

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Дроботова Юрия Евгеньевича

«Потенциалы и гиперсингулярные интегралы в весовых пространствах обобщенной и обобщенной переменной гёльдеровости на метрических пространствах с мерой»,

представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы исследования

Диссертационная работа Ю.Е. Дроботова посвящена изучению свойств потенциалов Рисса и гиперсингулярных интегралов в нетрадиционных функциональных пространствах. В последние десятилетия наблюдается значительный рост интереса к задачам дробного интегрирования и связанным с ними интегральным операторам. Это объясняется востребованностью таких исследований в прикладных вопросах математической физики. Особую важность приобретает исследование таких операторов в пространствах с обобщенными условиями гладкости, поскольку классические функциональные пространства достаточно часто оказываются непригодными для описания свойств реальных физических процессов. В частности, теория класса операторов типа потенциала Рисса со степенно-логарифмическими ядрами представляется неполной и публикации в этой области малочисленны и не носят системного характера. Работы научного руководителя диссертанта, совместные работы диссертанта и руководителя и диссертанта восполняют пробел в упомянутой теории. В диссертационной работе подводится некоторый итог многолетних исследований автора в этой области. Представляется особенно важным, что в диссертационной работе проведено исследование потенциалов Рисса и гиперсингулярных интегралов на метрических пространствах с мерой, что значительно расширяет область возможных приложений.

Таким образом, тема исследования, проведенного в диссертации Ю.Е.Дроботова «Потенциалы и гиперсингулярные интегралы в весовых пространствах обобщенной и обобщенной переменной гёльдеровости на метрических пространствах с мерой» безусловно, является актуальной, а полученные результаты являются значительным вкладом в развитие современного функционального анализа и теории интегральных операторов.

Структура и содержание работы

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения, последовательно раскрывающих различные аспекты исследуемой проблематики, а также дальнейшие перспективы развития исследовательской работы. Список литературы содержит 98 наименований, общий объем работы составляет 142 страницы.

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цели и задачи исследования, описаны методы исследований, отмечена научная новизна и выделены положения, выносимые на защиту. Приведен подробный обзор современного состояния проблемы и связь работы с предшествующими достижениями.

В первой главе детально изучены спектральные свойства операторов типа потенциала Рисса со степенно-логарифмическим ядром на сфере, построено обращение оператора с логарифмическим ядром и доказаны теоремы о действии в соответствующих функциональных пространствах. Особый интерес представляет техника работы с мультипликаторами Фурье-Лапласа, продемонстрированная автором. Наконец, внимания заслуживает применение в этой главе стереографической проекции для исследования оператора типа потенциала на компактифицированном подпространстве многомерного евклидова пространства и доказательство его ограниченности пространствах обобщенной гёльдеровости со степенным весом (а также изоморфизма пространств в одном частном случае).

Вторая глава посвящена исследованию потенциалов Рисса на произвольных метрических пространствах с мерой, отвечающих известному условию «роста шаров». Здесь автор демонстрирует глубокое понимание геометрических аспектов задачи, умело сочетая методы анализа и геометрии метрических пространств.

Третья глава содержит теоремы об ограниченности гиперсингулярных интегралов в весовых пространствах обобщенной переменной гёльдеровости. Доказанные здесь оценки имеют фундаментальный характер и открывают новые возможности для многочисленных приложений: например, для развития новых методов оптимизации.

Заключение посвящено подведению итогов работы, указываются наиболее важные результаты. Также намечены перспективы дальнейшего развития исследований, инициированных в диссертации.

Методологическая основа и научная новизна

Методологическая база исследования отличается высокой степенью проработанности. Автор успешно сочетает классические методы теории операторов с современными подходами анализа на метрических пространствах, а также предлагает новые концептуализации на основе введенного В. Н. Берестовским понятия субметрии метрических пространств. Особого внимания заслуживает использование аппарата локальных модулей непрерывности и их применение к изучению свойств гладкости интегральных операторов.

Научная новизна работы проявляется в следующих аспектах. Во-первых, в ней систематически исследованы операторы типа потенциала Рисса со степенно-логарифмическим ядром на сфере многомерного евклидова пространства. Далее, получено оригинальное обращение операторов с логарифмическим ядром через сферические гиперсингулярные интегралы, выполненное в контексте общей теории, основы которой

заложены работами научного руководителя Б. Г. Вакулова. Данный результат представляет существенный интерес для сферического риссова интегродифференцирования как самостоятельного раздела дробного исчисления. Наконец, в работе получены новые результаты о действии потенциалов Рисса и гиперсингулярных интегралов на метрических пространствах с мерой, включая оценки типа Зигмунда, обобщающие классические результаты для евклидовых пространств.

Достоверность результатов

Достоверность результатов обеспечена применением строго обоснованных методов функционального анализа и теории интегральных операторов, подробными доказательствами, а также общей согласованностью полученных результатов с известными впредшествующей теории.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая ценность работы заключается в существенном расширении аппарата дробного интегродифференцирования и развитии теории функциональных пространств обобщенной и обобщенной переменной гёльдеровости. Полученные результаты позволяют выработать новые методы исследования многих классических задач теории операторов.

Практическая значимость исследования обусловлена широкими возможностями приложений в различных областях математической физики, включая теорию упругости, механику сплошных сред, и обратные задачи. Разработанные методы могут быть использованы для исследования задач с сингулярностями и моделирования сложных сред и процессов с памятью.

Рекомендации по использованию результатов диссертации

Результаты диссертации могут быть использованы в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Российском университете дружбы народов, Ярославском государственном университете, Южном федеральном университете, региональных научных центрах Российской академии наук и других научных и образовательных учреждениях, где проводятся исследования в области функционального анализа и теории операторов, а также применение результатов таких исследований в решении прикладных задач.

Апробация работы

Результаты диссертации прошли широкую апробацию 12 международных и всероссийских конференциях, включая регулярные выступления на конференциях серии «Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis» и «Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications».

Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати

По теме диссертации опубликована 21 научная работа в рецензируемых научных изданиях, включая:

- 4 статьи в журналах из перечня ВАК,
- 3 статьи в журналах, индексируемых в Scopus и Web of Science,
- 4 главы в коллективных монографиях, индексируемых в Scopus,
- 10 публикаций в материалах международных конференций.

Таким образом, публикационная активность соискателя полностью соответствует требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Соответствие автореферата основным положениям диссертации

Автореферат достаточно полно и точно отражает содержание диссертации, предоставляя обоснование актуальности темы исследования, основные положения, выносимые на защиту, и характеристику их значимости.

Замечания и рекомендации

В целом диссертационная работа написана грамотно и с точки зрения русского языка и с профессиональной математической точки зрения. Тем не менее, в тексте диссертации имеются некоторые опечатки и неточности. Например,

1. на стр. 6, строка 3, снизу написано слово «фукнкция»
2. Во всем тексте ссылки с указанием страниц даются следующим образом [№ источника в списке литературы, с. ...], где на втором месте указываются страницы. На стр. 34 ссылка, почему-то, дана следующим образом [71, p.39].
3. В списке литературы под номером 72 указана работа Карапетянца А.Н., но, почему-то, написано буквально следующее «**Karapetyants, A.....**».
4. В списке литературы указаны 98 работ, но не на все из них автор ссылается в тексте. Мне не удалось в тексте диссертации обнаружить ссылки на работы [46], [48], [52], [69], [96].

В качестве рекомендации. Мне кажется, что связь полученных результатов с приложениями в математической физике, продекларированную во введении, следовало бы раскрыть более подробно и проиллюстрировать ссылками на исследования в этой области.

Приведенные замечания носят исключительно рекомендательный характер и не снижают общей высокой оценки работы.

Заключение

Диссертационная работа Дроботова Ю.Е. «Потенциалы и гиперсингулярные интегралы в весовых пространствах обобщенной и обобщенной переменной гёльдеровости на метрических пространствах с

мерой» является законченной научно-квалификационной работой на актуальную тему. Работа написана на высоком научном уровне и содержит ряд новых научных результатов. Каждый из этих результатов представляет собой решение актуальной научной задачи теории потенциалов и гиперсингулярных интегралов. Текст диссертации в целом отличается четкостью изложения и грамотным оформлением.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация Дроботова Юрия Евгеньевича «Потенциалы и гиперсингулярные интегралы в весовых пространствах обобщенной и обобщенной переменной гёльдеровости на метрических пространствах с мерой» отвечает всем требованиям пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» и паспорту специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Диссертация оформлена в соответствии с пп. 3.1-3.2 Положения о присуждении ученых степеней в ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет». Таким образом, соискатель Дроботов Юрий Евгеньевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

профессор кафедры «Прикладная математика»
ФГБОУ ВО «Южно-Российский государственный
политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова»,
доктор физико-математических наук
(специальность 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ),
профессор

Пасенчук Александр Эдуардович
« 7 » сентября 2025 г.

Подпись Пасенчука А.Э. заверяю
Ученый секретарь Совета вуза Холодкова Н.Н.

346428, Ростовская обл., г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132, ЮРГПУ
(НПИ)

<https://www.npi-tu.ru> тел. 8-863-525-53-09

e-mail: pasenchuk@mail.ru

