

На правах рукописи

ДЖАНТЕМИРОВ Ауес Хасамбиевич

**ДВУХЖИДКОСТНАЯ СИСТЕМА НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В
СИЛЬНО СВЯЗАННЫХ ЭЛЕКТРОННОМ И ФОНОННОМ
ПОЛЯХ И СВОЙСТВА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КУПРАТОВ**

1.3.8. Физика конденсированного состояния

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Ростов-на-Дону

2025

Работа выполнена на кафедре теоретической и вычислительной физики физического факультета Южного федерального университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент
Мясникова Анна Эдуардовна
(Южный федеральный университет, физический факультет, кафедра теоретической и вычислительной физики, профессор)

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Кирпиченков Валерий Яковлевич
(Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М. И. Платова, кафедра «Физика и фотоника», профессор)

кандидат физико-математических наук, доцент
Шнейдер Елена Игоревна
(Институт физики СО РАН, лаборатория физики магнитных явлений, старший научный сотрудник)

Защита диссертации состоится **10 сентября 2025 года в 15.00** часов на заседании диссертационного совета **ЮФУ801.01.06** по физико-математическим наукам (спец. 1.3.8. Физика конденсированного состояния и 1.3.20. Кристаллография, физика кристаллов), при НИИ физики ЮФУ по адресу: Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 194, НИИ физики ЮФУ, ауд. 411.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке имени Ю. А. Жданова ЮФУ по адресу: Ростов-на-Дону, ул. Зорге, 21Ж, и на официальном сайте: <https://hub.sfedu.ru/diss/show/1345268/>.

Автореферат разослан

_____июля 2025

Отзывы на автореферат (укажите дату, свои фамилию, имя, отчество полностью, ученую степень со специальностью, звание, организацию, подразделение, должность в подразделении, адрес, телефон, e-mail, своё согласие на обработку персональных данных и с нумерацией страниц) в 2 экземплярах, с заверенной подписью рецензента и печатью организации, просим направлять Гегузиной Г. А., учёному секретарю диссертационного совета ЮФУ801.01.06 при НИИ физики ЮФУ по адресу: 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 194, НИИ физики ЮФУ, а также в формате .pdf - на e-mail: geguzina@sfedu.ru.

Учёный секретарь диссертационного совета ЮФУ801.01.06
при НИИ физики ЮФУ Гегузина Галина Александровна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Несмотря на значительный прогресс в экспериментальных методах исследования высокотемпературных сверхпроводников, выявление ряда уникальных характеристик, а также обнаружение высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) в новых классах материалов [1], решающего прогресса в теоретическом расчёте температуры перехода или в понимании природы необычных фаз допированных купратов, таких как псевдощелевая фаза или фаза странного металла [1], на сегодняшний день достигнуто не было. Решить эту проблему возможно, включив в модель допированных купратов другие взаимодействия, помимо электронных корреляций [1], в частности, электрон-фононное взаимодействие (ЭФВ), что позволило бы учесть в расчётах зависимость свойств системы от её структуры.

Смягчение оптических фононных мод с волновыми векторами, близкими к волновому вектору зарядового упорядочения (ЗУ) [3], а также широкие полосы, наблюдаемые в спектрах фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (ARPES) и оптических спектрах [4-9] обычно рассматриваются как признаки сильного ЭФВ в купратах. Модуляция локальной плотности состояний за счёт связи с фононной модой B_{1g} , наблюдаемой в спектрах неупругого туннелирования [10], и флуктуации тока, зафиксированные методом сканирующей спектроскопии шумов [11], представляют собой новые экспериментальные доказательства сильного ЭФВ в купратах.

Открытие ВТСП с $T_c = 109$ К на границе мономолекулярного слоя FeSe, эпитаксиально выращенного на подложке из $SrTiO_3$ [12], позволило лучше понять важность учёта ЭФВ при исследовании природы ВТСП. Действительно, с одной стороны, сильное ЭФВ характерно для подложки из $SrTiO_3$, с другой – свойства нового интерфейсного сверхпроводника существенно отличаются от предсказаний подходов, учитывающих только

электронные корреляции [1]. Поскольку построение отдельной теории для каждого типа высокотемпературных сверхпроводников не представляется привлекательным [1], имеет смысл учитывать, помимо электронных корреляций, также роль кристаллической решётки (в частности, ЭФВ) для более унифицированного описания их свойств [1].

Электронные корреляции, определяющие зонную структуру купратов, обычно рассматриваются в узельном представлении, что технически облегчает добавление к ним короткодействующего холстейновского электрон-фононного взаимодействия [7, 13], которое, однако, приводит к формированию поляронов и биполяронов малого радиуса с очень низкой подвижностью и ограниченных по размеру элементарной ячейкой, что исключает сосуществование с делокализованными носителями, в отличие от случая с сильным дальнедействующим ЭФВ. В результате проводимость систем с малыми поляронами и биполяронами оказывается на порядки ниже, чем та, что наблюдается в купратах. Кроме того, сильно поляризующаяся ионная кристаллическая решётка купратов благоприятствует дальнедействующему фрелиховскому ЭФВ [14].

Таким образом, изучение роли ЭФВ в формировании свойств купратных высокотемпературных сверхпроводников имеет важнейшее значение для понимания природы сверхпроводимости в них и развитие теоретических моделей, учитывающих ЭФВ, остаётся актуальной проблемой современной физики конденсированного состояния.

Цель работы – развить биполяронную модель сверхпроводимости купратных высокотемпературных сверхпроводников на основе двухжидкостной системы носителей заряда в сильно связанных электронном и фононном полях, рассчитать наблюдаемые свойства модели и сравнить с экспериментальными данными по сверхпроводящим купратам.

Для достижения цели поставлены следующие **задачи**:

1) разработать двухжидкостную модель системы носителей заряда в сильно связанных электронном и фононном полях при высокой плотности носителей заряда;

2) развить метод определения основного и возбуждённых состояний системы сильно связанных электронного и фононного полей при высокой плотности носителей заряда;

3) построить зависимость энергии связи биполярона от его радиуса, используя модифицированный вариационный метод, в рамках которого варьирование ведётся при фиксированном радиусе биполярона по остальным параметрам волновой функции носителей заряда в биполяроне;

4) вариационным методом получить вектор основного состояния системы с периодическим расположением биполяронов в области ближнего порядка в биполяронной жидкости, включая вектор состояния фононного поля в представлении когерентных состояний и определить связь размера биполярона и волнового вектора \mathbf{K}_{CO} зарядового упорядочения;

5) в рамках двухжидкостной модели системы носителей заряда выявить связь \mathbf{K}_{CO} и \mathbf{k}_0 – вектора, разделяющего импульсное пространство на две области: с возможностью автолокализации носителей заряда и без такой возможности;

6) рассчитать спектр резонансного упругого рассеяния рентгеновских лучей от двухжидкостной системы носителей заряда, зависимость интенсивности его максимума при $\mathbf{k} = \mathbf{K}_{CO}$ от соотношения плотностей автолокализованных и делокализованных носителей заряда и форму его сечения при $\mathbf{k} = \mathbf{K}_{CO}$ и сравнить с наблюдаемыми в купратах;

7) определить влияние потенциала автолокализованных носителей заряда на спектр делокализованных;

8) построить зависимость температуры бозе-конденсации биполяронной жидкости от числа проводящих слоёв в элементарной ячейке и

9) развить метод расчёта постоянной Холла в системах сосуществующих автолокализованных и делокализованных носителей заряда; рассчитать постоянную Холла для различных уровней допирования как функцию температуры.

Научная новизна результатов. Впервые

1) предложена двухжидкостная модель системы носителей заряда в сильно связанных электронном и фононном полях при высокой плотности носителей заряда и развит метод определения основного и возбуждённых состояний такой системы с использованием функции распределения носителей заряда по автолокализованным и делокализованным состояниям в системах, где возможно их сосуществование;

2) выявлена связь размера биполярона и волнового вектора зарядового упорядочения на основе полученного вектора основного состояния системы с периодическим расположением;

3) определена связь вектора зарядового упорядочения и вектора, разделяющего в рамках двухжидкостной модели импульсное пространство на область, сосуществования автолокализованных и делокализованных носителей и область доступную делокализованным носителям независимо от присутствия в системе автолокализованных носителей;

4) рассчитан спектр резонансного упругого рассеяния рентгеновских лучей от двухжидкостной системы носителей заряда и получена асимметрия сечения пика в спектре вблизи волнового вектора зарядового упорядочения;

5) вариационным методом найдена зависимость равновесного радиуса биполярона от уровня допирования и показано, что равновесный радиус биполярона при высокой плотности носителей заряда меньше радиуса изолированного биполярона и

6) развит метод расчёта постоянной Холла в системах сосуществующих автолокализованных и делокализованных носителей заряда.

Теоретическая значимость определяются тем, что предложена двухжидкостная модель системы носителей в сильно связанных электронном и фононном полях при высокой плотности носителей заряда, в рамках которой удалось получить основное и слабо возбуждённые состояния сильно взаимодействующих электрон-фононных систем с дисперсией, наблюдаемой в

сверхпроводящих купратах, а также установить связь волнового вектора зарядового упорядочения и равновесного радиуса биполярона и рассчитать свойства этих систем, которые находятся в согласии с наблюдаемыми в купратных сверхпроводниках. Полученные результаты закладывают основу теории систем с сильным дальнедействующим электрон-фононным взаимодействием и высокой плотностью носителей заряда и вносят вклад в развитие теории высокотемпературной сверхпроводимости.

Практическая значимость. Развитие теоретических моделей высокотемпературной сверхпроводимости имеет ключевое значение для фундаментального понимания природы этого явления. Углублённый анализ механизмов сверхпроводящего перехода, в частности, с учётом свойств биполяронного конденсата, позволяет выявить факторы, определяющие критическую температуру и другие важные характеристики высокотемпературных сверхпроводников. Полученные результаты могут в перспективе определить более оптимальные пути разработки новых соединений с улучшенными параметрами. Это, в свою очередь, открывает перспективы для применения таких материалов в ряде прикладных областей – от квантовых вычислений и магнитной томографии до энергетики и транспорта. Таким образом, развитие теоретических моделей напрямую влияет на расширение возможностей практического использования сверхпроводящих технологий.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Основное и слабо возбуждённые состояния сильно взаимодействующих электрон-фононных систем с купратоподобной дисперсией при плотности носителей заряда, соответствующей уровню допирования дырками $0.05 < p < 0.25$, представляет собой двухжидкостную систему носителей заряда, включающую Бозе-жидкость биполяронов большого радиуса двух знаков заряда и Ферми-жидкость делокализованных носителей заряда. В дырочно-допированной системе с уровнем допирования $p \leq 0.1$ при низкой

температуре делокализованные дырки отсутствуют, что согласуется со спектрами фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением и с чисто электронной поверхностью Ферми купратов при таких условиях.

2. Биполярная жидкость проявляется в экспериментах как зарядовое упорядочение с малой длиной когерентности, соответствующей размеру области ближнего порядка в жидкости; равновесный размер биполярона связан с волновым вектором зарядового упорядочения, рассчитанные значения этого вектора и их зависимость от допирования находятся в согласии с наблюдаемыми в купратах.

3. В рамках двухжидкостной модели системы носителей заряда равновесный размер биполярона определяет величину волнового вектора, ограничивающего область, доступную делокализованным носителям независимо от присутствия в системе автолокализованных носителей. Его рассчитанные значения согласуются с наблюдаемыми в купратах величинами волнового вектора “водопада” в спектре фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением и волнового вектора зарядового упорядочения.

4. Полученные в рамках двухжидкостной модели рост температуры сверхпроводящего перехода при увеличении числа проводящих слоёв в элементарной ячейке, температурная и концентрационная зависимость коэффициента Холла, а также положение и форма сечения пика в спектре резонансного рассеяния рентгеновских лучей на биполярной жидкости согласуются с наблюдаемыми в купратах.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на Седьмом международном молодёжном симпозиуме «Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов (Анализ современного состояния и перспективы развития) (LFPM-2018)» («Physics of Lead-Free Piezoactive and Related Materials (Analysis of Current State and Prospects of Development)» («LFPM-2018»)) (Ростов-на-Дону, 2018); «38 совещании по физике низких температур (НТ-38)» (Ростов-на-Дону, 2018),

«7th International school for young researchers “Smart nanomaterials”» (Ростов-на-Дону, 2018); «ЛШ Школа ПИЯФ по физике конденсированного состояния» (Санкт-Петербург, 2019); Международном молодёжном научном форуме «Ломоносов-2022» (Москва, 2022), Двенадцатом международном междисциплинарном молодёжном симпозиуме «Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов. Моделирование эко-систем (Анализ современного состояния и перспективы развития)» (LFPM-2023) (Ростов-на-Дону, 2023), Международном молодёжном научном форуме «Ломоносов-2024» (Москва, 2024); Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспективы развития фундаментальных наук» (Томск, 2024); XI Международной молодёжной научной конференции, посвящённой 75-летию основания физико-технологического института «Физика. Технологии. Инновации» (Екатеринбург, 2024).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 3 статьях в международных научных журналах, индексируемых в базе данных Scopus, а также в тезисах 10 докладов в сборниках трудов конференций различного уровня. Список основных публикаций автора по теме диссертации, снабжённых литерой А, приведён в конце диссертации.

Личный вклад автора. Автор составил основные программы для расчётов, получил с их помощью основные результаты, участвовал в написании совместных публикаций и представлял результаты исследования на конференциях международного, всероссийского и регионального уровней. С научным руководителем определены тема и задачи, проводились анализ и обсуждение основных результатов, выводов и научных положений, выносимых на защиту.

Объём и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх разделов, заключения, 2 приложений и списка литературы из 106 источников, изложенных на 105 страницах, включая 20 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цели и задачи исследования, показана научная новизна, теоретическая и практическая значимость основных результатов и выводов, представлены основные научные положения, выносимые на защиту.

В **первом** разделе представлен литературный обзор основных известных результатов экспериментальных и теоретических исследований ВТСП и особенно купратных, и возникших проблем, требующих решения.

Второй раздел посвящён построению основного состояния систем носителей заряда в сильно связанных электронном и фононном полях с высокой плотности носителей вариационным методом [A1], также численному моделированию свойств системы в основном состоянии, таких как радиус биполярона, спектр резонансного рентгеновского излучения, энергия связи биполярона, волновой вектор зарядового упорядочения, а также численному моделированию влияния биполяронной жидкости на спектр делокализованных носителей [A6 - A8]. Также здесь определяется связь между радиусом биполярона и волновым вектором зарядового упорядочения

Для построения распределения носителей по состояниям, локализованным в объёме V_0 , используется метод Гиббса. В случае изотропной среды с сильным фрёлиховским ЭФВ импульсное пространство носителей можно разбить на две части: при $k < k_0$, соответствующую "холодным" носителям, и при $k > k_0$, в которой находятся "горячие" носители. Пороговое значение импульса k_0 соответствует максимальному значению импульса автолокализованного состояния. Оно может быть определено из соотношения неопределённостей.

В системах с выраженной анизотропией наибольший интерес представляет определение максимального импульса k_0 в плоскости проводимости, либо его проекции $k_{0x} = k_{0y}$. Для оценки этих компонентов в модели рассматриваются области пространственной локализации носителей

заряда в биполярном состоянии, имеющие квадратные проекции на плоскость проводимости:

$$(2\hbar k_{0x})^2 (2R_{\text{bip}})^2 = (2\pi\hbar)^2, \quad k_{0x} = \pi/2R_{\text{bip}}. \quad (1)$$

Причиной выбора именно таких областей локализации является возможность покрытия ими всей плоскости проводимости.

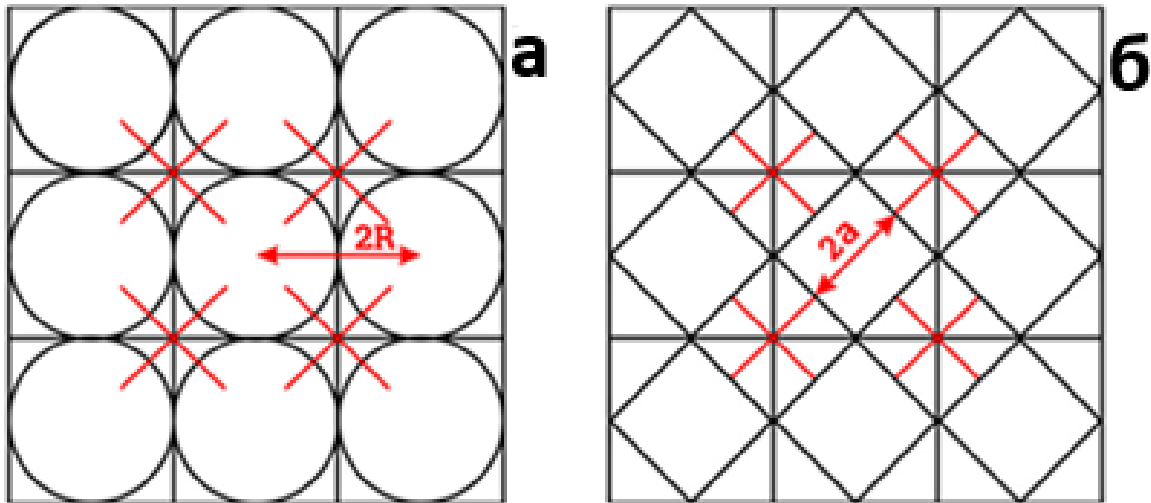


Рисунок 1 – Расположение электронных биполяронов и дырочных биполяронов (крестики) при плотности $n \geq n_0$, где $n_0 = 2/(2R_{\text{bip}})^2$ – плотность электронов в электронных биполярных состояниях – (а); форма и размеры электронных и дырочных биполяронов, использованные в расчётах с учётом их взаимодействия: квадраты – электронные биполяроны, не окружённые дырочными биполяронами, ромбы – дырочные биполяроны и электронные биполяроны, окружённые дырочными биполяронами – (б).

Для описания основного нормального состояния системы разрабатывается вариационный метод, в рамках которого используются два класса волновых функций, соответствующие автолокализованным и делокализованным носителям. С использованием этого метода далее проводится минимизация по радиусу биполярона полной энергии системы, включающей энергии локализованных и делокализованных электронов из нижней части нижней хаббардовской зоны, локализованных и делокализованных дырок, а также всех форм взаимодействий между биполярными состояниями и компенсационными зарядами.

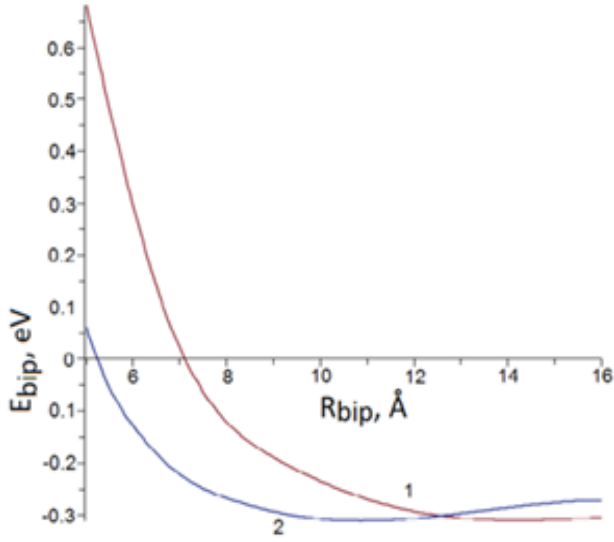


Рисунок 2 – Рассчитанная зависимость энергии связи биполярона от его радиуса в анизотропной системе с $m^* = m_e$ в проводящей плоскости и $m^* = 10m_e$ в перпендикулярном направлении, при $1/\varepsilon^* = 0.3$, $\varepsilon_0 = 30$; кривые 1 и 2 соответствуют квадратному биполярону ($a = 2R_{bip}$) и ромбическому ($2a = 2R_{bip}/\sqrt{2}$) соответственно, как показано на рисунке 1, б

Функция $E_{bip}(R_{bip})$ определяется на основе гамильтониана Фрëлиха, модифицированного для случая высокой плотности носителей:

$$H = \sum_{i=1, j=1}^{2, N} \left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta_{\mathbf{r}_{ij}} - \sum_{\mathbf{k}} \frac{e}{k} \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{V\varepsilon^*}} [b_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{i,j}} + b_{\mathbf{k}}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{i,j}}] \right) + \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}} + \frac{e^2}{\varepsilon_{\infty}} \sum_{j=1}^N \frac{1}{|\mathbf{r}_{1,j} - \mathbf{r}_{2,j}|}. \quad (2)$$

В адиабатическом приближении вектор состояния полной системы, включающей электронные и фоновые подсистемы, представляется в виде произведения электронной волновой функции и вектора состояния фононного вакуума. Волновая функция основного состояния системы имеет вид:

$$|S\rangle = \prod_i \psi(\mathbf{r}_{1i} - \mathbf{R}_i, \mathbf{r}_{2i} - \mathbf{R}_i) \prod_{\mathbf{k}} |d_{\mathbf{k}}\rangle, \quad (3)$$

где \mathbf{R}_i – координаты центра i -го биполярона.

Рассматривая нулевую (или близкую к нулю) температуру, можно пренебречь возбужденными фоновыми состояниями. Деформация фононного вакуума, индуцируемая сильным электрон-фононным взаимодействием, описывается в базисе когерентных состояний, где средние значения фононных операторов рождения/уничтожения принимают вид:

$$\langle b_{\mathbf{k}} \rangle = d_{\mathbf{k}}, \quad \langle b_{\mathbf{k}}^+ \rangle = d_{\mathbf{k}}^*, \quad d_{\mathbf{k}} = |d_{\mathbf{k}}| e^{i\varphi_{\mathbf{k}}}. \quad (4)$$

Среднее значение гамильтониана (2) в описанном в уравнении (3) состоянии принимает форму:

$$\begin{aligned}
\langle H \rangle = & \sum_{i=1, j=1}^{2, N} \left\langle -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta_{\mathbf{r}_{ij}} \right\rangle + \frac{e^2}{\varepsilon_\infty} \sum_{j=1}^N \left\langle \frac{1}{|\mathbf{r}_{1,j} - \mathbf{r}_{2,j}|} \right\rangle \\
& - \sum_{i=1}^N \sum_{\mathbf{k}} \frac{e}{k} \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{V\varepsilon^*}} \iint [d_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{1i}} + d_{\mathbf{k}}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{2i}} + d_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{2i}} \\
& + d_{\mathbf{k}}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{1i}}] |\psi(\mathbf{r}_{1i} - \mathbf{R}_i, \mathbf{r}_{2i} - \mathbf{R}_i)|^2 d\mathbf{r}_{1i} d\mathbf{r}_{2i} \\
& + \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} |d_{\mathbf{k}}|^2.
\end{aligned} \tag{5}$$

Используя трансляционную инвариантность волновой функции биполярона, можно перейти к переменным $\mathbf{r}_{1i} = \mathbf{R}_i + \mathbf{r}'_1$, $\mathbf{r}_{2i} = \mathbf{R}_i + \mathbf{r}'_2$, и, в результате, выражение для среднего значения энергии взаимодействия ЭФВ принимает вид:

$$\begin{aligned}
\langle H_{\text{ЭФВ}} \rangle = & - \sum_{\mathbf{k}} \frac{e}{k} \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{V\varepsilon^*}} \iint \left\{ (d_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'_1} + d_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'_2}) \sum_{i=1}^N e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} \right. \\
& \left. + (d_{\mathbf{k}}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}'_1} + d_{\mathbf{k}}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}'_2}) \sum_{i=1}^N e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} \right\} |\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2)|^2 d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2
\end{aligned} \tag{6}$$

В случае периодического размещения биполяронов по квадратной решётке (рисунок 1 а), суммы по индексам принимают вид:

$$\sum_{i=1}^N e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} = \sum_{i=1}^N e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_i} = N\delta_{\mathbf{k}\mathbf{K}_{\text{CO}}}, \tag{7}$$

где \mathbf{K}_{CO} удовлетворяет условию $\mathbf{K}_{\text{CO}}\mathbf{R}_i = 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. Важно отметить, что в отличие от обычных кристаллических систем, \mathbf{K}_{CO} не является вектором обратной решётки, поскольку периодичность здесь обусловлена пространственным расположением биполяронов, зависящим от уровня допирования. Периодичность определяется векторами $i2R_{\text{bip}}$ и $j2R_{\text{bip}}$ вдоль осей x и y , соответственно, а значит проекции волнового вектора \mathbf{K}_{CO} :

$$K_{\text{CO}x} = K_{\text{CO}y} = \frac{2\pi}{2R_{\text{bip}}} = \frac{a_0}{2R_{\text{bip}}} \text{ (r.l.u.)}, \tag{8}$$

где a_0 – параметр решётки, r.l.u. – единица обратной решётки (1 r.l.u. = $2\pi/a$).

Для численного моделирования упругого рентгеновского рассеяния (REXS) на биполяронной жидкости моделировались мгновенные положения носителей в биполяронном состоянии [A1, A5]. Для этого применяется

приближённое трёхступенчатое вероятностное распределение, согласно которому случайное отклонение носителя от наиболее вероятной позиции принимается каждый раз в случае попадания в область максимальной плотности вероятности (внутреннюю зону). При попадании в среднюю зону отклонение принимается с вероятностью $1/2$, а для внешней – с вероятностью $1/4$. Такая схема позволяет имитировать флуктуации положений носителей в пределах биполярона с учётом пространственной структуры волновой функции.

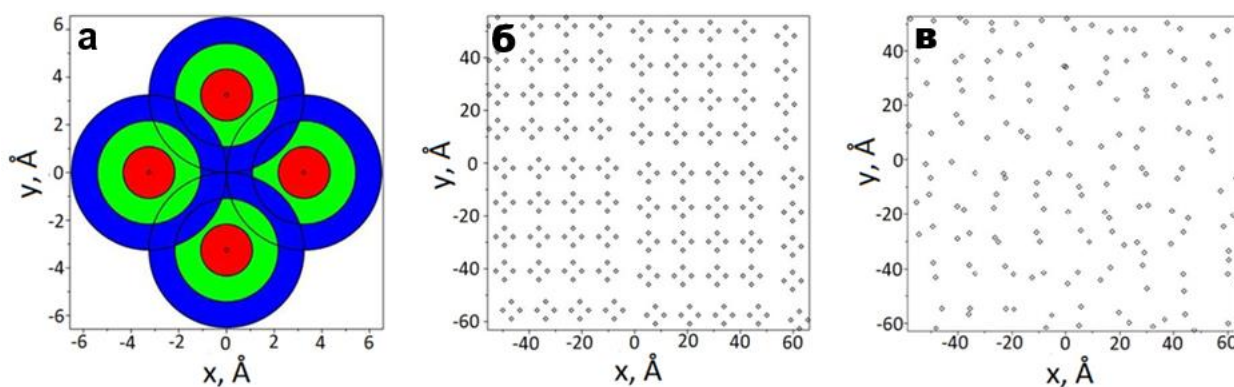


Рисунок 3 – Моделирование волновой функции с использованием случайных сдвигов мгновенных положений носителей относительно их среднего значения – (а); кластеры биполяронов с размером порядка длины когерентности – (б); пример мгновенного расположения носителей заряда при введении случайных отклонений – (в)

Для оценки сигнала REXS от полученного распределения носителей, рассеянная волна вычисляется как суперпозиция волн, рассеянных каждым индивидуальным носителем с учётом соответствующей фазы:

$$S = \sum_{m=1}^n e^{ikr_m}. \quad (9)$$

Для каждого значения волнового вектора проводится генерация ряда реализаций конфигурации носителей (рисунок 3), на основе которых далее вычисляется усреднённая интенсивность рассеяния. На рисунке 5 продемонстрированы рассчитанные спектры REXS.

Для исследования влияния биполярной жидкости на спектр делокализованных носителей используется простейшая модель среды с периодически модулированным (гармоническим) электрическим потенциалом, обусловленным распределением заряда биполяронов [А1, А6-А8]. Каждый период потенциала разбивается на большое число слоёв с постоянным потенциалом в слое и применяется стандартный матричный метод для описания распространения квантовых частиц через слоистую среду. Матрица, связывающая амплитуды волновых функций слева и справа от границы между слоями, получается из стандартных граничных условий. Эффект многослойности описывается как умножение этих матриц. Распространение квазичастиц с заданной энергией в непоглощающей среде легко вычисляется из полученной матрицы.

Результаты расчёта волнового вектора зарядового упорядочения по формуле (8) показывают его рост с увеличением электронного допирования (рисунок 4, а), а для систем с дырочным допированием – характерный спад волнового вектора в области оптимального допирования (рисунок 4, б).

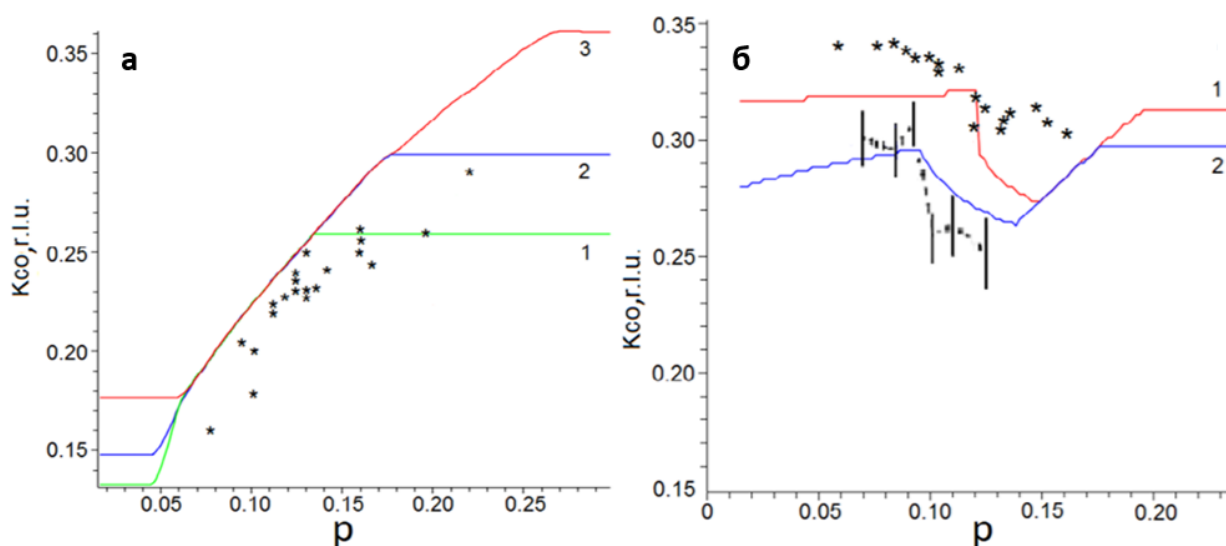


Рисунок 4 – Зависимость волнового вектора ЗУ от уровня допирования; случай электронного (а) и дырочного (б) допирования с учётом взаимодействия биполяронов.

Звёздочками указаны экспериментальные результаты для купратов.

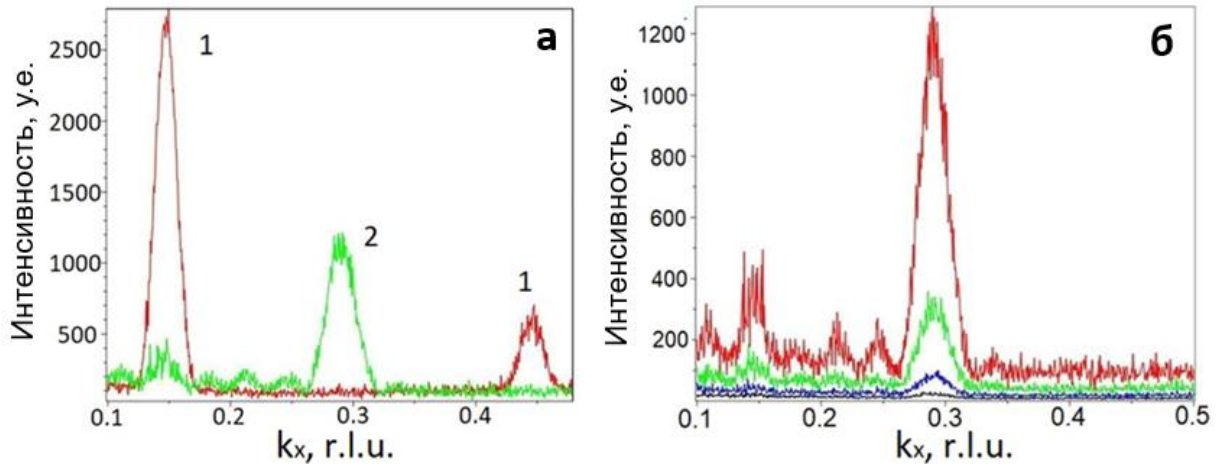


Рисунок 5 – Спектры REXS, рассчитанные при высокой плотности биполяронов в нодальном (кривая 1, красная) и антинодальном (кривая 2, зелёная) направлениях как функции k_x - (а); спектры REXS в антинодальном направлении, рассчитанные для четырёх уровней допирования, от нижней кривой к верхней: 5, 10, 20 и 40 позиций биполяронов заполнены из 40 возможных, соответственно - (б).

В третьем разделе рассматриваются [A2, A3] возбуждённые состояния системы. Для этого рассчитывается свободная энергия системы и сравнивается с энергией системы без биполяронной жидкости. При этом учитывается поправка к энергии, возникающая за счёт появления псевдощели. Здесь описаны методы расчёта температуры сверхпроводящего перехода и коэффициента Холла, а также результаты этих расчётов. Нами используется для электронов и дырок функция распределения в системах, где возможно сосуществование автолокализованных и делокализованных носителей заряда, в предположении, что электронные и дырочные биполяроны имеют равные радиусы. Площадь пересечения электронного биполярона (области, где сосредоточено 90 % заряда электронов в биполяроне) с проводящей плоскостью равна $2R^2$, то же самое справедливо и для дырочного биполярона, вместе их площади образуют "элементарную ячейку" локального порядка в биполяронной жидкости площадью $S_0 = 4R^2$. Это минимальная область, свободная энергия которой необходима для получения плотности свободной энергии для последующей минимизации. Плотность свободной энергии системы при фиксированной температуре:

$$F = (n_{\text{bip}}^{\text{h}} E_{\text{bip}}^{\text{h}} + n_{\text{bip}}^{\text{el}} E_{\text{bip}}^{\text{el}} + n_{\text{pol}}^{\text{h}} E_{\text{pol}}^{\text{h}} + n_{\text{pol}}^{\text{el}} E_{\text{pol}}^{\text{el}} + E_{\text{colddel}}^{\text{h}} + E_{\text{colddel}}^{\text{el}}) / S_0 + E_{\text{hot}}^{\text{h}} + E_{\text{hot}}^{\text{el}} + \Delta E_{\text{PG}} + E_{\text{int}}, \quad (10)$$

включает в себя плотность энергии холодных и горячих дырок, а также плотность энергии холодных и горячих электронов с импульсами до $k_{0\text{max}}$, приращение ΔE_{PG} плотности энергии электронов в присутствии псевдощели и плотность энергии взаимодействия (би)поляронов между собой E_{int} :

$$\Delta E^{\text{PG}} = \frac{2}{(2\pi)^2} \left[(2\pi - 8\varphi_0) \int_{k_{F0}}^{k'_{1/2}} \varepsilon(k') k' dk' - 8\varphi_0 \int_{k'_{1/2}}^{\pi/a} \varepsilon(k') k' dk' \right], \quad (11)$$

При этом используется дисперсия носителей, которая моделирует дисперсию купратов. В области минимума энергии электронов она имеет параболическую форму, а в области минимума энергии дырок – квазипараболическую (рисунок 6, б).

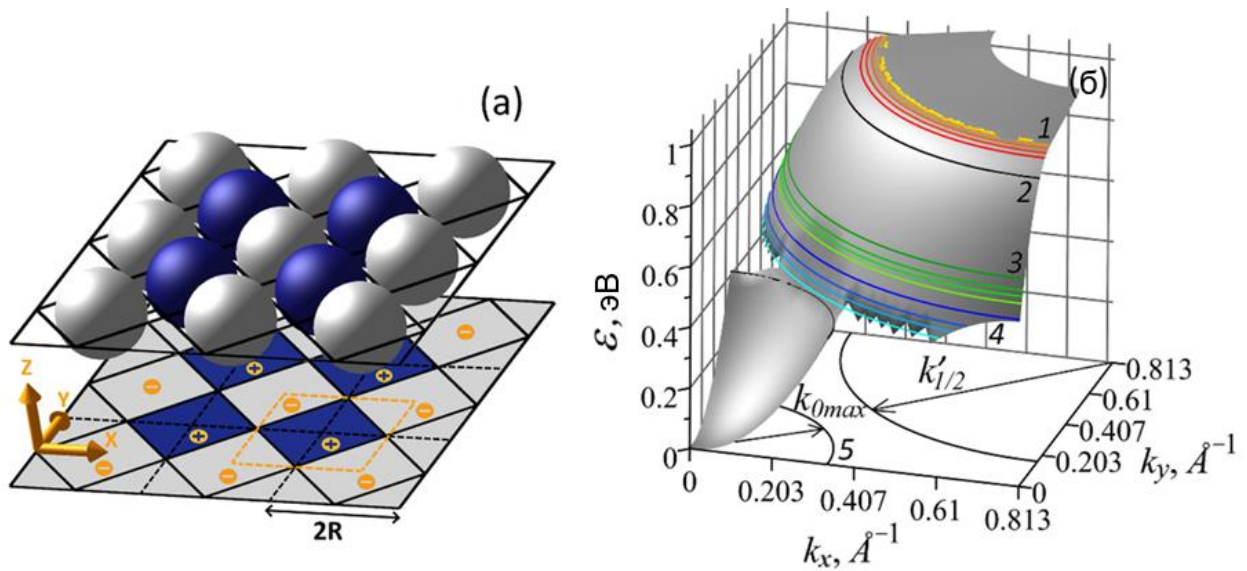


Рисунок 6 – Эскиз области (би)поляронной жидкости с локальным порядком, электронные и дырочные (би)поляроны – серые и синие сферы. Область, приходящаяся на один электронный (дырочный) (би)полярон, показана пунктирными чёрными (жёлтыми) линиями снизу, и пересечения проводящей плоскости с областями, содержащими 90 % заряда электронного (дырочного) биполарона (90° ромбов с диагоналями $2R$), выделены серым (синим) цветом в нижней части - (а) и дисперсия носителей в нижней хаббардовской зоне, использованной в расчётах, параболическая вблизи дна и квазипараболическая - вблизи минимальной энергии дырки - (б).

Для расчёта температуры бозе-конденсации биполярной жидкости сначала вычисляется импульс \mathbf{P}_n нормальной части бозе-жидкости, приходящийся на единицу площади рассматриваемой квазидвумерной системы, при малой скорости \mathbf{v} жидкости:

$$\mathbf{P}_n = \int \hbar \mathbf{k} n(\zeta - \hbar(\mathbf{k}\mathbf{v})) \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \approx -\frac{\mathbf{v}\hbar^2}{2} \int k^2 \frac{\partial n}{\partial \zeta} \frac{d^2k}{(2\pi)^2}. \quad (12)$$

Данное приближение основывается на разложении распределения Бозе, что допустимо при малых \mathbf{v} . Кроме того, предполагается изотропность среды в проводящей плоскости, что позволяет выразить импульс в форме $\mathbf{P}_n = M\mathbf{v}$, где M представляет собой эффективную массу всей нормальной части бозе-жидкости в рассматриваемой системе.

Плотность биполяронов в Бозе-паре в одном проводящем слое при заданной температуре:

$$n_{\text{vap}} = \frac{\hbar^2}{4\pi M_{\text{bip}}^* k_B T} \int_0^{k_{\text{max}}} \frac{e^{\zeta/k_B T}}{(e^{\zeta/k_B T} - 1)^2} k^3 dk. \quad (13)$$

Если при данной температуре плотность биполяронов в слое, n_{bip} , превышает величину n_{vap} , то происходит формирование конденсированной фазы за счёт избытка биполяронов. Таким образом, критическая температура фазового перехода в сверхпроводящее состояние определяется из условия равенства $n_{\text{vap}} = n_{\text{bip}}$, где последняя величина рассчитывается посредством минимизации свободной энергии системы при заданной температуре.

Спектр элементарных возбуждений биполярной жидкости различный для систем с разным количеством проводящих слоёв в элементарной ячейке за счёт взаимодействия биполяронов из соседних слоёв. На рисунке 7 показаны спектры элементарных возбуждений (γ), зависимость энергии и эффективной массы (би)полярона от радиуса биполярона, для систем с одним и двумя проводящими слоями в элементарной ячейке. На нём видно, что спектр элементарных возбуждений системы с двумя проводящими слоями оказывается выше, чем у системы с одним проводящим слоем.

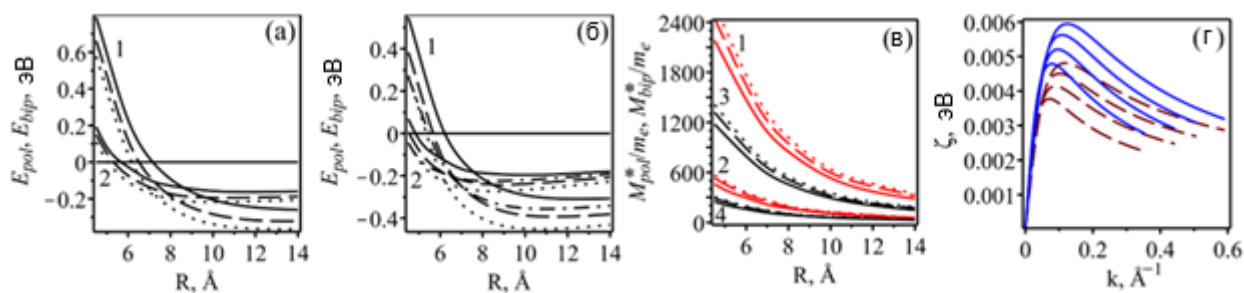


Рисунок 7 – Энергия связи биполярона (1) и полярона (2) как функции их радиуса в системах с 1 и 2 слоями проводимости в элементарной ячейке, соответственно, (а) и (б); эффективная масса биполярона (1, 3) и полярона (2,4) как функции их радиуса в системах с двумя (1, 2) и одним (3, 4) слоями проводимости в элементарной ячейке, где линии: сплошная – $1/\epsilon^* = 0.25$, $m_{\parallel}^* = m_e$; пунктирная – $1/\epsilon^* = 0.28$, $m_{\parallel}^* = m_e$, точечная – $1/\epsilon^* = 0.3$, $m_{\parallel}^* = m_e$; пунктирная с точками – $1/\epsilon^* = 0.25$, $m_{\parallel}^* = 1.2m_e$; $\epsilon_0 = 30$, $m_{\perp}^* = 40m_e$; расстояние между проводящими плоскостями $d = 4.1 \text{ \AA}$, высота биполярона $h = 6 \text{ \AA}$ и $13,6 \text{ \AA}$ для двух- и однослойной систем, соответственно – (в). Спектр элементарных возбуждений биполяронной жидкости для систем с одним (пунктирные линии) и двумя (сплошные линии) слоями проводимости в элементарной ячейке – (г).

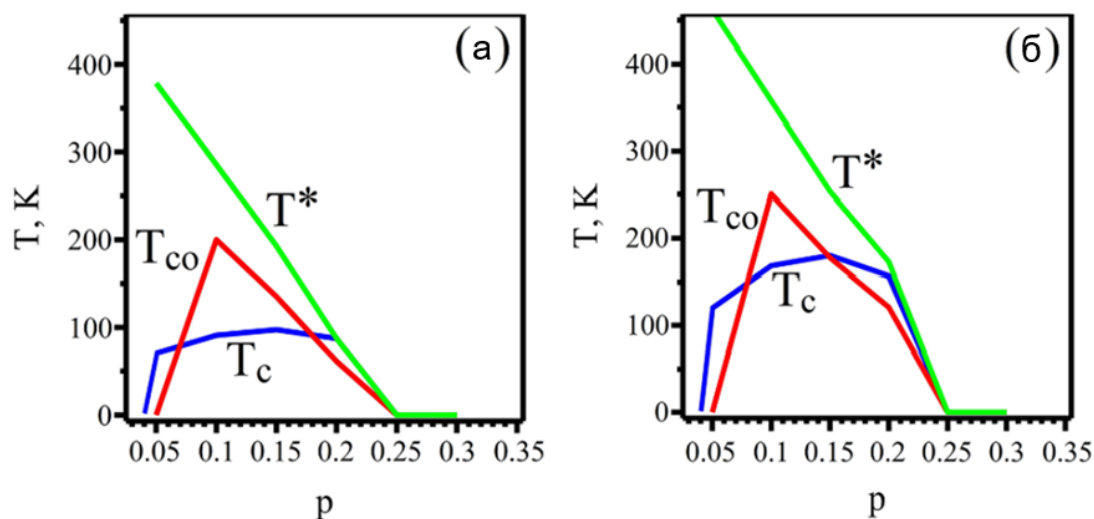


Рисунок 8 – Рассчитанные фазовые диаграммы (ниже зелёной линии T^* существует двухжидкостная фаза и наблюдается псевдощель при дырочной дисперсии, примерно ниже красной линии наблюдается ЗУ, ниже синей линии имеет место СП) для систем с одним (а) и двумя (б) проводящими слоями в элементарной ячейке.

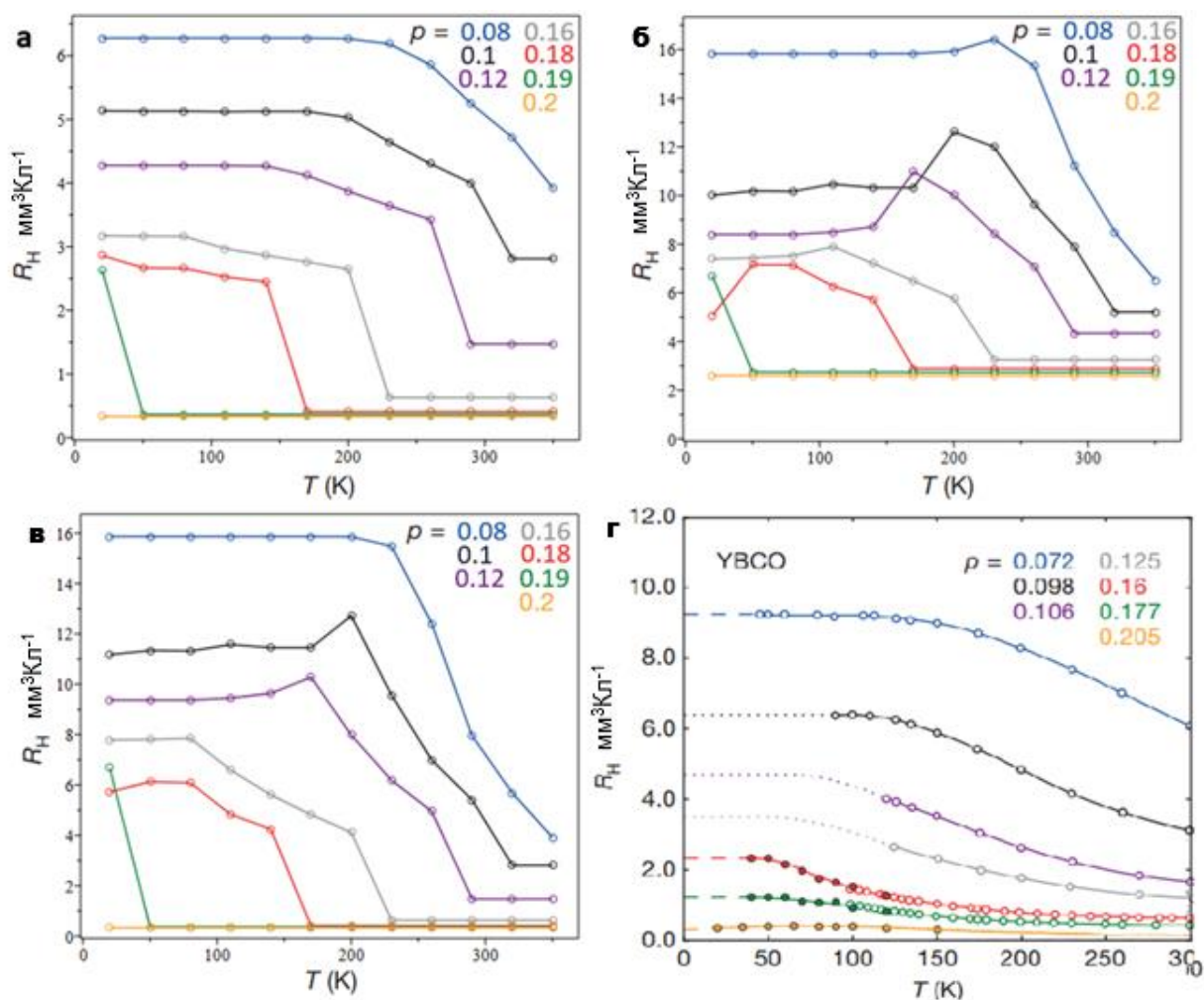


Рисунок 9 – Зависимость коэффициента Холла от уровня допирования при разных температурах; с учётом вовлечения носителей из верхней половины НХЗ – (а); с учётом различия подвижностей автолокализованных и делокализованных носителей ($\mu_h/\mu_{bip} = 8$) – (б); с учётом вовлечения носителей из верхней половины НХЗ и различия подвижностей автолокализованных и делокализованных носителей ($\mu_h/\mu_{bip} = 8$) – (в), и экспериментальные данные, полученные на YBCO [24] – (г).

Для расчёта коэффициента Холла используется модель [A10 - A13], учитывающая различия в подвижности автолокализованных и делокализованных носителей заряда:

$$R_H = \frac{n_h \mu_h^2 + n_{bip} \mu_{bip}^2}{(n_h \mu_h + n_{bip} \mu_{bip})^2}. \quad (14)$$

При этом концентрации носителей получаются минимизацией свободной энергии системы. Кроме этого, рассмотрена модель, учитывающая

возможность участия дырок из верхней половины нижней зоны Хаббарда в формировании R_H . Для этого из экспериментальных данных при высоких температурах, при которых биполярны в системе отсутствуют, определяется доля дырок из верхней половины нижней хаббардовской зоны, вовлечённых в формирование R_H , как функция концентрации делокализованных дырок. Результаты расчёта температурной зависимости коэффициента Холла при разных уровнях допирования представлены на рисунке 9.

В заключении представлены основные результаты и выводы.

1. Развита двухжидкостная модель системы носителей заряда в сильно связанных электронном и фононном полях при высокой плотности носителей заряда.

2. Развита метод определения основного и возбуждённых состояний системы сильно связанных электронного и фононного полей при высокой плотности носителей заряда при использовании функции распределения носителей заряда по автолокализованным и делокализованным состояниям в системах, где возможно их сосуществование и показано, что основное и слабовозбуждённые состояния сильно взаимодействующих электрон-фононных систем с купратоподобной дисперсией при плотности носителей заряда, соответствующей уровню допирования дырками $0.05 < p < 0.25$, представляют собой двухжидкостную систему носителей заряда, включающую Бозе-жидкость биполяронов большого радиуса двух знаков заряда и Ферми-жидкость делокализованных носителей заряда.

3. Получена зависимость энергии связи биполярона от его радиуса при использовании модифицированного вариационного метода, в рамках которого варьирование ведётся при фиксированном радиусе биполярона по остальным параметрам волновой функции носителей заряда в биполяроне.

4. Вариационным методом определён вектор основного состояния системы с периодическим расположением биполяронов в области ближнего порядка в биполяронной жидкости, включая вектор состояния фононного поля в представлении когерентных состояний и получена связь размера биполярона и волнового вектора K_{CO} зарядового упорядочения, а полученная зависимость

его от уровня допирования находится в хорошем согласии с наблюдаемой в купратах.

5. В рамках двухжидкостной модели системы носителей заряда показано, что вектор зарядового упорядочения K_{CO} и вектор k_0 , разделяющий импульсное пространство на область, доступную делокализованным носителям независимо от присутствия в системе автолокализованных носителей и область, возможность заполнения которой делокализованными носителями зависит от присутствия в системе автолокализованных носителей заряда, связаны через размер биполярона и предсказанная связь K_{CO} и k_0 находится в согласии с экспериментальными данными в купратах.

6. Рассчитан спектр резонансного упругого рассеяния рентгеновских лучей от двухжидкостной системы носителей заряда: выявлена зависимость интенсивности максимума в этом спектре при $k = K_{CO}$ от соотношения плотностей автолокализованных и делокализованных носителей заряда; рассчитана форма сечения максимума в нём при $k = K_{CO}$, и результаты такого расчёта демонстрируют асимметрию сечения пика на полумаксимуме, что находится в согласии с формой сечения, наблюдаемой в купратах.

7. Выявлено влияние потенциала автолокализованных носителей заряда на спектр делокализованных носителей и показано, что потенциал автолокализованных носителей заряда приводит к возникновению щели в спектре делокализованных носителей заряда по типу фотонного кристалла.

8. Вариационным методом найдена зависимость равновесного радиуса биполярона от уровня допирования и показано, что равновесный радиус биполярона при высокой плотности носителей заряда меньше радиуса изолированного биполярона.

9. Доказано, что температура бозе-конденсации биполяронной жидкости возрастает с увеличением числа проводящих слоёв в элементарной ячейке от 1 до 3 в согласии с экспериментальными данными о купратах.

10. Развита метод расчёта постоянной Холла в системах сосуществующих автолокализованных и делокализованных носителей заряда и рассчитаны температурные зависимости постоянной Холла для различных уровней

допирования, которые находятся в согласии с наблюдаемыми в сверхпроводящих купратах.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bozovic, I. A new frontier for superconductivity / I. Bozovic, C. Ahn // Nat. Phys. – 2014. – Vol. 10 – P. 892.
2. Keimer B, Kivelson S A, Norman M N, Uchida S and Zaanen J 2015 Nature 518 179
3. Le Tacon, M. Inelastic X ray scattering in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.6}$ reveals giant phonon anomalies and elastic central peak due to charge density wave formation / M. Le Tacon [et al] // Nat. Phys. – 2014. – Vol. 10 – P. 52.
4. Zhu, J. X. Field-induced $d(x^2-y^2)+id_{xy}$ state in d density wave metals / J. X. Zhu [et al] // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97 – Art. No 177001.
5. Ronning, F. Anomalous high energy dispersion in photoemission spectra from insulating cuprates / F. Ronning [et al] // Phys. Rev. B – 2005. – Vol. 71 – Art. No 094518.
6. Shen, K. M. Missing quasiparticles and the chemical potential puzzle in the doping evolution of the cuprate superconductors / K. M. Shen [et al] // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 93 – Art. No 267002.
7. Emin, D. Effect of electronic correlation on the shape of a large bipolaron: Four lobed planar large bipolaron in an ionic medium / D. Emin // Phys. Rev. B – 1995. – Vol. 52 – Art. No 13874.
8. Rösch, O. Polaronic behavior of undoped high T_c cuprate superconductors from angle resolved photoemission spectra / O. Rösch [et al] // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 95 – Art. No 227002.
9. Myasnikova, A. E. Correlation of optical conductivity and angle-resolved photoemission spectra of strong-coupling large polarons and its display in cuprates / A. E. Myasnikova [et al] // Phys. Rev. B – 2008. – Vol. 77 – Art. No 165136.
10. Lupi, S. Far infrared absorption and the metal to insulator transition in hole doped cuprates / S. Lupi [et al] // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 102 – Art. No 206409.
11. Bastiaans, K. M. Charge trapping and super Poissonian noise centres in a cuprate superconductor / K. M. Bastiaans [et al] // Nat. Phys. – 2018. – Vol. 14 – P. 1183.
12. Miyata, Y. High temperature superconductivity in potassium coated multilayer FeSe thin films / Y. Miyata [et al] // Nat. Mater. – 2015. – Vol. 14 – P. 775.
13. Hague, J. P. Superlight small bipolarons in the presence of a strong Coulomb repulsion / J. P. Hague // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 98 – Art. No 037002.
14. Emin, D. Polarons. / D. Emin // Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2013.
15. Badoux, S. Change of carrier density at the pseudogap critical point of a cuprate superconductor / S. Badoux [et al] // Nature – 2016. – Vol. 531 – P. 210–214.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных изданиях, входящих в Scopus, Web of Science, RSCI

A1. Strong long-range electron-phonon interaction as possible driving force for charge ordering in cuprates / A. E. Myasnikova, T. F. Nazdracheva, A. V. Lutsenko, A. V. Dmitriev, **A. H. Dzhantemirov** [et al.] // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2019. – Vol. 31, No. 23. – Art. No 235602. – DOI 10.1088/1361-648X/ab0d6c.

A2. Topological pseudogap in highly polarizable layered systems with 2D hole-like dispersion / S. V. Doronkina, A. E. Myasnikova, **A. H. Dzhantemirov**, A. V. Lutsenko // Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures. – 2022. – Vol. 136. – Art. No 115052. – DOI 10.1016/j.physe.2021.115052.

A3. Free energy of a two-liquid system of charge carriers in strongly coupled electron and phonon fields and common nature of three phases in hole-doped cuprates / A. E. Myasnikova, S.

V. Doronkina, R. R. Arutyunyan, **A. H. Dzhantemirov** // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2024 – Vol. 36, No. 32. – Art. No 325601 (15 p.). – DOI 10.1088/1361-648x/ad459d.

Публикации в сборниках трудов конференций

A4. Сильное электрон-фононное взаимодействие при высокой плотности носителей заряда как возможный источник зарядового упорядочения в сверхпроводящих купратах / А. Э. Мясникова, Т. Ф. Наздрачева, А. В. Луценко, **А. Х. Джантемиров** [и др.] // XXXVIII Собрание по физике низких температур, 17-22 сентября 2018 г., Москва - Ростов-на-Дону – Шепси : [тезисы докладов]. – Ростов-на-Дону : Фонд науки и образования, 2018. – С. 185.

A5. Моделирование рассеяния рентгеновского излучения на зарядовом упорядочении и образования псевдощели в системе с высокой плотностью носителей заряда, сильно взаимодействующих с фононным полем / А. Э. Мясникова, А. В. Луценко, **А. Х. Джантемиров** [и др.] // XXXVIII Собрание по физике низких температур, 17-22 сентября 2018 г., Москва – Ростов-на-Дону – Шепси : [тезисы докладов]. – Ростов-на-Дону : Фонд науки и образования, 2018. – С. 233.

A6. Джантемиров, А. Х. Моделирование зарядового упорядочения в купратных сверхпроводниках и его влияния на спектр делокализованных носителей заряда / **А. Х. Джантемиров** // Физика бесвинцовых пьезоактивных и родственных материалов (анализ современного состояния и перспективы развития) (LFPM-2018) : труды Седьмого Международного междисциплинарного молодёжного симпозиума, г. Ростов-на-Дону – г. Туапсе, 20-24 сентября 2018 года : в двух томах. Т. 1 / Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Российский фонд фундаментальных исследований, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южный федеральный университет" [и др.]. – Ростов-на-Дону ; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2018. – С. 335-338. – URL: https://lfpm.sfedu.ru/Files/2018/LFPM-2018_Proceedings_V1.pdf (дата обращения 05.05.2025).

A7. **Dzhantemirov, A. K.** Modeling of charging ordering in cuprate superconductors and its influence on the spectrum of delocalized charge carriers / A. K. Dzhantemirov, A. E. Myasnikova // The 7th International School for Young Researchers "Smart Nanomaterials". Workshop "Design of polyfunctional structures: theory and synthesis", 23-26 October 2018, Rostov-on-Don, Russia : book of abstracts / Ministry of science and higher education of the Russian Federation, Federal state autonomous educational institution of higher education "Southern Federal University". – Rostov-on-Don; Taganrog: Southern Federal University Press, 2018. – С. 27. – URL: https://docs.wixstatic.com/ugd/920363_1b7c8a32938a46c7bad7e8da5fe2c0ed.pdf (дата обращения 05.05.2025).

A8. **Джантемиров, А. Х.** Моделирование зарядового упорядочения в купратных сверхпроводниках и его влияния на спектр делокализованных носителей заряда / А. Х. Джантемиров, А. Э. Мясникова // ЛШ Школа ПИЯФ по физике конденсированного состояния. ФКС-2019, 11–16 марта 2019 г., Санкт-Петербург : сборник тезисов и список участников / Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» ; [сборник подготовили А. И. Васильев и др.]. – Гатчина, 2019 – С. 194. – URL: https://ancient.hydro.nsc.ru/srexpl/biblio/2019/Sbornik_FKS_2019.pdf (дата обращения 05.05.2025).

A9. **Джантемиров, А. Х.** Зависимость температуры Бозе-конденсации биполярной жидкости от уровня допирования в системах с сильным Фрелиховским электрон-фононным взаимодействием / Джантемиров А. Х., Мясникова А. Э. // Материалы Международного молодёжного научного форума "Ломоносов-2022" : [XXIX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных по фундаментальным наукам] : Секция "Физика". Подсекция "Сверхпроводящие и электронные свойства твёрдых тел" / ответственные

редакторы И. А. Алешковский, А. В. Андриянов, Е. А. Антипов, Е. И. Зимакова. – Москва: МАКС Пресс, 2022. – URL: https://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2022/data/section_35_25749.htm (дата обращения 05.05.2025). – Текст : электронный.

A10. **Джантемиров, А. Х.** Моделирование температурной зависимости коэффициента Холла в системах с сильным электрон-фононным взаимодействием и высокой плотностью носителей заряда / А. Х. Джантемиров, А. Э. Мясникова // Физика бесвинцовых пьезоактивных и родственных материалов. Моделирование экосистем (анализ современного состояния и перспективы развития) : труды Двенадцатого Международного междисциплинарного молодёжного симпозиума, Ростов-на-Дону, 26-28 декабря 2023 года : в двух томах. Т. 1 / Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южный федеральный университет" [и др.]. – Ростов-на-Дону: Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2023. – С. 196-198. – URL: https://lfpm.sfedu.ru/Files/2023/LFPM-2023_Proceedings_V1.pdf (дата обращения 05.05.2025).

A11. **Джантемиров, А. Х.** Моделирование температурной зависимости коэффициента холла в системах с сильным электрон-фононным взаимодействием и высокой плотностью носителей заряда / А. Х. Джантемиров, А. Э. Мясникова // Ломоносов-2024 : XXXI Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных по фундаментальным наукам : Международный молодёжный научный форум : сборник тезисов докладов. Секция "Физика". Подсекция "Сверхпроводящие и электронные свойства твёрдых тел". – Москва: Физический факультет МГУ, 2024. – С. 533-534.

A12. **Джантемиров, А. Х.** Моделирование температурной зависимости коэффициента Холла в системах с сильным электрон-фононным взаимодействием и высокой плотностью носителей заряда / А. Х. Джантемиров // Перспективы развития фундаментальных наук : сборник научных трудов XXI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, 23-26 апреля 2024 г. : [в 7 томах]. Т. 1 : Физика / редакционная коллегия: И. А. Курзина, Г. А. Воронова, С. А. Поробова. – Томск: ФГАОУ ВО НИ ТПУ, 2024. – С. 139-141. – URL: <https://earchive.tpu.ru/handle/11683/80530> (дата обращения 05.05.2025).

A13. **Джантемиров, А. Х.** Моделирование температурной зависимости коэффициента Холла в системах с сильным электрон-фононным взаимодействием и высокой плотностью носителей заряда / А. Х. Джантемиров // Физика. Технологии. Инновации. ФТИ-2024: XI Международная молодежная научная конференция, посвященная 75-летию основания Физико-технологического института, Екатеринбург, 20-25 мая 2024 г. : тезисы докладов / Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, ФГАОУ ВО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Физико-технологический институт. – Екатеринбург: УрФУ, 2024 – С. 99-100. – Режим доступа: https://fizteh.urfu.ru/fileadmin/user_upload/site_19855/Conference/2024/Tesis_FTI_2024.pdf (дата обращения 05.05.2025).