

ОТЗЫВ

на диссертацию Коханова Павла Владимировича

«Численное исследование конвективных движений в пористых цилиндрах», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация Коханова П.В. посвящена численному исследованию термогравитационной конвекции несжимаемой жидкости в непроницаемых горизонтальном и вертикальном пористых цилиндрах. Рассматриваются начально-краевые задачи для уравнений фильтрационной конвекции Дарси-Буссинеска в естественных переменных (скорость, температура, давление), а также получаемых из них систем для девиации температуры и функции тока. Для вертикального цилиндра применялись два способа введения функции тока. Дискретизации систем дифференциальных уравнений в частных производных проводятся на основе схемы смещённых сеток и интегро-интерполяционного метода. Реализованы варианты вывода конечно-разностных уравнений для случая неравномерных сеток с учетом специальных аппроксимаций в окрестности осевых линий цилиндров. Получающиеся обыкновенные дифференциальные уравнения относительно узловых переменных, зависящих от времени, решаются методом Рунге-Кутты. Для численного исследования возникновения конвекции решались спектральные задачи. В случае горизонтально расположенного цилиндра анализировались критические числа Рэлея при неоднородном нагреве на боковой границе.

Обсуждаемый в диссертации круг задач является актуальным для приложений в геофизике и энергетике, разрабатываемые методы могут быть использованы для исследования динамики нелинейных уравнений в криволинейных системах координат.

Структура диссертационной работы

Введение содержит общую постановку рассматриваемой проблемы, формулируются цель, задачи и методы исследования. Описывается структура диссертации и представлен список апробаций.

ГЛАВА 1 содержит 4 параграфа и посвящена уравнениям Дарси-Буссинеска для моделирования конвекции в пористых цилиндрах. В *первом параграфе* рассматриваются изучаемые предшественниками задачи фильтрационной конвекции в замкнутых областях. Во *втором параграфе* обзревается математическая модель конвекции для сечения горизонтального бесконечно длинного пористого цилиндра. Для описания фильтрационной конвекции используются дифференциальные уравнения в частных производных и цилиндрических координатах. Формулируются граничные условия и условия на осевой линии. Производится переход к системе уравнений относительно функции тока и девиации температуры. В *третьем параграфе* приводится система уравнений конвекции для осесимметричной задачи в вертикально расположенном пористом цилиндре. Рассматриваются уравнения в естественных переменных и относительно функции тока и возмущения температуры. Представлены системы для двух способов введения функции тока. *Четвертый параграф* посвящен косимметрии модели Дарси-Буссинеска для горизонтального цилиндра и аналитическому методу определения критических чисел Рэлея на основе нулей бесселевых функций.

ГЛАВА 2 содержит 4 параграфа и посвящена применению метода конечных разностей для численного решения задачи фильтрационной конвекции в цилиндрических координатах. В *пятом параграфе* построены сетки с неравномерным распределением узлов по радиальной и угловой координатам и введены сетки со смещёнными узлами. Далее используется интегро-интерполяционный метод для дискретизации исходных уравнений в естественных переменных. В *шестом параграфе* осуществлен переход к конечно-разностным уравнениям относительно функции тока и девиации температуры. Полученная система уравнений представлена в матрично-векторном виде для решения спектральной задачи по определению критических чисел Рэлея. *Седьмой параграф* посвящен выводу конечно-разностных уравнений для задачи фильтрационной конвекции Дарси-Буссинеска в случае вертикально расположенного цилиндра. Полученные аппроксимации с учетом двух вариантов введения функции тока записаны в матрично-векторном виде. В *восьмом параграфе* описан разработанный программный комплекс CONV_REGIMES, предназначенный для вычислительного эксперимента по исследованию фильтрационной конвекции в пористых цилиндрах. Комплекс написан на языке MATLAB и содержит функции для решения спектральных задач по определению

критических чисел Рэлея и анализу устойчивости стационарных конвективных режимов. В процессе расчета нелинейных уравнений конвективной динамики выдается информация о кинетической энергии и числах Нуссельта, проводится визуализация формирующихся конвективных режимов, строятся мгновенные распределения температуры и функции тока.

ГЛАВА 3 содержит 4 параграфа и посвящена численному исследованию конвекции несжимаемой теплопроводной жидкости в пористых горизонтальном и вертикальном цилиндрах. В *девятом параграфе* представлены результаты вычисления критических чисел Рэлея с использованием равномерных и неравномерных сеток для горизонтального цилиндра. Проведено сравнение расчётов пороговых значений, рассчитанных для дискретных задач, с полученным на основе нулей бесселевых функций. В *десятом параграфе* приведены данные вычислительных экспериментов по конвекции при боковом неоднородном нагреве. Представлены вычисления формирующихся стационарных и колебательных конвективных режимов. Численно подтверждена мультистабильность получающихся стационарных решений. *Одиннадцатый и двенадцатый параграфы* посвящены вычислению критических чисел Рэлея и моделированию осесимметричных конвективных движений для вертикального цилиндра. Проводится сравнение результатов для двух вариантов введения функции тока.

В *Заключении* дана сводка основных результатов диссертационной работы.

Имеются *Приложения*, содержащие сертификат о регистрации программного комплекса CONV_REGIMES и объемные конечно-разностные уравнения для случая неравномерной сетки.

Представленное диссертационное исследование обладает научной значимостью и содержит новые результаты, среди которых можно выделить следующие:

1. Развита аналитический подход для анализа возникновения конвекции в случае горизонтального пористого цилиндра.

2. Получена дискретизация начально-краевых задач фильтрационной конвекции в цилиндрических координатах на сетках с неравномерным распределением узлов. Разработаны численные схемы для расчёта тепломассопереноса на основе смещённых сеток и специальных аппроксимаций в окрестности осевой линии пористых цилиндров.

3. Проведено моделирование развития стационарных и колебательных конвективных режимов с ростом числа Рэлея для горизонтального и вертикального пористых цилиндров, насыщенных теплопроводной жидкостью.

4. Разработан программный комплекс для вычислительного эксперимента в задачах фильтрационной конвекции с неоднородным нагревом на границе цилиндров.

Серьезных замечаний диссертация П.В. Коханова не вызывает, работа хорошо оформлена, в ней и автореферате ясно изложена суть проведенных исследований. В качестве замечаний можно отметить следующее:

1) В § 7 для случая вертикального цилиндра нечетко описано получение нескольких вариантов аппроксимации операторов силы плавучести. В тексте дается четыре вида аппроксимаций математической модели, но в представленных расчетах используется только две. Отсутствуют выводы о наилучшей/наихудшей аппроксимации из представленных для решения исследуемой проблемы.

2) Дефекты оформления. На рис. 2737 линии тока уходят за границу области на обеих вертикальных границах, что не соответствует указанным граничным условиям.

Переходя к общей оценке диссертации, необходимо отметить, что работа представляет собой полноценное систематическое исследование, посвященное актуальным научным проблемам, содержит обоснованные и достоверные результаты и выводы. Тема и содержание диссертационной работы соответствуют научной специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Количество публикаций автора (4 публикации в изданиях, рекомендованных Минобрнауки России для публикации основных результатов диссертационных исследований) свидетельствуют о большом объеме проделанной работы, научной значимости результатов и высокой квалификации соискателя ученой степени.

Считаю, что диссертационная работа Коханова Павла Владимировича на тему: «Численное исследование конвективных движений в пористых цилиндрах» соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней» (Приказ №66-ОД от 29.03.2024 г.), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Автор диссертации Коханов

Павел Владимирович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук по специальностям 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, 01.01.04 – Геометрия и топология, доцент, доцент кафедры математики и информатики
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Донской государственный технический университет

В.В. Сидорякина
« 20 » ноября 2025 г.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
Донской государственный технический университет
344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.

Тел.: +7(863)238-15-22

Веб-сайт: <https://donstu.ru/>

E-mail: cvv9@mail.ru

Подпись Сидорякиной В.В. удостоверяю:

Ученый секретарь Ученого Совета ДГТУ



В.Н. Анисимов
« 20 » ноября 2025 г.