

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА  
ЮФУ801.01.02,**

созданного на базе Института математики, механики и компьютерных наук  
им. И. И. Воровича ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,  
по диссертации на соискание ученой степени кандидата наук

*аттестационное дело № \_\_\_\_\_,  
решение диссертационного  
совета от 23.09.2025 № 40*

О присуждении Дроботову Юрию Евгеньевичу, гражданину Российской Федерации, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Потенциалы и гиперсингулярные интегралы в весовых пространствах обобщенной и обобщенной переменной гёльдеровости на метрических пространствах с мерой» по специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ (физико-математические науки) принята к защите 26.06.2025 (протокол заседания № 33) диссертационным советом ЮФУ801.01.02, созданным на базе Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича (приказ о создании диссертационного совета № 231-ОД от 27.09.2022; приказ № 161-ОД о внесении изменений в состав диссертационного совета).

Соискатель Дроботов Юрий Евгеньевич, 1992 года рождения.

В 2014 году закончил бакалавриат ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» по направлению подготовки 010100 «Математика», решением Государственной экзаменационной комиссии соискателю присвоена квалификация «Бакалавр математики».

В 2015 году закончил специалитет ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» по направлению подготовки 010101 «Математика», решением Государственной экзаменационной комиссии соискателю присвоена квалификация «Математик».

В 2022 году окончил аспирантуру ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика», решением Государственной экзаменационной комиссии соискателю присвоена квалификация «Исследователь. Преподаватель-исследователь».

В настоящее время Дроботов Ю. Е. работает младшим научным сотрудником в Институте математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» и в Региональном научно-образовательном математическом центре «Северо-Кавказский центр математических исследований» Владикавказского научного центра Российской академии наук.

Диссертация выполнена на кафедре дифференциальных и интегральных уравнений Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» и в Региональном научно-образовательном математическом центре «Северо-Кавказский центр математических исследований» Владикавказского научного центра Российской академии наук.

Научный руководитель – кандидат физико-математических наук Вакулов Борис Григорьевич, доцент кафедры дифференциальных и интегральных уравнений Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет».

Официальные оппоненты:

Пасенчук Александр Эдуардович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Южно-Российский государственный политехнический университет (Новочеркасский политехнический институт») имени М. И. Платова», г. Новочеркасск, профессор кафедры прикладной математики;

Ляхов Лев Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Воронежский государственный университет», г. Воронеж, профессор кафедры математического и прикладного анализа, дали положительные отзывы на диссертацию.

Соискатель имеет 84 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации опубликована 21 работа, из них в научных изданиях, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, представленных для защиты в диссертационные советы Южного федерального университета, опубликовано 4 работы, из них в научных изданиях, входящих в базы данных международных индексов научного цитирования Scopus и/или Web of Science, опубликованы 3 работы. Четыре работы выполнены совместно с научным руководителем Вакуловым Б. Г. В них научному руководителю принадлежат постановки задач, указание методов исследования и общее руководство работой, Дроботову Ю. Е. принадлежат формулировки и доказательства всех результатов.

Указанные научные работы посвящены исследованию ограниченности операторов типа потенциала Рисса со степенно-логарифмическим ядром в обобщенных пространствах Гельдера со степенным весом на сфере и компактифицированном подпространстве евклидова пространства, доказательству оценок типа Зигмунда для гиперсингулярного интеграла на метрическом пространстве с мерой и теорем о действии операторов Риссова дробного интегродифференцирования в пространствах обобщенной переменной гельдеровости. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных работах.

Научные работы отвечают теме диссертационного исследования и содержат его основные результаты. Сведения о научных работах, представленные в диссертации, достоверны. Наиболее значимыми являются следующие работы по теме диссертации:

1. Дроботов, Ю. Е. Гладкостные свойства оператора типа потенциала Рисса с логарифмической характеристикой / Ю. Е. Дроботов, Б. Г. Вакулов // *Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки.* – 2022. №1(213). С. 4–11.
2. Drobotov, Y. E. Hypersingular integrals in power-weighted variable generalized Hölder spaces over metric measure spaces / Y. E. Drobotov, B. G. Vakulov // *Journal of Mathematical Sciences.* – 2025. – Vol. 278, №2. – P. 168–187.
3. Дроботов, Ю. Е. К исследованию весовой обобщенной гёльдеровости гиперсингулярного интеграла на метрическом пространстве с мерой / Ю. Е. Дроботов, Б. Г. Вакулов // *Сибирские электронные математические известия.* – 2024. – Т. 21, №2 – С. 1347–1369.

На диссертацию и автореферат диссертации поступил отзыв доктора физико-математических наук, профессора Берковича Вячеслава Николаевича, профессора кафедры общенаучной подготовки Северо-Кавказского филиала ордена Трудового Красного Знамени ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и информатики» (СКФ МТУСИ).

Все отзывы положительны. Во всех отзывах отмечается, что соискатель заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ (физико-математические науки). Оппоненты указали на научную ценность выполненной работы, несмотря на указанные в отзывах замечания. К числу замечаний и рекомендаций общего и методического характера относятся:

1. Большим методическим улучшением явилась бы унификация способа построения оценок типа Зигмунда в главах 2 и 3, что позволило бы значительно сократить технические детали, подчеркнув суть метода. Попытка к этому сделана в третьей главе; впрочем, она нуждается в дальнейшей «полировке».

2. Было бы полезно включить более подробное обсуждение связей полученных результатов с приложениями в качественной теории интегральных уравнений, поскольку автор ссылается на исследовательские проекты, связанные с практическими приложениями своих достижений на поприще фундаментального анализа.

3. В качестве рекомендации. Мне кажется, что связь полученных результатов с приложениями в математической физике, продекларированную

во введении, следовало бы раскрыть подробно и проиллюстрировать ссылками на исследования в этой области.

Замечания технического характера представлены следующими:

4. На стр. 6, строка 3, снизу написано слово «функция».

5. Во всем тексте ссылки с указанием страниц даются следующим образом [№ источника в списке литературы, с. ...], где на втором месте указываются страницы. На стр. 34 ссылка, почему-то, дана следующим образом [71, p.39].

6. В списке литературы под номером 72 указана работа Карапетянца А. Н., но, почему-то, написано буквально следующее: «Karapetyants, A.....».

7. В списке литературы указаны 98 работ, но не на все из них автор ссылается в тексте. Мне не удалось в тексте диссертации обнаружить ссылки на работы [46], [48], [52], [69], [96].

Выбор официальных оппонентов обоснован наличием у них большого опыта в области функционального анализа, а также широкого спектра публикаций по смежным с представленной диссертацией тематикам. Ляхов Лев Николаевич, д. ф.-м. н., профессор является крупным специалистом в области сингулярных дифференциальных и псевдодифференциальных операторов, а также весовых частно-интегральных операторов. Пасенчук Александр Эдуардович, д. ф.-м. н., профессор – известный специалист в области спектральной теории операторов и в алгебраических вопросах теории операторов, работы которого рассматривают, в том числе, действие операторов типа бисингулярных в пространствах суммируемых и гёльдеровских функций, ограниченность оператора Тёплица на торе, описывают спектральные характеристики и условия обратимости операторов в счетно-нормированном пространстве гладких функций на окружности.

Результаты диссертации прошли серьезную апробацию. Они были представлены на 12 специализированных и междисциплинарных международных и всероссийских конференциях, включая международную конференцию по теории операторов «Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis» (Ростов-на-Дону, 2018–2024 гг.), международную конференцию по физике новых материалов и устройств «Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications» (Россия, Япония, Индонезия, 2015–2024 гг.), международную научную конференцию студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (МГУ, 2016, 2020, 2021 гг.), международную конференцию «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования» (РУДН, 2018).

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований получены теоремы о действии в степенно-весовых пространствах обобщенной гёльдеровости оператора типа потенциала Рисса со степенно-логарифмическим ядром на сфере и связанного с ним

стереографической проекцией интегрального оператора на компактифицированном подпространстве многомерного евклидова пространства, а также – в сферическом случае – получено обращение оператора в терминах гиперсингулярного интеграла и доказан изоморфизм для потенциала с логарифмическим ядром; доказана теорема типа Соболева о действии операторов типа потенциала со степенно-логарифмическим ядром на функциях из пространства Лебега; получены оценки типа Зигмунда для интегрального оператора, связанного с потенциалом Рисса на метрическом пространстве с мерой и на их основании доказана теорема об ограниченности потенциала в степенно-весовых пространствах обобщенной переменной гёльдеровости; получена оценка типа Зигмунда и доказана теорема об ограниченности для гиперсингулярного интеграла на метрических пространствах с мерой. Таким образом, диссертационное исследование Дроботова Ю. Е. является завершённой научно-квалификационной работой, которая содержит новые существенные результаты в области дробного анализа в обобщенных пространствах функций и теории операторов типа потенциалов и гиперсингулярных интегралов. Полученные результаты имеют теоретическую и практическую значимость, прошли апробацию и опубликованы в ведущих рецензируемых изданиях.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что полученные в диссертационном исследовании результаты основаны на использовании современных методов математического и функционального анализа, представленные доказательства характеризуются математической строгостью.

Личный вклад соискателя состоит в исследовании ограниченности операторов типа потенциала Рисса со степенно-логарифмическим ядром на сфере многомерного пространства в обобщенных пространствах Гёльдера со степенным весом, а также доказательстве оценок типа Зигмунда и теорем о действии в степенно-весовых пространствах обобщенной переменной гёльдеровости потенциалов Рисса и гиперсингулярных интегралов.

Соискатель Дроботов Ю. Е. ответил на задаваемые ему в ходе заседания вопросы и привел собственную аргументацию:

1. На вопрос Бережного Е. И., д. ф.-м. н., профессора: «Рассматривался ли в рамках исследования предельный случай в теореме, представленной как аналог теоремы Соболева? Иными словами, ситуация, когда значение  $\alpha$  стремится к  $(n-1)/p$ ? Какое пространство функций рассматривается в данном случае?» соискатель ответил: «Я предполагаю, что речь идет о ВМО-пространствах. Однако интерес представлял именно рассмотренный случай, поскольку он основан на оценках, приведенных во вспомогательных результатах»;

2. На вопрос Наседкина А. В., д. ф.-м. н., профессора: «Должно ли условие аннигиляции быть выполнено для любых  $x, y$ ? И что оно вообще означает: является ли оно условием на область  $\Omega$ ? Для каких областей интегрирования оно выполняется?» соискатель ответил: «Это условие атрибутировало пространству, на котором рассматривается интегрирование. Мы рассматриваем пространство  $X$ , в котором для любого открытого ограниченного множества  $\Omega$  будет выполняться условие роста шаров. Примерами пространств, которые удовлетворяют нашему интересу, могут быть сферы или произведения сфер, тор. На них мы получаем редукцию общего результата к известным классическим».
3. На вопрос Наседкина А. В., д. ф.-м. н., профессора: «Каковы приложения этой работы к пьезоэлектрическим материалам?» соискатель ответил, что его собственные разработки в этой области носят пока поверхностный характер, но из специальной литературы ему известны существенные результаты, связанные с применением аппарата дробного интегродифференцирования как непосредственно в математическом моделировании сложных материалов, например, пористых сред, так и при разработке общих алгоритмов машинного обучения, которые могут быть использованы при обработке данных, характерных для материаловедения.

В ходе защиты диссертации были высказаны следующие критические замечания:

1. Оппонента Ляхова Л. Н.: «Можно отметить некоторые моменты, которые могли быть улучшены. Первое, большим методическим улучшением явилась бы унификация способа построения оценок типа Зигмунда в главах 2 и 3, что позволило бы значительно сократить технические детали, подчеркнув суть метода. Попытка к этому сделана в третьей главе; впрочем, она нуждается в дальнейшем улучшении. Второе, было бы полезно включить более подробное обсуждение связи полученных результатов с приложениями в качественной теории интегральных уравнений, поскольку автор ссылается на исследовательские проекты, связанные с практическими приложениями своих достижений на поприще функционального анализа»;
2. Оппонента Пасенчука А. Э.: «Работа носит серьезный технический характер. Можно было бы придраться к диссертанту в том отношении, что при изложении он пытался продемонстрировать технику, но это не случайно: работа содержит весьма сложные, громоздкие оценки, которые проведены на высоком техническом уровне. С математической точки зрения к работе почти не имеется замечаний,

зато есть замечания к стилю, впрочем, мелкие. В целом диссертация написана грамотно и с точки зрения русского языка, и с профессионально-математической точки зрения. Тем не менее, в тексте диссертации присутствуют некоторые опечатки и неточности. Указаны три опечатки. Стоит отметить небрежное обращение со списком работ: в списке литературы указаны 98 работ, но на 5 из них автор не ссылается в тексте диссертации. В качестве рекомендации: мне кажется, что связь полученных результатов с приложениями в математической физике, заявленная во введении, следовало бы подробно проиллюстрировать ссылками на исследования в этой области».

Соискатель Дроботов Ю. Е. согласился с высказанными замечаниями.

На заседании 23 сентября 2025 года диссертационный совет отметил, что рассматриваемая диссертация соответствует критериям раздела 2 «Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет»», и принял решение за решение научной задачи, имеющей значение для развития соответствующей отрасли знаний, присудить Дроботову Юрию Евгеньевичу ученую степень кандидата физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 11 человек, из них 5 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации (1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), участвовавших в заседании, из 15 человек, входящих в состав совета (дополнительных членов не вводилось), проголосовали: за 11, против 0, недействительных бюллетеней 0.

Председатель  
диссертационного совета

Абанин Александр Васильевич

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Кряквин Вадим Донатович

23 сентября 2025 года

Подписи А. В. Абанина и  
В.Д.Кряквина УДОСТОВЕРЯЮ  
Зам. директора ИММиКН ЮФУ

