Отзыв официального оппонента
на диссертацию Смирновой Ирины Юрьевны
"Весовые пространства аналитических функций со смешанной нормой, задаваемые в терминах преобразования Фурье",
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы диссертации.

В диссертации Смирновой И.Ю. рассматриваются весовые пространства в единичном круге и верхней полуплоскости со смешанной нормой, связанной с декартовыми и с полярными координатами. Пространства аналитических суммируемых с некоторой степенью p функций в единичном круге или полуплоскости получили широкое распространение. Современное состояние классической теории отражено во многих монографиях, в том числе в книгах М.Джрбашяна, С.Бергмана, П.Дюрена и А.Шустера, Б.Коренблюма и К.Цзу, Н.Василевкого, а также многих других авторов. Также широко представлены результаты в случае весовых пространств $p-$ суммируемых функций.

Научная новизна диссертационного исследования.

Диссертационная работа служит обобщением серии работ Н. Василевского, С. Грудского и А. Карапетянца, посвященных исследованию операторов Теплица с неограниченными символами. Близость с этими работами состоит в том, что введение смешанной нормы в образах Фурье (Меллина) фактически открывает возможность построения операторов (изометрических изоморфизмов), реализующих равенства типа Пэли-Винера для функций из рассматриваемых пространств. Другими словами, аналитическая функция является прообразом функций из (весового) пространства L^q (дискретного в случае круга) под действием некоторого оператора типа Фурье-Лапласа. Это позволяет конструктивно и в явных терминах интегральных представлений описать функции из новых пространств и далее исследовать операторы Теплица на этих пространствах. Фактически эти результаты и являются основными результатами, выносимыми на защиту. Идея введения нормы таким внешним образом, то есть в образах Фурье, не является новой, но, несомненно, данное исследование является новым, а обоснование такого определения и доказательство основных свойств рассматриваемых пространств требует существенного использования современных подходов функционального анализа, в частности теории обобщенных функций.

Помимо введения, диссертационная работа включает в себя три главы. В первой главе рассматриваются весовые пространства на единичном круге $\mathbb{D}$ со смешанной нормой, определенной в терминах коэффициентов Фурье (дискретного преобразования Фурье). Именно, определяется пространство $L^{q,X}(\mathbb{D})$ со смешанной нормой

$$|f| = \left(\sum\nolimits_{n\in\mathbb{Z}} |f_n|^q_{X(I)}\right)^{1/q},$$

где $I = (0,1)$ и f_n обозначают коэффициенты Фурье. Под $\mathcal{A}^{q,X}(\mathbb{D})$ понимается его подпространство аналитических в $\mathbb{D}$ функций.

Изложение в первой главе начинается с общего случая, когда $X(I)$ есть произвольное банахово пространство, являющееся подпространством весового пространства $L^1_\lambda(I)$. Доказывается теорема о полноте пространства $L^{q,X}(\mathbb{D})$, приводится достаточное условие ограниченности весового проектора из $L^{q,X}(\mathbb{D})$ в $\mathcal{A}^{q,X}(\mathbb{D})$ и далее дается критерий ограниченности и компактности оператора Теплица с радиальным символом в $\mathcal{A}^{q,X}(\mathbb{D})$. Все эти результаты формулируются в конструктивных и понятных терминах. Далее, детально рассматривается весовой случай $X(I) = L^p_\lambda(I)$. Соответствующее пространство аналитических функций обозначается $\mathcal{A}^{q,p}_\lambda(\mathbb{D})$. Приводится теорема о вложении в пространство Харди, теорема о представлении функций из рассматриваемых пространств в виде дробных производных от аналитических функций с коэффициентами Тейлора из l^q_+. Наконец, в явном виде выписываются операторы, осуществляющие изометрический изоморфизм между $\mathcal{A}^{q,p}_\lambda(\mathbb{D})$ и l^q_+.

Аналогичные результаты получены во второй и третьей главах, в которых рассматриваются пространства со смешанной нормой, определенные в образах Фурье (Меллина) и связанные с декартовой и полярной системами координат на полуплоскости, соответственно. Определение фактически повторяется с той разницей, что во второй главе дискретное преобразование Фурье заменяется на непрерывное преобразование Фурье и суммирование со степенью q – на интегрирование по оси со степенью q, а в третьей главе используется преобразование Меллина. Существенной разницей является то, что фактически все результаты в этих главах получены для весового конкретного случая, но это и есть основные результаты, выносимые на защиту.

Отметим несколько замечаний к работе.

1. По-видимому, при построении операторов типа R_λ, R_λ^{-1} осуществляющих изометрический изоморфизм (см., например, теорему 3.10 во второй главе), в качестве пространства образов аналитических функций можно брать весовое L^q, с некоторым весом, зависящим от параметра λ. При этом, конструкция самих операторов R_λ несколько упростится.

2. Для различных функций, определенных в (3.15) и (4.21) во второй и третьей главах испрользуется один и тот же символ $\gamma_{a,\lambda}$, это несколько путает читателя.

Общая оценка диссертационной работы.

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования и не меняют общей положительной оценки работы. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации, которая выполнена на актуальную тему и на высоком научном уровне. Ее результаты представляют собой определенное достижение в теории банаховых пространств аналитических функций и создают очевидные перспективы дальнейшего развития этой теории. Все эти результаты диссертации являются новыми и снабжены подробными доказательствами, опубликованы в российских и международных журналах, индексируемых в базах данных WoS, Скопус и РИНЦ, и докладывались на престижных российских и международных конференциях

В целом диссертация Смирновой И. Ю. является законченной научно - квалификационной работой, выполненной на высоком научном уровне и полностью соответствующей требованиям новизны, научно - практической значимости и достоверности, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой кандидата физико - математических наук. Она соответствует всем требованиям, предъявляемым Южным фелеральным университетом, в том числе критериям п. 2.1 Положения о присуждении ученых степеней в ФГАОУ ВО "Южный федеральный университет"по диссертациям на соискания кандидату наук, а ее автор, Смирнова Ирина Юрьевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:
Солдатов Александр Павлович
доктор физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры
высшей математики ФГБОУ ВО
«Национальный исследовательский
университет МЭИ», г. Москва

Подпись удостоверяю
Заместитель начальника Управления
по работе с персоналом Л.И.Полевая