

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Бигириндави Даниэля «Усреднение многоточечных краевых задач для дифференциальных уравнений с большими быстро осциллирующими слагаемыми», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы исследования

Диссертационная работа Бигириндави Даниэля, изложенная на 132 страницах, посвящена применению теории метода усреднения для нелинейных нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими слагаемыми, среди которых могут быть большие (пропорциональные положительным степеням высокой частоты), и многоточечными краевыми условиями. Метод усреднения, который называют еще методом усреднения Крылова-Боголюбова, является одним из важнейших асимптотических методов. Он разработан с обоснованием для различных классов уравнений (ОДУ, УЧП и др.). В многочисленных работах, в которых рассматриваются системы обыкновенных дифференциальных уравнений, изучаются, в основном, задача Коши на отрезке и задачи о периодических и почти периодических на всей временной оси решениях. Многоточечные краевые задачи изучены еще недостаточно. Этим обстоятельством обусловлена актуальность темы данной диссертационной работы.

Содержание и характеристика диссертационной работы

Работа состоит из введения, трёх глав и списка литературы из 66 наименований.

Во **введении** описана общая структура работы, включающая актуальность, цели и задачи исследования, научную новизну, методы исследования, сведения о публикациях и апробации результатов, обзор литературы по данной тематике. Основные результаты диссертации опубликованы в 7 работах; из них 4 входят в перечень научных изданий, рекомендованных диссертационным советом ЮФУ, причем 2 входят в базу Scopus.

Глава 1 содержит **3 параграфа**. В **первом параграфе** рассматривается нормальная система быстро осциллирующих обыкновенных дифференциальных уравнений с двухточечными краевыми условиями. При выполнении некоторых условий (в частности, некоторых требований к гладкости правой части и существование ее среднего по "быстрому времени") построена усредненная двухточечная краевая задача и обоснован предельный переход, т. е. доказана асимптотическая близость решений возмущенной и усредненной задач в гильбертовом пространстве определенных на рассматриваемом временном отрезке вектор-функций. Во **втором параграфе** первой главы изучается метод усреднения для нормальной системы быстро осциллирующих обыкновенных дифференциальных уравнений с двухточечными краевыми условиями, которая, в отличие от первого параграфа, может содержать слагаемые, пропорциональные квадратному корню из частоты осцилляций (большие слагаемые). В **третьем параграфе** сформулирована теорема, аналогичная доказанной во втором параграфе, но для другой системы с большими слагаемыми.

Глава 2 содержит **3 параграфа**. В **первом параграфе** метод усреднения обоснован для нормальной системы дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими слагаемыми, ограниченной правой частью и с многоточечными краевыми условиями, когда количество точек не менее двух. Во **втором параграфе** проведено обоснование метода усреднения для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащих быстро осциллирующие слагаемые, пропорциональные квадратному корню из частоты осцилляций, и с многоточечными краевыми условиями. В **третьем параграфе** второй главы сформулированы и решены два иллюстративных примера.

В **Главе 3** рассмотрена многоточечная краевая задача для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими данными, содержащих высокочастотные слагаемые, пропорциональные степени $3/4$ высокой частоты. Для этой задачи сформирована и доказана теорема об усреднении.

На протяжении всей работы при доказательстве теорем об усреднении различных изучаемых задач используется теорема о неявных функциях в банаховых пространствах. Обоснование асимптотической близости решений возмущенной и усредненной задач установлены в классическом про-

странстве Гёльдера.

Научная новизна и основные результаты исследования

В работе получены следующие новые результаты для нелинейных нормальных систем дифференциальных уравнений с высокочастотными слагаемыми.

1. Обоснован метод усреднения для задач с двухточечными и многоточечными краевыми условиями и ограниченными при стремлении частоты к бесконечности правыми частями;
2. Обоснован метод усреднения для задач с двухточечными и многоточечными краевыми условиями, правые части которых содержат слагаемые, пропорциональные определенным положительным степеням высокой частоты.

Замечания

Перечислим по диссертационной работе несколько замечаний и пожеланий автору на будущее:

- 1) Имеется небольшое число описок и опечаток.
- 2) В диссертации метод усреднения обоснован, когда в системе ОДУ могут присутствовать большие слагаемые, пропорциональные степеням $1/2$ и $3/4$ высокой частоты. Интересно, для каких еще положительных степеней частоты можно построить усредненную задачу и обосновать предельный переход?
- 3) Было бы очень интересно разработать и обосновать алгоритм построения старших (или хотя бы второго) приближений метода усреднения для рассматриваемых в диссертации задач. Для задачи Коши этот вопрос решен давно, но для многоточечных краевых задач он, по-видимому, достаточно сложен.

Высказанные замечания не снижают общей положительной оценки диссертационного исследования.

Диссертация является завершенной научно-исследовательской работой, которая содержит новые научные результаты, относящиеся к асимптотической теории дифференциальных уравнений. Эти результаты могут быть использованы при чтении университетских специальных курсов.

Заключение

На основании изложенного выше считаю, что диссертация Бигириндави Даниэля «Усреднение многоточечных краевых задач для дифференциальных уравнений с большими быстро осциллирующими слагаемыми» отвечает всем требованиям, предъявляемым Южным федеральным университетом к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Содержание диссертации удовлетворяет критериям, определенным пп.2.1-2.5 Положения о присуждении учёных степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет» и паспорту специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика. Диссертация оформлена согласно пп.3.1-3.2 Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет». Таким образом, соискатель Бигириндави Даниэль заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент

профессор кафедры математического анализа механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Почтовый адрес: 125493, г. Москва, ул. Авангардная, д.6, корп.2, кв.237

Телефон: 89150977875

e-mail: mirzoev.karahan@mail.ru

Мирзоев Карахан Агахан оглы

Подпись

