

## **ОТЗЫВ**

официального оппонента

на диссертационную работу Даниловой Натальи Викторовны  
**«Методы решения задач оптимального управления для робастных  
бинарных моделей финансовой математики»**

представленную на соискание учёной степени доктора  
физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ

### **Актуальность темы.**

Исследование посвящено методам решения задач оптимального управления для робастных моделей, которые используются в задачах стохастической финансовой математики. В первой главе диссертации рассматриваются модели эволюции стоимости рискового актива, в которых параметры изменяются под воздействием случайной среды. Исследованы модели с наблюдаемой и ненаблюдаемой разладкой, то есть с изменением параметров моделей в моментах остановки, а также модели с неопределённой волатильностью. Данные модели развивают теорию и практику математического моделирования в области стохастической экономики. Стохастические модели, функционирующие в случайной среде, относятся к современному направлению анализа данных разной природы своего происхождения. Особенно отметим, что в диссертации для этих моделей рассматриваются важные и мало исследованные задачи управления. Во второй главе диссертации реализована попытка применения неслучайных множеств в качестве замены случайной неопределённости моделей. Для этих моделей в диссертации используется термин робастные модели. В качестве таковых в диссертации рассматриваются робастные модели эволюции стоимости рискового актива, а именно, робастная модель Кокса-Росса-Рубинштейна и эллипсоидная модель Марковица. Данные модели являются обобщением известных моделей Кокса-Росса-Рубинштейна и Марковица в том смысле, что возврат рискового актива считается принадлежащим некоторому доверительному множеству. Предложенные методы являются

дальнейшим развитием нового детерминистского подхода, который считается перспективным аппаратом описания неопределённости модели. В третьей главе диссертации предложен метод бинарной аппроксимации процессов Ито и решений стохастических дифференциальных уравнений, важным элементом которого является случайное разбиение временной оси. Предложенный метод позволяет находить численные решения стохастических дифференциальных уравнений. Метод позволяет использовать схему Монте-Карло для вычисления функционалов от траекторий супремумных или инфимумных процессов решений стохастических дифференциальных уравнений. В частности, решать задачу удержания случайного процесса в заданной полосе. Полученные теоретические и практические результаты подают надежду на получение новых методов численного решения стохастических дифференциальных уравнений.

С учётом вышеизложенного, можно сделать вывод о том, что исследованные в работе модели востребованы, поэтому избранная тема исследования является актуальной.

### **Общая характеристика работы и анализ её содержания.**

Диссертационное исследование состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы.

Во **введении** приводится подробный обзор литературы по тематике исследования, обозначена и обоснована актуальность темы диссертационного исследования. В данном разделе приведены и описаны его следующие необходимые составляющие части: объект и предмет исследования; цель и задачи, сформулированные для достижения поставленной цели; методика исследований; научная новизна работы; теоретическая и практическая значимость работы; выносимые на защиту результаты; достоверность полученных результатов; апробация результатов диссертационного исследования (список научных конференций и

симпозиумов); публикации по теме исследования; краткое изложение основных результатов работы по главам.

**Первая глава** диссертационного исследования посвящена стохастическим моделям эволюции стоимости рискового актива, в которых параметры изменяются под воздействием случайной среды (модели с наблюдаемой (векторной) и ненаблюдаемой разладкой), либо непрерывно изменяются, оставаясь в заданном диапазоне (модели с неопределённой волатильностью). Приводится формулировка задачи оптимального управления на конечном интервале, предлагается обоснованная вычислительная схема её решения. Для моделей с наблюдаемой и ненаблюдаемой разладкой рассматриваются примеры решения задачи оптимального управления в случае симметричного и несимметричного критериев; для задачи управления процессом с ненаблюдаемой разладкой, наиболее трудной, применяется специальный вычислительный приём, в котором используется бинарная аппроксимация, сводящая задачу вычисления оптимального управления к прямым вычислениям на бинарном дереве. В случае моделей с неопределённой волатильностью приведены способы решения задач оптимального управления с использованием теории вязкостных решений уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана.

**Вторая глава** диссертационного исследования посвящена нестохастическим робастным моделям эволюции стоимости рискового актива. К ним относятся робастная модель Кокса-Росса-Рубинштейна и эллипсоидная модель Марковица. Наиболее важным прикладным результатом является взаимодействие результатов обработки данных и моделей управления. В обеих моделях предполагается, что возврат рискового актива принадлежит некоторому доверительному множеству с заданным уровнем доверия. Для робастной модели Кокса-Росса-Рубинштейна сформулированы и решены задачи оптимального многошагового управления одним рисковым активом. Для эллипсоидной модели Марковица решены задачи оптимального одношагового управления

портфелем с несколькими рисковыми активами, а также задачи оптимального многошагового управления фиксированным портфелем с несколькими рисковыми активами. Предложен и теоретически обоснован метод построения доверительного множества для одномерной и многомерной выборки, в которых применена современная технология машинного обучения, а именно, кластерный анализ.

**В третьей главе** диссертационного исследования определяется и изучается кусочно-постоянный семимартингал, позволяющий потраекторно аппроксимировать винеровский процесс на любом компакте с любой точностью в равномерной метрике. Замена винеровского процесса на данный семимартингал позволяет вычислить бинарную аппроксимацию процессов Ито и решений стохастических дифференциальных уравнений. Кроме этого, получен метод, названный «бинарная аппроксимация со случайным разбиением», позволяющий численно решать стохастические дифференциальные уравнения, а также вычислять вероятность невыхода случайного процесса из полосы. Метод эффективен для уравнений с постоянной волатильностью, либо сводящихся к ним заменой переменных. Желание обойти требование постоянства волатильности привело к двум вычислительным методам, использующим винеровский процесс со сносом. Также рассмотрена модель случайного блуждания с пропущенными слагаемыми, являющаяся обобщением модели Кокса-Росса-Рубинштейна. Устанавливается связь между всеми рассматриваемыми моделями. Представлена оценка погрешности вычислительного метода в виде доверительного интервала с заданным уровнем доверия, при получении которой применен мартингальный вариант центральной предельной теоремы.

**Четвёртая глава** диссертации посвящена описанию программного комплекса и анализу эффективности методов и алгоритмов.

**В заключении** проанализированы и прокомментированы основные результаты исследования, выносимые на защиту.

**Обоснованность и достоверность** научных положений, сформулированных в диссертационном исследовании, обусловлена строгим доказательством основных результатов, применением известных вычислительных методов, прошедших должную апробацию.

**Научная новизна исследования.** К наиболее значимым новым результатам диссертационного исследования относятся:

1. Новые математические модели: модели с наблюдаемой и ненаблюдаемой разладкой; модели с неопределённой волатильностью; робастная модель Кокса-Росса-Рубинштейна; эллипсоидная модель Марковица; модель Кокса-Росса-Рубинштейна со случайным числом слагаемых.

2. Новые численные методы: методы решения задач оптимального управления; метод обнаружения разладки диффузионного процесса; метод кластеризации выборки; метод построения доверительного множества в виде интервала минимальной длины и эллипсоида минимального объёма, содержащих заданное число элементов выборки; метод построения многошагового динамического портфеля; метод вычисления математического ожидания для ограниченной функции, зависящей от траектории супремумного и инфимумного процессов.

**По диссертационной работе Даниловой Н.В. имеются следующие замечания:**

1. Численный метод, предназначенный для решения задачи управления в модели с неопределённой волатильностью, выглядит незавершённым. Можно было бы дополнить первую главу параграфом, связанным с описанием разностного метода, используемого для решения уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана.

2. Во второй главе можно было бы рассмотреть больше примеров, использующих реальные данные возвратов рискованных активов.

3. Было бы неплохо добавить в третью главу вычислительные примеры, связанные с семимартингальной моделью Блэка-Шоулса и моделью со случайным блужданием с пропущенными слагаемыми.

Данные замечания не снижают научной и практической ценности выполненной работы.

Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертационного исследования опубликованы в 59 работах. Из них 5 статей опубликованы в научных журналах, входящих в Перечень ВАК; 18 статей опубликованы в научных изданиях, входящих в Scopus, Web of Science, RSCI; 13 статей опубликованы в журналах, индексируемых в РИНЦ. Все публикации соответствуют научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки). Результаты исследований прошли апробацию рядом конференций и симпозиумов.

### **Заключение.**

Считаю, что диссертационная работа Даниловой Н.В. на тему «Методы решения задач оптимального управления для робастных бинарных моделей финансовой математики» является целостным и завершённым научным исследованием, имеющим теоретическую и практическую значимость, выполненным на актуальную тему на высоком научном уровне и отвечает всем основным требованиям Положения «О присуждении учёных степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет», предъявляемым к докторским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ему

степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2.  
Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.



*Чупрунов*

Официальный оппонент

ФИО: Чупрунов Алексей Николаевич

Учёная степень, учёное звание (специальность, по которой была защищена научная работа): доктор физико-математических наук, профессор,

01.01.05. Теория вероятностей и математическая статистика

Название университета: Чувашский государственный университет  
им.И.Н.Ульянова

Факультет: прикладной математики, физики и информационных технологий

Кафедра: дискретной математики и информатики

Должность: профессор

Адрес университета: 428000, г. Чебоксары, ул. Университетская, д.38

Телефон для связи с Чупруновым А.Н.: (8352)455600(доб.3601)

e-mail: [achuprunov@mail.ru](mailto:achuprunov@mail.ru)

Согласен на обработку персональных данных *Чупрунов* А.Н.Чупрунов

11 февраля 2025 г.

Подпись руки <u><i>Чупрунов</i></u>
заверяю
Начальник отдела делопроизводства ФГБОУ ВО «ЧГУ им. И.Н. Ульянова»
<u><i>И.А. Гордеева</i></u> - И.А. Гордеева
<u>11 02 2025</u>