректно применять известные алгоритмы онлайн оптимизации и выводить для них оценки статического и динамического сожалений, что и сделано в теоремах 3.1–3.5.

В **заключении** формулируются основные выводы и результаты диссертационной работы.

В **приложениях** содержатся листинги программ, реализующих предложенные алгоритмы.

Научная новизна, обоснованность и значимость результатов

Научная новизна работы заключается в разработке и теоретическом обосновании ряда новых вычислительно эффективных методов онлайн оптимизации. В частности:

1. Получена оценка сожаления для алгоритма VAW со случайными признаками Фурье в задаче регрессии с марковской зависимостью, которая не имеет полиномиальной зависимости от числа признаков, а определяется гладкостью целевой функции.
2. Предложен и теоретически обоснован двухуровневый численный метод VAW² для многоядерного онлайн обучения, для которого получены строгие оценки сожаления, и продемонстрирована его высокая вычислительная эффективность.
3. Разработан эвристический трёхуровневый метод S-VAW², показавший высокую практическую эффективность в решении проблемы выбора стратегий предобработки данных.
4. Предложена методология применения онлайн алгоритмов к задаче вариационного исчисления путем сведения ее к конечномерной.

Обоснованность и достоверность полученных результатов и выводов обеспечивается строгостью математических доказательств, опирающихся на современный аппарат теории онлайн оптимизации, функционального анализа и теории вероятностей. Теоретические положения последовательно подкрепляются результатами вычислительных экспериментов на синтетических и реальных наборах данных, которые демонстрируют практическую эффективность и конкурентоспособность разработанных методов.

Теоретическая значимость исследования состоит во вкладе в теорию онлайн оптимизации, в частности, в развитие методов для многоядерного обучения, анализа задач с зависимыми данными.

Практическая значимость работы определяется наличием готовых к использованию алгоритмов, которые по соотношению точности и вычислительной эффективности являются конкурентоспособной альтернативой

современным, в том числе AutoML-решениям. Реализация методов в виде программного комплекса обеспечивает воспроизводимость результатов и создает основу для их внедрения в прикладные системы.

По работе имеются следующие **замечания**:

1. В главах 1-2 используется стохастический подход к аппроксимации (случайные признаки Фурье), а в главе 3 – детерминированный (тригонометрические полиномы). Этот выбор логичен в контексте каждой задачи. Однако было бы полезно обсудить фундаментальные различия, преимущества и недостатки этих двух типов аппроксимации в более общем методологическом плане. В каких ситуациях один подход может быть предпочтительнее другого?
2. На стр. 97 (теорема 3.1., формула (80)) указывается, что «...достаточно, чтобы количество m признаков ψ_j имело порядок так же $O(N^{1/2})$ ». Однако, на практике выбор числа m признаков является важным гиперпараметром, определяющим компромисс между качеством аппроксимации и вычислительной стоимостью. Проводился ли анализ чувствительности разработанных алгоритмов к изменению m и существуют ли практические рекомендации по его выбору для реальных задач?
3. В экспериментах (раздел 2.3.1, рис. 3) отмечается, что мета-алгоритм VAW^2 активно использует отрицательные веса, в отличие от $VAW-EWA$. Этот факт приводится как объяснение его более высокой эффективности. Представляется ценным, если бы диссертант добавила более глубокий анализ того, почему именно возможность назначения отрицательных весов (т.е. использование «анти-экспертов») является столь критичной и эффективной в задаче многоядерного онлайн агрегирования.
4. В приложении А присутствует опечатка в нумерации разделов: листинги для алгоритмов VAW^2 и $S-VAW^2$ оба обозначены как «А.3».

Данные замечания носят, в основном, дискуссионный характер и не снижают высокой оценки диссертационной работы.

Диссертация «Методы онлайн оптимизации квадратичной функции потерь, основанные на использовании случайных признаков Фурье» является завершенным научно-квалификационным исследованием, в котором решена актуальная задача разработки и анализа семейства эффективных методов онлайн

обучения. Результаты диссертации опубликованы в 7 научных публикациях, в том числе 2 в изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus и Web of Science, также получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Считаю, что данная работа отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, ее содержание соответствует паспорту специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а ее автор, Гуртовая Ольга Владимировна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:

доктор технических наук, главный научный сотрудник Ростовского филиала акционерного общества «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте»

Бутакова Мария Александровна

Контактные данные:

тел.: +7(918)597-66-71,

e-mail m.butakova@vniias.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Адрес места работы:

344038, г. Ростов-на-Дону, ул. Ленина, д. 44/13, Ростовский филиал акционерного общества «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте»

«24» ноября 2025 г.

Подпись заверено

Главный специалист

ОКДО Ростовский филиал
АО «НИИАС»



А.Ю. Мошенико