

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Пожарской Елизаветы Дмитриевны «Решения периодических задач теории
упругости со смешанными граничными условиями в клиновидной области»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертационная работа Пожарской Елизаветы Дмитриевны представляет собой исследование периодических смешанных, в том числе контактных, задач для уравнений Лапласа и Ламе упругого равновесия в пространственной клиновидной области. **Актуальность** изучения задач дискретного и периодического контакта обусловлена, в том числе, необходимостью расчета контактной прочности современных текстурированных поверхностей с периодическим рельефом. Пространственный клин может служить моделью некоторых типов зубчатых передач, что определяет **научно-практическую значимость** результатов диссертации.

Диссертация включает введение, три главы, заключение, список литературы из 142 источников и приложение, имеет объем 131 страница.

Введение включает описание актуальности тематики диссертации, формулировку цели исследований, научной новизны и практической ценности, приводятся основные положения, выносимые на защиту, сведения об апробации и публикациях с разделением вклада соавторов, обзор научной литературы по изучаемой проблематике.

В первой главе рассматриваются трехмерные периодические задачи со смешанными граничными условиями для стационарного уравнения Лапласа в области пространственного клина двугранного угла. При помощи метода интегральных преобразований и суперпозиции задачи сведены к интегральным уравнениям, в которых символ ядра в точности равен тангенсу или котангенсу гиперболическому. Отмечается, что в следующей главе при исследовании контактных задач для упругого клина будут решаться аналогичные интегральные уравнения с более сложными символами ядер типа тангенса или котангенса гиперболического. В зависимости от типа символа ядра (от типа граничных условий) ряд в ядре интегрального уравнения сходится или расходится. Для устранения расходимости предлагается регуляризация краевой задачи путем введения системы дополнительных периодических точечных воздействий на грани клина. Для численного решения интегральных уравнений при заранее неизвестной

области смены граничных условий применяется метод нелинейных граничных интегральных уравнений.

Во **второй главе** исследуются пространственные периодические контактные задачи для упругого клина с заранее неизвестной областью контакта. Одна грань клина взаимодействует с бесконечной прямолинейной цепочкой одинаковых жестких штампов, расположенных вдоль ребра, а другая грань подчинена условиям жесткой или скользящей заделки или свободна от напряжений. Задачи сведены к интегральным уравнениям. В случае жесткой заделки ряд в ядре сходится, при других граничных условиях ввиду расходимости ряда в ядре предложена регуляризация с привлечением дискретной периодической системы нормальных сосредоточенных сил вне зоны контакта, что обеспечивает сходимость ряда в ядре. Для решения интегральных уравнений снова используется тот же численный метод нелинейных граничных интегральных уравнений. В последнем разделе второй главы изучаются плоские контактные задачи для неоднородного упругого клина с переменным по угловой координате коэффициентом Пуассона. Получено регулярное асимптотическое решение одномерного интегрального уравнения, которое обобщает аналогичное известное решение В.М. Александрова для однородного клина.

В **третьей главе** рассматриваются задачи о периодических цепочках тонких жестких эллиптических включений, расположенных вдоль ребра пространственного упругого клина. Внешние грани клина находятся в условиях жесткой или скользящей заделки. Задачи сведены к интегральным уравнениям, решение которых разыскивается в виде разложения по степеням малого параметра. В последнем разделе третьей главы изучаются плоские задачи о жестком конечном включении в упругом клине. Интегральные уравнения плоских задач получаются предельным переходом из интегральных уравнений трехмерных задач. Для их решения применяются три метода: метод специальной аппроксимации символа ядра, регулярный и сингулярный асимптотические методы.

В **заключение** диссертации включены основные результаты и выводы.

В **приложение** включен фрагмент программы для ЭВМ, используемой для расчета ядра интегрального уравнения периодической контактной задачи для пространственного упругого клина.

Полученные в диссертации результаты и сделанные выводы представляются полностью обоснованными и оригинальными. При этом **достоверность результатов** базируется на фундаментальном математическом аппарате теории упругости, известных аналитических и численных методах решения задач. В ряде случаев проверено совпадение результатов с

известными, а также одинаковость результатов при использовании разных методов. **Новизна результатов** диссертации заключается в постановках новых краевых задач, выводе новых интегральных уравнений. При этом в пространственных периодических смешанных задачах для клина ядра интегральных уравнений впервые разбиты на «плоские» и «пространственные» части. При расходимости ряда в ядре предложена новая методика его регуляризации. Соискателем ученой степени выведены новые асимптотические решения плоских контактных задачах для неоднородного упругого клина с переменным коэффициентом Пуассона, совпадающие в частном случае с известным решением для однородного клина. Впервые получены решения пространственных и плоских задач о включении в упругом клине.

По диссертации Пожарской Е.Д. есть следующие **замечания и рекомендации**:

1. Следовало описать поведение нормального напряжения на ребре пространственного клина в зависимости от угла клина и граничных условий.

2. Неясно, сколько точек бралось в численном методе внутри заданного прямоугольника при расчетах единичной зоны контакта.

3. Следовало бы более четко пояснить, как зависит площадь единичной зоны контакта от угла клина и от граничного условия на другой грани клина.

Сделанные замечания не уменьшают ценности диссертационной работы и не влияют на положительную оценку полученных научных результатов.

Результаты диссертации **доложены** на российских и международных конференциях и достаточно полно **опубликованы** в 11 работах, включая 4 статьи в журналах, входящих в Перечень ВАК, Scopus, Web of Science, RSCI.

Автореферат диссертации достаточно полно соответствует основному содержанию диссертации и всем предъявленным требованиям.

Заключение

Диссертационная работа Пожарской Елизаветы Дмитриевны «Решения периодических задач теории упругости со смешанными граничными условиями в клиновидной области», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, соответствует паспорту специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела, выполнена на высоком научном уровне и является законченной научно-квалификационной работой. Диссертация Пожарской Елизаветы Дмитриевны «Решения периодических задач теории упругости со смешанными граничными условиями в клиновидной области» удовлетворяет всем


требованиям Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Пожарская Елизавета Дмитриевна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела.

«16» сентября 2025 г.

Согласен на обработку моих персональных данных

Официальный оппонент

Бобылев Александр Александрович



кандидат физико-математических наук,
(специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела),
доцент, доцент кафедры механики композитов,
механико-математический факультет,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский государственный университет имени
М.В. Ломоносова»
Тел.: +7-495-9391263, +7-926-8853725
E-mail: office@mech.math.msu.su, abobylov@gmail.com
Сайт: <https://math.msu.ru>
Адрес: 119991, ГСП-1, г. Москва, Ленинские горы, МГУ, д. 1, Главное здание,
механико-математический факультет

Подпись Бобылева А.А. заверяю:

Декан механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова»,
член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук, профессор
Шафаревич Андрей Игоревич

