

Федеральное государственное
автономное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Титова Дарья Евгеньевна

ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ
ГИРОСКОПАХ И ИНТЕРФЕРОМЕТРАХ

Специальность: 2.2.14. Антенны, СВЧ-устройства и их технологии

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Таганрог – 2023

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет» на кафедре антенн и радиопередающих устройств Института радиотехнических систем и управления.

Научный
руководитель:

Юханов Юрий Владимирович
доктор технических наук, профессор

Официальные
оппоненты:

Геворкян Эдуард Аршавирович
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры математических и естественно-
научных дисциплин, Частное образовательное учреждение
высшего образования "Московский университет имени
С.Ю. Витте", г. Москва

Габриэлян Дмитрий Давидович
доктор технических наук, профессор, заместитель
начальника НТК по науке, Федеральное государственное
унитарное предприятие "Ростовский-на-Дону научно-
исследовательский институт радиосвязи" (ФГУП
«РНИИРС»)

Защита состоится «29» февраля 2024 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета ЮФУ801.02.07 Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет» по адресу: 347928, Ростовская обл., г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44, корпус «Г», ауд. Г-117.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке ЮФУ по адресу: г. Ростов-на-Дону, ул. Зорге, 21Ж и на сайте ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» по адресу: <https://hub.sfedu.ru/diss/show/1324698/>

Автореферат разослан «...» _____ 20__ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета ЮФУ801.02.07
кандидат технических наук, доцент



Пилипенко А.М.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы и состояние вопроса. Традиционно навигационные системы находят свое применение в самых различных областях жизни: и в фундаментальных исследовательских проектах, и в потребительских устройствах ежедневного пользования, а появление новых технологий, таких как беспилотные аппараты, устройства дополненной реальности, IoT (Интернет вещей) и IoE (Интернет всего) и вовсе невозможно вообразить без них. Сложность возможных траекторий и паттернов движения, а также невозможность обеспечения непрерывного доступа к системам GPS и GLONASS требуют от навигационных систем не только определения местоположения объекта и его скорости, но также измерения угловой частоты объектов, что делает гироскопы обязательной частью многих навигационных систем.

Способные реагировать на изменение углов ориентации объекта, на котором они установлены, гироскопы помимо перечисленных выше целей используются в геодезии, сейсмологии, экспериментах по проверке постулатов общей теории относительности (ОТО), а в последние десятилетия – в робототехнике, медицинских инструментах, играх с дополненной реальностью, навигации при чрезвычайных ситуациях и даже творчестве. Стимулируемые высоким спросом на рынке исследования все новых методов и разработка новых устройств измерения скорости вращения ведутся постоянно, а принципы построения гироскопов настолько же многочисленны и разнообразны, как и области их применения и охватывают такие разделы физики, как оптика, механика, электроника, микрофлюидика, акустика, квантовая физика, электродинамика и др. Самыми распространенными среди коммерчески готовых образцов являются основанные на эффекте силы Кориолиса МЭМС гироскопы, которые зачастую отличаются маленькими размерами до нескольких микрометров и невысокой точностью при разрешении до единиц и долей градусов в час, а также использующие эффект Саньяка оптические гироскопы, демонстрирующие разрешение до восьми знаков после запятой ($^{\circ}/ч$) при гораздо больших размерах.

Появление все новых областей применения гироскопов, требовательных к повышению точности и разрешения приборов при их одновременной миниатюризации, **актуализирует** как постоянное совершенствование существующих методов и устройств измерения частоты вращения, так и разработку новых. Научные и технологические достижения последних лет позволили разработать и изготовить МЭМС гироскопы размером в несколько миллиметров при случайном дрейфе $0,0673^{\circ}/ч$ и разрешении $3,6^{\circ}/ч$ [1], что, однако, все еще меньше, чем точность, обеспечиваемая более крупными коммерческими версиями оптических гироскопов. Последние, в свою очередь, благодаря современным производственным технологиям достигли размеров в 2 мм^2 , но изготовленный лабораторный демонстратор обеспечивает значения случайного отклонения угла лишь $650^{\circ}/\sqrt{ч}$ при случайном дрейфе в один оборот в минуту ($21600^{\circ}/ч$) [2], что требует дополнительных исследований. Дополнительные исследования требуют и появившиеся сравнительно недавно новые методы измерения скорости вращения: на датчиках вихревых токов, на резонаторах с модами шепчущей галереи, на поверхностных акустических волнах, использующие ядерный магнитный резонанс и т.д. Но даже наиболее перспективная с точки зрения малых размеров и высоких точностей интерферометрия холодных атомов к настоящему времени реализована лишь в крупных лабораторных установках,

а для коммерческих целей является «интерферометрией будущего» как минимум последнее десятилетие и требует еще нескольких лет разработок для получения работающего прототипа сенсора скорости вращения [3].

Таким образом, исследование новых методов и устройств измерения скорости вращения является актуальным и с развитием технологий связи спрос на инерциальные датчики будет только расти.

Несмотря на то, что в настоящее время одними из наиболее точных из созданных гироскопов являются гироскопы на эффекте Саньяка, то есть на эффектах изменения параметров электромагнитного (ЭМ) поля во вращающихся полостях, формула Саньяка, описывающая разность хода встречных лучей во вращающемся контуре, основана на приближенных представлениях о поведении ЭМ поля при вращении. Ввиду неинерциальности вращающихся систем отсчета и искривления соответствующего им пространства из-за наличия эквивалентных гравитационных сил (центробежной силы и силы Кориолиса), исследование ЭМ поля во вращающихся интерферометрах и гироскопах в строгом виде требует применения ковариантных уравнений электродинамики. Однако во многих предпринятых попытках исследования влияния вращения на поведение ЭМ поля во вращающихся полостях с помощью тензорного исчисления в четырехмерном римановом пространстве либо использовалась нековариантная формулировка уравнений Максвелла, либо делались упрощающие допущения в материальных уравнениях, поэтому были получены лишь приближенные представления об ЭМ поле во вращающихся полостях, по существу эквивалентные решениям классической электродинамики или описывающие частные случаи.

Строгая теория электродинамики во вращающихся системах отсчета, учитывающая влияние на ЭМ поле эквивалентных гравитационных сил, была разработана Б.М. Петровым и изложена подробно в [4] и [5], где были поставлены и решены в строгом виде задачи о возможности существования ЭМ колебаний и волн во вращающихся полостях с использованием уравнений Максвелла в ковариантной форме. Полученное решение позволило дать строгое электродинамическое объяснение эффекта Саньяка [6], а также выявило новые эффекты расщепления собственных частот резонаторов и критических частот волноводов при вращении. Так, например, при решении внутренних задач электродинамики было показано, что критические частоты волновода в покое ω_0 при вращении последнего расщепляются на две новых частоты $\omega_n = \omega_0 \pm n\Omega$, где Ω – частота вращения волновода, n – порядок распространяющейся в волноводе моды. А на основе строгого решения задач о существовании ЭМ поля во вращающихся полостях было получено выражение для расщепления собственной частоты ω_0 цилиндрического резонатора на новые собственные частоты $\omega_n = \omega_0 \pm n\Omega$ при вращении последнего и выражение, описывающее появление новых собственных частот ω_m во вращающемся сферическом резонаторе $\omega_m = \omega_0 \pm m\Omega$, $|m| \leq n$. Полученные аналитические результаты совпали с наблюдаемыми экспериментально и полученными приближенно в литературе, а само явление расщепления собственных частот вращающихся полостей сравнивается с эффектами Штарка и Зеемана [4]. Отличается полученное решение тем, что является строгим и дает возможность исследовать изменение ЭМ поля при вращении численно с учетом описанных релятивистских эффектов.

Б.М. Петровым было показано, что эффекты расщепления собственных частот вращающихся полостей могут быть использованы для определения частоты вращения последних как разности критических частот волновода и собственных частот резонаторов в покое ω_0 и при вращении ω_n , ω_m – одноволновый [7] и резонансный [8] радиочастотные способы измерения частоты вращения соответственно. Считается, что данные способы измерения частоты вращения имеют определенные перспективы по миниатюризации датчиков вращения и повышению их точности за счет использования разных резонансных свойств ЭМ поля в одной и той же вращающейся и покоящейся полости, и использования хорошо разработанных методов измерения на СВЧ. Однако полученные в [4] и [5] решения охватывают лишь задачи о возможности существования ЭМ волн, в то время как более приближенные к реальности задачи возбуждения ЭМ поля во вращающихся полостях не ставились и не решались в строгом виде. **Для исследования возможности реализации новых радиочастотных способов измерения скорости вращения, определения их предельно достижимых характеристик и поиска путей миниатюризации гироскопов и повышения их разрешающей способности следует учитывать источник колебаний и параметры материалов, из которых изготовлены полости, что приводит к необходимости постановки и решения граничных задач возбуждения ЭМ поля во вращающихся интерферометрах и гироскопах.**

ЦЕЛЬЮ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ является поиск путей повышения разрешающей способности измерения частоты вращения радиочастотными методами; исследование возможности уменьшения размеров измерительных устройств частоты вращения, использующих резонансные радиочастотные способы; определение предельно-достижимых параметров радиочастотного резонансного метода измерения частоты вращения.

ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ включают строгую постановку и решение задачи возбуждения вращающегося цилиндрического волновода сторонними источниками токов и зарядов; строгую постановку и решение задачи возбуждения вращающейся цилиндрической полости сторонними источниками токов и зарядов; строгую постановку и решение граничной задачи возбуждения сторонними источниками токов и зарядов сферической полости с импедансными стенками и диэлектрическим заполнением; строгую постановку и решение задачи возбуждения сторонними источниками токов и зарядов вращающейся полости, образованной концентрическими сферой и шаром с импедансными стенками и диэлектрическим заполнением; численные исследования влияния параметров материалов стенок и заполнения вращающихся полостей на добротность последних и на величину предельно-достижимых параметров радиочастотных методов измерения частоты вращения; численные исследования способов увеличения добротности вращающейся сферической полости путем применения сверхпроводящих материалов с целью повышения разрешения резонансного метода измерения частоты вращения; исследование возможности миниатюризации датчика частоты вращения, использующего резонансный метод, применительно к концентрическому сферическому резонатору; физическую интерпретацию полученных результатов.

ДОСТОВЕРНОСТЬ полученных результатов подтверждается корректным выбором записи уравнений электродинамики во вращающихся системах отсчета,

полученных из уравнений Максвелла в ковариантной форме в приближении ОТО без применения некорректных предположений о скорости света; совпадением полученных аналитических результатов в частных случаях с известными из литературы экспериментальными и теоретическими результатами; совпадением аналитических и численных результатов для частного случая отсутствия вращения с известными результатами классической теории электродинамики.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Впервые полученное строгое решение на основе ковариантных уравнений Максвелла и импедансных граничных условий внутренних задач электродинамики о возбуждении электромагнитного поля во вращающихся волноводах, резонаторах и концентрических резонаторах, являющихся математическими моделями интерферометров и гироскопов, позволяющее учесть влияние эквивалентного гравитационного поля (силы Кориолиса и центробежной силы) на электромагнитное поле в неинерциальных (вращающихся) системах отсчета, выявить и численно исследовать обязанные этому влиянию релятивистские эффекты.

2. Результаты исследования релятивистского эффекта расщепления критических и собственных частот вращающихся волноводов, резонаторов и концентрических резонаторов при возбуждении в них электромагнитного поля, позволившие выполнить анализ основанных на данном эффекте радиочастотных методов измерения частоты вращения, исследовать возможность синтеза высокоэффективных устройств измерения частоты вращения на основе вращающихся полостей, определить предельно-достижимые характеристики этих методов.

3. Определены степень и характер влияния на разрешающую способность и точность радиочастотных методов измерения частоты вращения формы, материалов и добротности полостей.

4. Результаты численного исследования путей увеличения разрешающей способности радиочастотных резонансных методов измерения частоты вращения при использовании сверхпроводящих материалов стенок вращающихся полостей, показавшие возможность разработки радиочастотного устройства измерения частоты вращения, которое при сравнительно небольших линейных и электрических размерах способно обеспечивать разрешение, достаточное для навигационных целей.

5. Предложения по возможным путям уменьшения размеров устройства, реализующего радиочастотный резонансный метод измерения частоты вращения, при использовании концентрической сферической полости, показавшие, что внесение концентрической полости во вращающуюся сферическую полость позволяет сократить объем резонатора, необходимый для возбуждения в нем колебаний основного типа, уменьшая тем самым размер резонатора в устройстве измерения частоты вращения.

6. Рекомендации по выбору гироскопов на основе вращающихся полостей в зависимости от требуемых характеристик разрешения и линейных размеров устройства измерения частоты вращения, основанные на рассчитанных предельно-достижимых значениях и указанных ограничениях и особенностях применения радиочастотных резонансных методов измерения частоты вращения.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА РАБОТЫ заключается в том, что получены новые знания в области возбуждения вращающихся интерферометров и гироскопов сторонними источниками токов и зарядов. В частности, впервые сформулированы и решены в строгом виде граничные задачи возбуждения произвольными сторонними источниками токов и зарядов ЭМ поля во вращающихся интерферометрах и гироскопах. Получено строгое аналитическое представление для векторов напряженностей ЭМ поля, возбужденного во вращающихся полостях, с учетом влияния эквивалентного гравитационного поля, что в настоящий момент невозможно смоделировать в широко используемых САПР, не учитывающих релятивистские поправки и неинерциальные системы отсчета. Проведен численный анализ параметров резонансного радиочастотного метода измерения скорости вращения. Исследована возможность увеличения добротности вращающейся сферической полости путем применения сверхпроводящих материалов. Исследована возможность уменьшения размеров вращающейся сферической полости путем внесения концентрического шара.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ состоит в том, что в работе исследованы радиочастотные способы измерения частоты (скорости) вращения и установлены технические параметры вращающихся гироскопов и интерферометров их реализующих. Выработаны рекомендации по использованию резонансного радиочастотного метода для измерения частоты (скорости) вращения полости в зависимости от параметров используемых материалов и конструкции полости. Показано, что при определенных условиях исследованные резонансные методы измерения частоты вращения могут обеспечить размеры измерителей частоты вращения до нескольких миллиметров при навигационном разрешении, что делает данный способ потенциально конкурентным на современном рынке датчиков вращения.

В международном масштабе результаты исследования и выводы, сделанные на их основе, могут найти практическое применение в различных крупных экспериментах и исследованиях с интерферометрами и гироскопами.

Результаты исследований были получены в том числе при выполнении НИОКТР № 122022200226-3 «Прорывные поисковые лаборатории "Системы связи"» в рамках реализации государственной программы поддержки университетов «Приоритет 2030».

СООТВЕТСТВИЕ ПАСПОРТУ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 2.2.14. «Антенны, СВЧ-устройства и их технологии» диссертации отражается в решении внутренних задач электродинамики для анализа и синтеза высокоэффективных СВЧ устройств, определения их предельно-достижимых характеристик, возможных путей построения, что соответствует п. 1 паспорта научной специальности.

ЛИЧНЫЙ ВКЛАД АВТОРА заключается в самостоятельном получении основных результатов и выводов в диссертационной работе: соискателем решены поставленные в работе задачи; проведены численные исследования, выполнен анализ и сравнение полученных результатов с известными в литературе частными случаями; исследовано влияние материалов полостей на параметры радиочастотных способов измерения частоты вращения и определены предельно достижимые параметры;

разработаны рекомендации по применению резонансных способов измерения частоты вращения полостей.

АПРОБАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ проводилась посредством представления и обсуждения основных результатов работы на всероссийских и международных конференциях: ММЕТ2016, IEEE 16th International Conference “Mathematical Methods in Electromagnetic Theory”, Украина; 7th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL-2016), Украина; II International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering YSF-2016, Украина; 2017 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (2017 EIConRus), Россия; 2017 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves RSEMW (RSEMW-2017), Россия; 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus 2018), Россия; 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus 2019), Россия; 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves, RSEMW-2019, Россия; 2021 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW-2021), Россия; 2023 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW-2023), Россия; International Meeting "Physical Interpretations of Relativity Theory" (PIRT-2023), Moscow, Russian Federation, 2023.

ПУБЛИКАЦИИ по теме диссертационной работы включают 14 работ, написанных самостоятельно и в соавторстве, опубликованных в изданиях, рекомендованных ВАК и индексируемых Scopus и Web of Science.

ОБЪЕМ РАБОТЫ. Диссертационная работа состоит из введения, пяти разделов основного текста и заключения. Работа содержит 194 с., в том числе 147 с. основного текста, 41 рисунок и 9 таблиц, список литературы из 310 наименований на 18 с. и 3 приложения.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведен краткий обзор устройств измерения частоты вращения; обоснована актуальность формулируемых и решаемых в диссертации задач; обозначены цели и задачи исследования; описаны выбранные методы исследования и обоснована их достоверность; приведены основные положения, выносимые на защиту; описана научная новизна и практическая ценность полученных результатов; указан личный вклад автора и перечислены основные публикации.

В первой главе приведен краткий обзор известных в литературе решений задач электродинамики во вращающихся полостях. Обсуждается полученное Б.М. Петровым [4], [5] строгое решение задач о существовании ЭМ волн во вращающихся волноводах и резонаторах, выявленные эффекты расщепления критических частот волновода и собственных частот резонатора под действием эквивалентного гравитационного поля – центробежной и кориолисовой сил. Даны описания радиочастотных способов измерения частоты вращения [7], [8], основанных на данных эффектах. Показано, что для непосредственной реализации новых способов, определения границ и особенностей их применимости необходимо проведение аналитических и численных исследований с учетом источника колебаний, что приводит к необходимости постановки и решения задач возбуждения ЭМ поля во вращающихся интерферометрах и гироскопах.

Во второй главе с целью исследования одноволнового метода измерения частоты вращения [7], выполнены постановка и решение задачи возбуждения сторонними источниками токов и зарядов вращающегося цилиндрического волновода, являющегося математической моделью интерферометра. При постановке задачи вводятся две системы отсчета (СО) с общим началом: инерциальная $K'(x', y', z', iv_\phi t) = K'(r', \varphi', z', iv_\phi t)$, относительно которой цилиндрический волновод радиуса $r = a$ вращается вокруг своей оси со скоростью Ω , и неинерциальная (вращающаяся со скоростью Ω) $K(x, y, z, t) = K(r, \varphi, z, t)$, в которой волновод находится в покое. При этом $r' = r$, $\varphi' = \varphi + \Omega t$, $z' = z$, а оси z' и z совпадают между собой и с осью вращения волновода (Рисунок 1). Область сторонних источников V_j расположена в объеме волновода, вращается вместе с ним и возбуждает в нем ЭМ поле на частоте ω_0 . Для всех точек в V_j линейные скорости $\Omega a < c$. Радиус a , проводимость стенок σ_1 , диэлектрическая $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon_0(\varepsilon_r' - i\varepsilon_r'')$ и магнитная $\mu = \mu_0 \mu_r$ проницаемости диэлектрического заполнения волновода измерены в СО K .

При решении используется ковариантная форма записи уравнений Максвелла в трехмерной форме для трехмерных объектов, приведенная в [4]:

$$\text{rot} \hat{H} = \frac{\partial \hat{D}}{\partial t} + \hat{j}^E, \quad \text{rot} \bar{E} = \frac{-\partial \bar{B}}{\partial t} - \bar{j}^H, \quad \text{div} \hat{D} = \hat{\rho}^E, \quad \text{div} \bar{B} = \rho^H, \quad (1)$$

где $\bar{E} = E_\alpha = (E_1, E_2, E_3) = (E_r, rE_\varphi, E_z)$ – ковариантный вектор напряженности электрического поля; $\hat{H} = \hat{H}^{\alpha\beta} = (\hat{H}^{23}, -\hat{H}^{13}, \hat{H}^{12}) = (H_r, rH_\varphi, H_z)$ – контравариантная бивекторная плотность веса +1 для напряженности магнитного поля; $\hat{D} = \hat{D}^\alpha = (\hat{D}^1, \hat{D}^2, \hat{D}^3) = (r\hat{D}^r, \hat{D}^\varphi, r\hat{D}^z)$ – контравариантная векторная плотность веса +1 для электрической индукции; $\bar{B} = B_{\alpha\beta} = (B_{23}, -B_{13}, B_{12}) = (rB_{r\varphi}, B_{rz}, rB_{\varphi z})$ – ковариантный бивектор для магнитной индукции; $\hat{j} = \hat{j}^{E,\alpha} = (r\hat{j}^{E,r}, \hat{j}^{E,\varphi}, r\hat{j}^{E,z})$ – контравариантная векторная плотность объемного стороннего электрического тока; $\hat{\rho}^E$ – скалярная плотность стороннего объемного электрического заряда; $\bar{j}^H = \bar{j}^H_{\alpha\beta} = (r\hat{j}^{H,r}, \hat{j}^{H,\varphi}, r\hat{j}^{H,z})$ – бивектор плотности объемного стороннего магнитного тока; ρ^H – простая скаляр-плотность объемного магнитного заряда.

При решении задачи возбужденное во вращающемся волноводе в СО K ЭМ поле представлено как сумма первичного ЭМ поля, возбуждаемого сторонними источниками токов и зарядов V_j , и вторичного ЭМ поля, возбуждаемого эквивалентными поверхностными токами и зарядами на границе раздела сред при $r = a$ (Рисунок 1). Согласно [4], [5] это ЭМ поле, удовлетворяющее уравнениям (1) и материальным уравнениям для вращающихся СО [4], [5], в СО K разделяется с помощью электрического V^E и магнитного V^H потенциалов Дебая на ЭМ поля электрического типа (E -типа, $B_{r\varphi} = 0$) и магнитного типа (H -типа, $\hat{D}^z = 0$) таким образом, что функции V^E и V^H удовлетворяют волновому уравнению во вращающихся СО [4]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial V^{E,H}}{\partial r} + \frac{1-\beta^2}{r^2} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial \varphi^2} + \frac{2\beta}{v_\phi r} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial \varphi \partial t} + \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial z^2} - \frac{1}{v_\phi^2} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

где $\beta = \Omega r/v_\phi$, $v_\phi = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ – фазовая скорость в среде, а сами потенциалы Дебая бесконечного спектра неоднородных цилиндрических волн выражаются как

$$V^{E,H} = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2} U_n^{E,H} d\alpha. \quad (3)$$

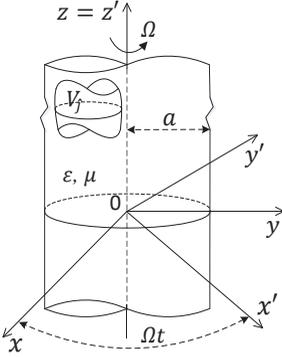


Рисунок 1 – Вращающийся волновод

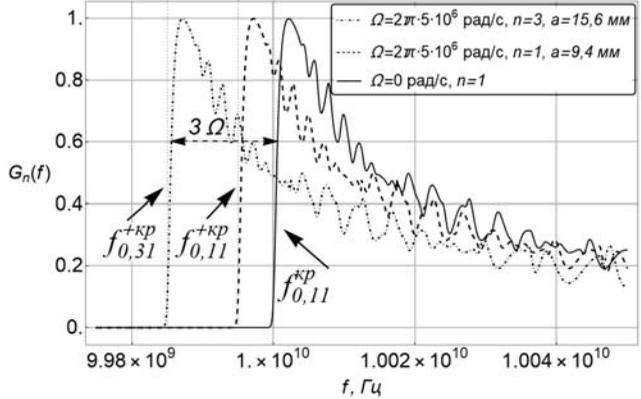


Рисунок 2 – Нормированные ЧХ $G_n(f)$ цилиндрического волновода¹: $f_0 = 10$ ГГц, заполнение – Si_2O_3 , стенки – Ag ;
 $f_{0,n1}^{\pm kp} = f_{0,11}^{kp} \mp n\Omega/2\pi$

В работе линейная комбинация цилиндрических функций $U_n^{E,H}$ полного поля, удовлетворяющая уравнениям (1), (2), условиям периодичности $U_n^{E,H}(r, \varphi, z) = U_n^{E,H}(r, \varphi + 2\pi, z)$ и условиям излучения при $z \rightarrow \pm\infty$ [4], выражается как сумма цилиндрических функций первичного $U_n^{E,H,P}$ и вторичного $U_n^{E,H,S}$ ЭМ полей:

$$U_n^{E,H} = U_n^{E,H,P} + U_n^{E,H,S} = e^{-in\varphi} e^{\pm\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}z} \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}} \left\{ H_n^{(2)}(\alpha r) F_n^{(2)E,H}(\alpha) + a_n^{E,H} J_n(\alpha r) \right\}, \quad r > \rho, \quad (4)$$

$$= e^{-in\varphi} e^{\pm\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}z} \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}} \left\{ J_n(\alpha r) F_n^{(1)E,H}(\alpha) + a_n^{E,H} H_n^{(2)}(\alpha r) \right\}, \quad r < \rho,$$

где $a_n^{E,H}$ – коэффициенты, определяемые из граничных условий, ρ – координаты области сторонних источников токов и зарядов V_j , описываемых коэффициентами $F_n^{(s)E,H}$, $J_n(\alpha r)$ и $H_n^{(2)}(\alpha r)$ – функции Бесселя и Ганкеля соответственно, α – поперечный коэффициент распространения азимутальной гармоники ЭМ поля, а $\chi_n = \sqrt{k_n^2 - \alpha^2}$ – продольный коэффициент распространения, n – порядок функции Бесселя и порядок возбуждаемой моды, $k_n = \omega_n/v_\phi = (\omega_0 + n\Omega)/v_\phi = k_0 + n\Omega/v_\phi$ [4], [5].

Выражения для составляющих векторов напряженностей ЭМ поля для волн электрического и магнитного типов записаны с помощью функций (4) [4], [5]. Так как выражения для первичных ЭМ полей $U_n^{E,H,P}$ (4) известны [4], решение сводится к определению выражений для слагаемых $U_n^{E,H,S}$ (4). В работе неизвестные

¹ Si_2O_3 – кристаллический кварц, $\varepsilon_r = 3,8$, $\tan\delta = 10^{-4}$; Ag – серебро, $\sigma_1 = 6,14 \cdot 10^7$ См/м

коэффициенты $a_n^{E,H}$ определены в ходе постановок и решения граничных задач возбуждения вращающихся цилиндрических волноводов при идеально проводящих ($\sigma_1 = \infty$) и импедансных ($\sigma_1 = const$) стенках. Записаны общие выражения для составляющих векторов напряженностей ЭМ поля, возбужденного во вращающемся цилиндрическом волноводе, и для основных параметров волновода, таких как фазовая и групповая скорости и критические частоты. Проведен анализ полученных выражений для вращающихся СО в сравнении с известными выражениями классической электродинамики. Построены частотные характеристики (ЧХ) вращающихся волноводов $G_n(f)$, определенные в работе как нормированные значения квадрата электрической индукции возбужденного во вращающихся полостях ЭМ поля E -типа при фиксированных значениях n . Численными расчетами для частного случая возбуждения ЭМ поля элементарным электрическим вибратором (ЭЭВ) подтвержден эффект расщепления критической частоты волновода в покое ω_0 на две новых частоты $\omega_n = \omega_0 \pm n\Omega$ при вращении, что приводит к смещению ЧХ (Рисунок 2). Описаны особенности использования одноволнового радиочастотного метода измерения частоты вращения, основанного на таком смещении критической частоты волновода [7]. Например, показано, что при использовании диэлектрического заполнения волновода с идеально проводящими стенками разрешение исследуемого способа не превышает 10^6 Гц при частоте возбуждаемого ЭМ поля 10^{10} Гц.

В третьей главе с целью исследования резонансного метода измерения частоты вращения [8] на примере цилиндрического резонатора, полученные во втором разделе и в [4] аналитические результаты используются для формулировки и решения задачи возбуждения сторонними источниками токов и зарядов вращающегося цилиндрического резонатора (являющегося математической моделью гироскопа). Постановка задачи о возбуждении ЭМ поля во вращающемся резонаторе отличается от постановки задачи для волновода наличием граничных условий на торцах в поперечных сечениях при $z = 0, l$ (Рисунок 3). Решение строится схожим образом: возбужденное во вращающемся цилиндрическом резонаторе ЭМ поле представляется как сумма первичного ЭМ поля источника V_j и вторичного ЭМ поля, отраженного от границ раздела сред при $r = a$ и $z = 0, l$, а в выражениях для потенциалов Дебая полного ЭМ поля (3) цилиндрические функции $U_n^{E,H}$ записываются как

$$U_n^{E,H} = U_n^{E,H,P} + U_n^{E,H,S} = e^{-in\varphi} \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}} \begin{cases} H_n^{(2)}(\alpha r) F_n^{(2)E,H}(\alpha) Z_n^E(z) \\ J_n(\alpha r) F_n^{(1)E,H}(\alpha) Z_n^E(z) \end{cases} + a_n^{E,H} J_n(\alpha r) Z_n^E(z), \quad \begin{matrix} r > \rho \\ r < \rho \end{matrix} \quad (5)$$

где $a_n^{E,H}$ – коэффициенты, определяемые из граничных условий на стенках резонатора при $r = a$, $Z_n^E(z)$ – функция, удовлетворяющая граничным условиям на торцах резонатора при $z = 0, l$.

Коэффициенты $Z_n^E(z)$, определенные в работе при решении граничной задачи возбуждения сторонними источниками токов и зарядов вращающегося цилиндрического резонатора с идеально проводящими стенками, позволили записать общие выражения для составляющих векторов напряженностей возбужденного ЭМ поля. Анализ полученного решения показал, что, как и в случае задачи о существовании ЭМ колебаний [4], собственная частота ω_0 резонатора в покое

расщепляется на две новых собственных частоты $\omega_0 \pm n\Omega$. Численные результаты для случая возбуждения с помощью ЭВ идеально проводящего цилиндрического резонатора с диэлектрическим заполнением позволили исследовать возможность измерения частоты вращения резонансным способом [8] (Рисунок 4).

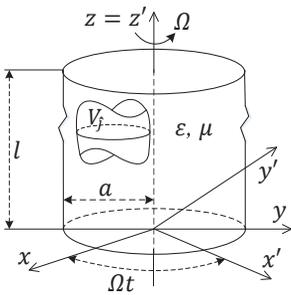


Рисунок 3 – Вращающийся цилиндрический резонатор

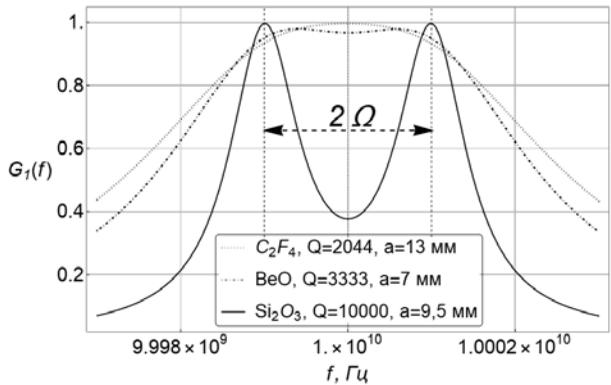


Рисунок 4 – Нормированные ЧХ цилиндрического резонатора²: $f_0 = 10$ ГГц, $\Omega = 2\pi \cdot 10^6$ рад/с

Например, было показано, что при использовании для материалов стенок металлов с идеальной проводимостью разрешение³ метода измерения частоты вращения, определенное в работе как $\Omega_{min}^{cil} = \Delta\omega_0/2$, где $\Delta\omega_0$ – ширина ЧХ по уровню половинной мощности, ограничивается потерями в заполняющем резонатор диэлектрике и для нормальных условий может составлять 10^5 оборотов в минуту в зависимости от размеров резонатора и выбранного порядка возбуждаемой моды. С ростом потерь, т.е. с уменьшением добротности Q полости, разрешение новых собственных частот ω_n становится невозможным (Рисунок 4, C_2F_4 и BeO), что затрудняет измерение частоты вращения. Такие результаты говорят о необходимости поиска путей повышения добротности резонаторов и/или применения сверхточных радиочастотных методов измерения для увеличения разрешения конструируемых на основе радиочастотных способов датчиков вращения. Даны рекомендации по выбору параметров резонаторов для обеспечения требуемого разрешения и линейных размеров гироскопов на основе резонансного радиочастотного способа измерения частоты вращения. Показано, например, что при использовании цилиндрического резонатора с идеально проводящими стенками и кварцевым заполнением можно обеспечить измерение частоты вращения Ω_{min} при соотношении $\Omega_{min}/\omega_0 \sim 5 \cdot 10^{-5}$ и больше.

В четвертой главе резонансный метод измерения частоты вращения [8] исследуется для сферического гироскопа с помощью постановки и решения в строгом виде задачи возбуждения ЭМ поля во вращающейся сферической полости. Как и ранее, при постановке задачи вводятся две системы координат с общим началом:

² C_2F_4 – тефлон, $\epsilon'_r = 2,08$, $\tan\delta = 4 \cdot 10^{-4}$; BeO – оксид бериллия, $\epsilon'_r = 6,5$, $\tan\delta = 3 \cdot 10^{-4}$;

³ Минимальное значение частоты вращения, которое возможно измерить резонансным способом

инерциальная СО $K'(R', \theta', \varphi', i v_{\Phi} t)$, относительно которой сферический резонатор радиуса a вращается со скоростью Ω , и неинерциальная (вращающаяся со скоростью Ω) СО $K(R, \theta, \varphi, t)$, в которой резонатор находится в покое. $R' = R$, $\theta' = \theta$, $\varphi' = \varphi + \Omega t$, а начала координат СО K' и K совпадают между собой и с центром сферы (Рисунок 5). Радиус a сферы, проводимость ее стенок σ_1 , ε и μ заполняющего ее диэлектрика измерены в СО K .

При решении используется ковариантная форма записи уравнений Максвелла (1), где для сферической системы координат $\vec{E} = E_{\alpha} = (E_1, E_2, E_3) = (E_R, RE_{\theta}, R \sin \theta E_{\varphi})$; $\vec{H} = \hat{H}^{\alpha\beta} = (\hat{H}^{23}, -\hat{H}^{13}, \hat{H}^{12}) = (\hat{H}_R, R\hat{H}_{\theta}, R \sin \theta \hat{H}_{\varphi})$; $\vec{D} = \hat{D}^{\alpha} = (\hat{D}^1, \hat{D}^2, \hat{D}^3) = (R^2 \sin \theta \hat{D}^R, R \sin \theta \hat{D}^{\theta}, R \hat{D}^{\varphi})$; $\vec{B} = B_{\alpha\beta} = (B_{23}, -B_{13}, B_{12}) = (R^2 \sin \theta B_{\theta\varphi}, -R \sin \theta B_{R\varphi}, RB_{R\theta})$; $\hat{j} = j^{E,\alpha} = (R^2 \sin \theta j^{E,R}, R \sin \theta j^{E,\theta}, R j^{E,\varphi})$; $j^H = j_{\alpha\beta}^H = (R^2 \sin \theta j_{\theta\varphi}^H, -R \sin \theta j_{R\varphi}^H, R j_{R\theta}^H)$ [4], [5].

Возбужденное в резонаторе ЭМ поле, удовлетворяющее уравнениям (1), представлено в виде суммы первичного ЭМ поля, возбуждаемого вращающимися вместе с полостью сторонними источниками токов и зарядов V_j , и вторичного ЭМ поля, возбуждаемого токами и зарядами, наведенными на стенках сферической полости при $R = a$ (Рисунок 5). Согласно [4], полное ЭМ поле разделено на ЭМ поле электрического типа (E -типа, $B_{\theta\varphi} = 0$) и ЭМ поле магнитного типа (H -типа, $\hat{D}^R = 0$) с помощью электрического V^E и магнитного V^H потенциалов Дебая, удовлетворяющих волновому уравнению во вращающейся СО K для сферической системы координат, записанному в

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial V^{E,H}}{\partial R} + \frac{1-\beta^2}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial \varphi^2} + \\ & + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial V^{E,H}}{\partial \theta} + \frac{2\beta}{v_{\Phi} R \sin \theta} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial \varphi \partial t} - \frac{1}{v_{\Phi}^2} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial t^2} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\beta = \Omega R \sin \theta / v_{\Phi}$. В работе потенциалы Дебая для полного поля $V^{E,H}$ разлагаются по системе сферических функций $U_{nm}^{E,H}$ [4]:

$$V^{E,H} = e^{i\omega_0 t} \frac{1}{\varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n U_{nm}^{E,H}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} U_{nm}^{E,H} &= U_{nm}^{E,H,P} + U_{nm}^{E,H,S} = \\ &= e^{-im\varphi} P_n^m(\cos \theta) \begin{cases} h_n^{(2)}(k_m R) F_{nm}^{(2)E,H} & R > \rho, \\ j_n(k_m R) F_{nm}^{(1)E,H} & R < \rho, \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

где $U_{nm}^{E,H,P}$ и $U_{nm}^{E,H,S}$ – сферические функции, описывающие первичное и вторичное ЭМ поля соответственно, ρ – координаты области сторонних источников токов и зарядов V_j , описываемых выражениями $F_{nm}^{(s)E,H}$, a_{nm} , b_{nm} – коэффициенты, определяемые из граничных условий для ЭМ полей E -типа и H -типа соответственно, $P_n^m(\cos \theta)$ – присоединенные полиномы Лежандра, $j_n(k_m R)$ и $h_n^{(2)}(k_m R)$ – сферические функции Бесселя и Ганкеля соответственно, n – порядок сферических функций, $|m| \leq n$. Волновое число k_m выражается как $k_m = k_0 + m\Omega / v_{\Phi}$ [4], [5].

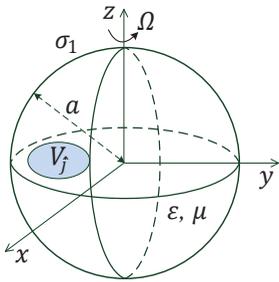


Рисунок 5 - Вращающийся сферический резонатор

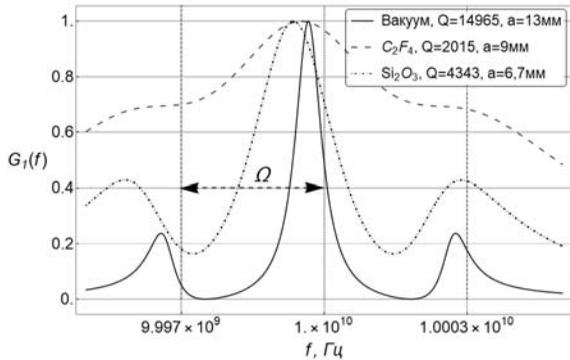


Рисунок 6 - Нормированные ЧХ $G_1(f)$ сферического резонатора: $f_0 = 10$ ГГц, $\Omega = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^6$ рад/с, стенки - Ag

Подставленные в выражения для составляющих компонент векторов напряженностей и продольных составляющих индукций для ЭМ поля электрического и магнитного типов [4], данные выражения (7), (8) определяют общее решение задачи. При этом сферические функции $U_{nm}^{E,H,P}$ (8) определены в [4], а функции $U_{nm}^{E,H,S}$ определяются в работе посредством решения граничных задач. Для определения коэффициентов a_{nm} , b_{nm} в функциях $U_{nm}^{E,H,S}$ (8), а также для учета тепловых потерь в материалах резонатора далее в разделе были поставлены и решены в строгом виде граничные задачи о возбуждении ЭМ колебаний во вращающейся сферической полости при идеально проводящих стенках и при импедансных стенках при диэлектрическом заполнении. Приведен анализ записанных общих выражений для составляющих векторов напряженностей ЭМ поля, возбужденного во вращающемся сферическом резонаторе, в сравнении со случаем классической электродинамики при $\Omega = 0$. Подтверждается описанный в [4] для задачи существования ЭМ поля во вращающемся резонаторе эффект расщепления собственной частоты резонатора ω_0 в покое на $2n$ новых резонансных частот $\omega_m = \omega_0 \pm m\Omega$ резонатора при вращении вследствие воздействия эквивалентного гравитационного поля. Построены ЧХ вращающихся сферических резонаторов (Рисунок 6) и исследована зависимость разрешения резонансного способа измерения частоты вращения, принятая для сферического резонатора равной $\Omega_{min}^{sph} = \Delta\omega_0$, от параметров материалов и добротности полости. Показано, что с ростом Q (уменьшением тепловых потерь) можно добиться лучшего разрешения, т.е. измерить меньшие значения Ω_{min}^{sph} . Численное исследование зависимости предельно достижимых характеристик резонансного метода измерения частоты вращения [8] от параметров материалов резонатора для частного случая, когда источником ЭМ поля является ЭЭВ, показало, что при использовании сверхпроводящих материалов для стенок резонатора (Рисунок 7б) возможно получить разрешение способа [8] до единиц градусов в час (тысячные доли оборотов в минуту, Рисунок 7а) при размере резонатора до 10 мм (Рисунок 7в), что делает данный способ потенциально конкурентным на современном рынке датчиков вращения.

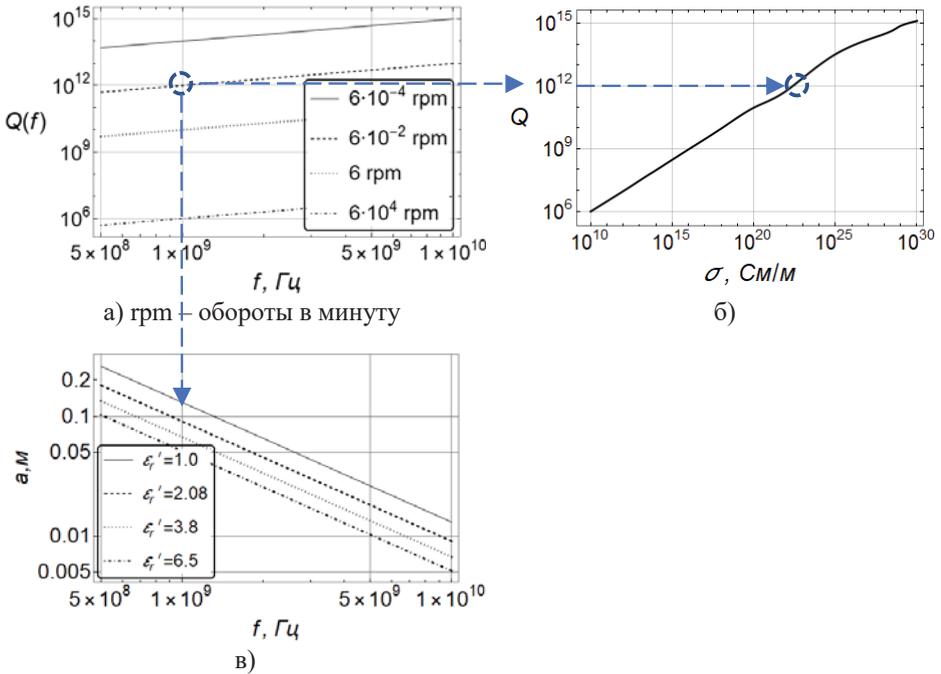


Рисунок 7 - Зависимость добротности вращающегося сферического резонатора от частоты возбуждаемого в резонаторе ЭМ поля (а) и проводимости материала стенок (б); Зависимость радиуса резонатора от частоты возбуждаемого в резонаторе ЭМ поля (в)

Следует отметить, что возможность измерять частоту вращения Ω резонансным способом [8] напрямую зависит от возможности измерить с высокой точностью новые расщепленные частоты резонаторов, то есть от возможности различить на ЧХ вращающихся полостей соседние расщепленные частоты $\omega_0 + n\Omega$ и $\omega_0 - n\Omega$ для цилиндрического резонатора и ω_0 и $\omega_0 \pm m\Omega$ для сферического резонатора (Рисунок 4, Рисунок 6). В работе принято, что для этого достаточно, чтобы интервал между соседними собственными частотами был равен ширине ЧХ по половинной мощности $\Delta\omega_0$, откуда $\Omega_{min}^{cil} = \Delta\omega_0/2$ и $\Omega_{min}^{sph} = \Delta\omega_0$. Можно утверждать, что разрешающая способность в случае цилиндрического резонатора при прочих равных условиях (добротность полости, частота и порядок возбуждаемой моды) будет выше в два раза по сравнению со сферическим резонатором, но прикратно больших размерах (Рисунок 4, 7).

В пятом разделе для исследования возможности миниатюризации размеров устройств измерения частоты вращения, исследуется радиочастотный резонансный способ [8] применительно ко вращающемуся концентрическому сферическому резонатору, образованному полостью между концентрическими шаром и сферой (далее – концентрический сферический резонатор). Для этого в разделе поставлена и решена в строгой форме задача возбуждения полости между концентрическими шаром и сферой сторонними источниками токов и зарядов. Математическая модель

задачи аналогична приведенной в четвертом разделе с той разницей, что во вращающуюся в СО K' сферу радиуса a внесен шар меньшего радиуса b так, что сторонние источники V_j возбуждают ЭМ поле в полости $b \leq R \leq a$ (Рисунок 8). Центры концентрических сферы радиуса a , проводимости σ_1 и шара радиуса b , проводимости σ_2 , $b/a = \alpha < 1$, расположены в начале координат СО K' и K , а сами сферы вместе со сторонними источниками токов и зарядов V_j вращаются в СО K' со скоростью Ω (находятся в покое в СО K). При решении, как и в четвертом разделе, используется ковариантная форма записи уравнений Максвелла (1), а ЭМ поле в СО K разделяется с помощью электрического V^E и магнитного V^H потенциалов Дебая на поля электрического и магнитного типов (7) [4].

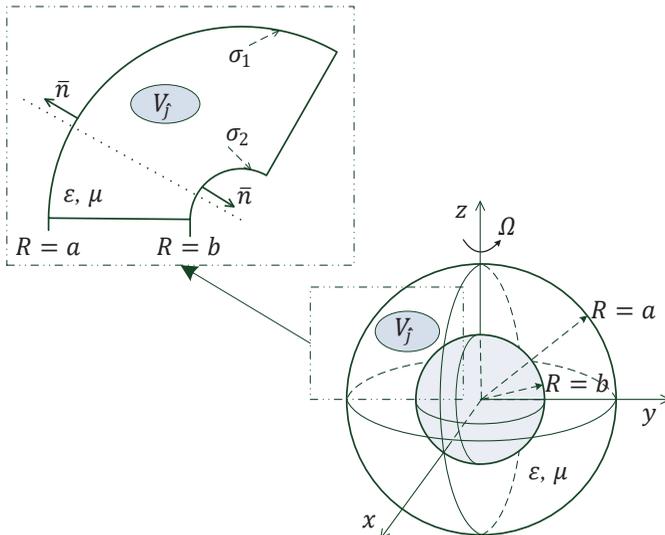


Рисунок 8 – К постановке граничной задачи возбуждения ЭМ поля во вращающемся концентрическом сферическом резонаторе, образованном полостью между концентрическими шаром и сферой

Возбужденное ЭМ поле, как и ранее в работе, представляется суммой первичного ЭМ поля, возбуждаемого вращающимся вместе с полостью источником V_j , и отраженного от стенок полости при $R = a$ и $R = b$ вторичного ЭМ поля (7), (8) (Рисунок 8). Однако в данном случае вторичное ЭМ поле $U_{nm}^{E,H,S}$ (8), с учетом конечных значений составляющих векторов напряженностей ЭМ поля на стенках полости при $R = a$ и $R = b$, записывается в форме

$$U_{nm}^{E,H,S} = P_{nm}^m (\cos\theta) e^{-im\varphi} [a_{nm}^{E,H} j_n(k_m R) + b_{nm}^{E,H} n_n(k_m R)], \quad b \leq R \leq a, \quad (9)$$

где $a_{nm}^{E,H}$, $b_{nm}^{E,H}$ – коэффициенты, определяемые из граничных условий для ЭМ полей E -типа и H -типа, $n_n(k_m R)$ – сферическая функция Неймана.

В работе получено решение граничных задач о возбуждении ЭМ колебаний во вращающемся концентрическом сферическом резонаторе для случая идеальной и конечной проводимостей стенок сферы и шара, определившее коэффициенты $a_{nm}^{E,H}$ и $b_{nm}^{E,H}$ и позволившее учесть тепловые потери. Решение позволило рассчитать ЧХ вращающихся концентрических сферических резонаторов и дало возможность численно исследовать резонансный радиочастотный метод измерения скорости вращения [8]. Полученные ЧХ для частного случая возбуждения ЭМ поля ЭЭВ по форме совпадают с аналогичными ЧХ, приведенными для сферической полости на Рисунке 6, что говорит о схожем характере зависимости добротностей концентрического сферического резонатора и сферической полости от параметров материалов стенок и заполнения резонаторов. Однако, в случае с концентрическим резонатором общий размер резонатора уменьшается с ростом радиуса b внутренней сферы и при малых значениях отношения $\alpha = b/a$ он намного меньше размеров одинарной сферической полости при условии возбуждения в ней моды того же порядка. Это дает возможность уменьшения линейных (и электрических) размеров сферической полости, а с ними – и размеров датчика частоты вращения, использующего резонансный способ [8].

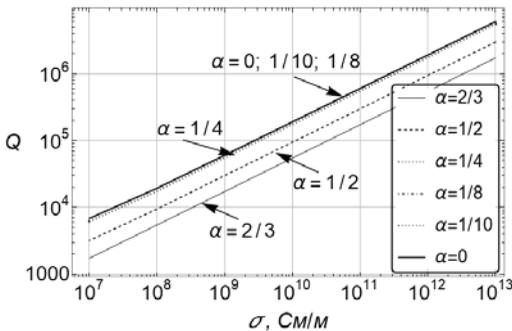


Рисунок 9 – Зависимость добротности вращающегося концентрического сферического резонатора от σ при $\sigma_1 = \sigma_2$ при различных $\alpha = b/a$

С уменьшением $\alpha = b/a$ при одинаковой выбранной собственной частоте резонаторов в покое ω_0 , концентрический сферический резонатор будет иметь не только меньшие размеры, но и меньшую добротность за счет увеличения площади импедансных стенок, что может сказаться на разрешении резонансного способа измерения частоты вращения при учете $\Omega_{min}^{sph} = \Delta\omega_0 = \omega_0/Q$ (Рисунок 9). Однако процентное уменьшение размеров (10 % в случае $\alpha = b/a = 1/4$) превышает процентное ухудшение добротности (5 %).

В заключении на основе полученных в разделах работы результатов и сформулированных выводов даны рекомендации, которые необходимо учитывать при разработке устройств, реализующих радиочастотные методы измерения частоты вращения, в зависимости от формы, материалов и добротности полостей. Перечислены области возможных дальнейших исследований по теме.

В приложениях, носящих справочный характер, приведен более подробный обзор существующих методов и устройств измерения частоты вращения. Рассмотрены МЭМС сенсоры, оптические датчики вращения, оптоэлектронные гироскопы, а также атомные интерференционные и некоторые иные устройства измерения частоты вращения. Описаны основные характеристики датчиков, обеспечиваемые ими параметры, достоинства и ограничения в зависимости от принципов работы, технологии изготовления и области применения.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В настоящей работе впервые при использовании уравнений Максвелла в ковариантной форме [4], [5] выполнены в строгой форме постановка и решение задач возбуждения произвольным распределением токов и зарядов ЭМ поля во вращающемся цилиндрическом волноводе и вращающихся цилиндрическом, сферическом и концентрическом сферическом резонаторах.

В первом случае задача имеет принципиальное значение для опытов с применением вращающихся интерферометров и лазерных гироскопов на основе трубок, так как дает строгое решение и представление о поведении ЭМ поля в устройстве при учете релятивистских эффектов при вращении (и является единственной возможностью сделать это ввиду отсутствия учитывающих подобные эффекты САПР).

Во втором – решение задач во вращающихся цилиндрических и сферических резонаторах позволяет выявить зависимость параметров ЭМ поля от частоты вращения и подтверждает описанный в [4] и [5] эффект расщепления собственных частот полостей, который можно использовать для измерения частоты вращения резонаторов [8]. Полученное строгое аналитическое решение позволило провести численные исследования основанных на этих эффектах радиочастотных способов измерения скорости вращения [7], [8] и установить степень и характер зависимости разрешающей способности резонансного способа от формы, материалов и добротностей вращающихся полостей. Определены предельно (теоретически) достижимые значения разрешающей способности радиочастотных резонаторных гироскопов в зависимости от параметров материалов, из которых изготовлены вращающиеся полости. Рассмотрены возможные пути уменьшения размеров и увеличения добротности рассматриваемых резонаторов для разработки более компактных и чувствительных к меньшим скоростям вращения гироскопов на основе одинарных и концентрических полостей.

Основываясь на полученных в работе результатах и сформулированных в разделах работы выводах, можно дать следующие рекомендации, которые необходимо учитывать при разработке устройств, реализующих радиочастотные способы измерения частоты вращения [7], [8]:

- в случае измерения частоты вращения одноволновым радиочастотным способом [7] разрешающая способность метода будет во многом определяться способностью измерительных приборов (анализаторов спектра) определить с высокой точностью критические частоты волновода и, соответственно, их смещение при вращении;

- разрешающая способность резонансного метода измерения частоты вращения во многом определяется добротностью полости Q , которая в, свою очередь, зависит от параметров материалов, из которых данная полость изготовлена. Минимальная частота вращения Ω_{min} , которую возможно измерить резонансным способом, определяется шириной ЧХ по половинной мощности $\Delta\omega_0 = \omega_0/Q$ и составляет $\Omega_{min}^{cil} = \Delta\omega_0/2$ и $\Omega_{min}^{sph} = \Delta\omega_0$ для цилиндрического и сферического резонаторов соответственно;

- для повышения разрешения и точности радиочастотного способа измерения частоты вращения необходимо использовать материалы стенок с высокой проводимостью, что позволяет сократить тепловые потери в металлических стенках полостей, вызывающие уменьшение добротности последних и смещение расщепленных резонансных частот полости от предсказанных методом значений;

- внесение диэлектрического заполнения позволяет сократить геометрические размеры резонаторов, а, следовательно, и устройств измерения частоты вращения, но при этом увеличивает тепловые потери в полости. Для улучшения разрешения резонансного способа измерения частоты вращения на основе полости, заполненной диэлектриком, следует выбирать материалы заполнения с малым значением тангенса угла диэлектрических потерь для повышения добротности резонатора и сокращения величины смещения расщепленных собственных частот резонатора от расчетных значений;

- в нормальных условиях резонансным методом измерения частоты вращения на основе сферического резонатора с серебряными стенками и вакуумным заполнением измерение частоты вращения становится возможным при соблюдении соотношения $\Omega_{min}/\omega_0 \geq 10^{-4}$. Например, в случае $f_0 = 10$ ГГц при радиусе полости $a \approx 13,1$ мм можно измерять $\Omega_{min} \geq 2\pi \cdot 10^6$ рад/с, объем полости при этом равен $V_{sph} \approx 9417$ мм³;

- при реализации резонансного метода измерения частоты вращения на основе цилиндрического резонатора разрешающая способность Ω_{min} будет выше в два раза по сравнению со сферическим резонатором при одинаковых добротностях полостей и при прочих равных условиях (одинаковые частоты и порядки возбуждаемых в резонаторах мод). В исследованных условиях измерение частоты вращения становится возможным при соблюдении соотношения $\Omega_{min}/\omega_0 \geq 5 \cdot 10^{-5}$. Однако требуемый для этого размер цилиндрического резонатора (занимаемый им объем – объем устройства измерения частоты вращения) будет кратно больше по сравнению с размерами сферического резонатора при тех же условиях. Таким образом, для уменьшения объема устройства измерения частоты вращения следует выбирать сферический резонатор при заданных значениях частоты возбуждения резонатора и Ω_{min} . Если же критическим является повышение разрешающей способности (уменьшение Ω_{min}), имеет смысл выбирать цилиндрический резонатор при заданных значениях частоты возбуждения резонатора. Например, в случае $f_0 = 10$ ГГц при радиусе и длине цилиндрической полости с вакуумным заполнением $a = l \approx 23,6$ мм можно измерять $\Omega_{min} \geq \pi \cdot 10^6$ рад/с, объем полости при этом составит $V_{cil} \approx 41294$ мм³;

- сокращения геометрических (и электрических) размеров устройства измерения частоты вращения на основе сферического резонатора можно добиться за счет внесения малой концентрической сферы во вращающуюся сферическую полость большего радиуса. Стоит учитывать, что увеличение размеров внутренней концентрической сферы влечет за собой увеличение тепловых потерь в стенках резонатора, и, как следствие, ухудшение добротности резонатора – увеличений значения Ω_{min} . Однако процентное уменьшение размеров (до 10 % в случае

отношения радиусов меньшей и большей сферы как один к четырем) превышает процентное ухудшение добротности (в среднем 5 %);

· повысить добротность вращающегося сферического резонатора, а, следовательно, и разрешающую способность устройства измерения частоты вращения резонансным способом можно в условиях сверхпроводимости материалов стенок резонатора; использование материалов с высокой проводимостью теоретически позволяет получить разрешение в сотые и тысячные доли Герц (единицы и десятки градусов в час или десятитысячные доли оборотов в минуту) при радиусе резонатора в несколько миллиметров, что по габаритам не уступает многим существующим устройствам измерения частоты вращения и соответствует разрешению для навигационных целей.

Представленные результаты и сделанные выводы говорят о том, что поставленные в работе задачи решены и цели достигнуты. Результаты исследований показали, что рассматриваемые радиочастотные методы [8], [7] могут обеспечить размеры измерительных модулей до нескольких миллиметров при разрешении датчика скорости вращения до единиц и сотых долей Герц (в условиях сверхпроводимости и в криогенных камерах), а хорошо разработанные методы измерения на СВЧ и отсутствие вибрирующих масс (вносящих паразитные колебания, как в МЭМС гироскопах) дает возможно делать предположения о возможной высокой точности измерений. Стоит отметить, что указанные выводы справедливы для рассматриваемых способов измерения частоты вращения по новым собственным частотам на ЧХ вращающихся полостей [8], [7]. Для повышения разрешающей способности резонансного способа при невяном разрешении новых собственных частот на ЧХ возможно рассмотреть применение различных методов спектрального анализа для детектирования входящих в спектр гармоник. В данной работе этот вопрос не рассматривался и представляет собой постановку проблемы для последующих исследований.

Также в дальнейшем предстоит исследовать способы повышения добротности вращающихся резонаторов с целью улучшения разрешения резонансного метода измерения частоты вращения применительно к вращающимся полостям, рассмотреть возможные конструкции устройств и генерируемые в них помехи для определения точности, надежности и стабильности работы конструируемых датчиков. Перспективным является исследование возможности применения слоистых структур по типу резонансных отражателей и диэлектрических зеркал для увеличения добротности вращающихся резонаторов.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Titova, D. Influence of the dielectric loss in a dielectric filled rotating spherical resonator on the precision of the rotation rate measurement / Titova D. E., Petrov B. M. // 2016 IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), Lviv, Ukraine. – 2016. – P. 318-321. – DOI 10.1109/MMET.2016.7544055

2. Петров, Б. М. Влияние тепловых потерь в диэлектрике на частотную характеристику сферического резонатора и на возможность измерения частоты

- вращения / Б. М. Петров, Д. Е. Титова // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2016. – № 5(178). – С. 113-125
3. Petrov, B. M. Dependence of the Q-factor of a rotating cavity on the heat losses in the metal / Petrov B. M., Titova D. E. // 2016 2nd International Conference on Humanity and Social Science (ICHSS2016). – 2016. – P. 210-214. – WOS:000390840600039
4. Petrov, B. M. Excitation of a rotating metal wall dielectric resonator and its rotation rate measurement / Petrov B. M., Titova D. E. // Proceedings of the International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers, CAOL. – 2016. – P. 249-251. – DOI 10.1109/CAOL.2016.7851445
5. Petrov, B. M. Excitation of Electromagnetic Field in a Rotating Coaxial Spherical Resonator / Petrov B. M., Titova D. E. // 2016 2nd International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering, YSF 2016 - Forum Proceedings. – 2016. – P. 46-49. – DOI 10.1109/YSF.2016.7753797
6. Petrov, B. M. Influence of the parameters of the dielectric on the Q-factor of a rotating coaxial resonator / Petrov B. M., Titova D. E. // Proceedings of the 2017 IEEE Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference, ElConRus 2017. – 2017. – P. 1278-1281. – DOI 10.1109/ElConRus.2017.7910799
7. Petrov, B. M. Q-factor of a rotating spherical resonator filled with dielectric / Petrov B. M., Titova D. E. // Conference Proceedings - 2017 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves, RSEMW 2017. – 2017. – P. 96-99. – DOI 10.1109/RSEMW.2017.8103575
8. Petrov, B. M. Impedance Boundary Problem for Rotating Spherical Cavity / Petrov B. M., Titova D. E. // Proceedings of the 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2018. – 2018. – P. 480-484. – DO: 10.1109/ElConRus.2018.8317138
9. Petrov, B. M. Electromagnetic Waves in Rotating Spherical Cavities. E-field / Petrov B. M., Titova D. E. // Conference Proceedings - 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves, RSEMW 2019. – 2019. – P. 8-11. – DOI 10.1109/RSEMW.2019.8792690
10. Petrov, B. M. Electromagnetic Waves in Rotating Spherical Cavities. H-field / Petrov B. M., Titova D. E. // Conference Proceedings - 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves, RSEMW 2019. – 2019. – P. 12-15. – DOI 10.1109/RSEMW.2019.8792713
11. Титова, Д. Е. Краевая задача возбуждения вращающегося цилиндрического волновода с импедансными стенками / Д. Е. Титова // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2023. – № 3(233). – С. 240-251. – Режим доступа: https://izv-tn.tti.sfedu.ru/index.php/izv_tn/article/view/818/1006 (дата обращения 10.11.2023)
12. Titova, D. E. Excited Electromagnetic Field in Rotating Cylindrical Waveguide / D. Titova // Conference Proceedings - 2023 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves, RSEMW 2023. – 2023. – P. 44-47. – DOI: 10.1109/RSEMW58451.2023.10202024

13. Titova, D. E. Spectrum of a Rotating Cylindrical Cavity Resonator / D. Titova // Conference Proceedings - 2023 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves, RSEMW 2023. – 2023. – P. 48-51. – DOI: 10.1109/RSEMW58451.2023.10202075

14. Titova, D. E. Excitation of Electromagnetic Field inside Rotating Spherical Cavity / D. E. Titova // IEEE Journal on Multiscale and Multiphysics Computational Techniques. – 2024. – Vol. 9. – P. 1-9. – DOI 10.1109/JMMCT.2023.3321123. – Режим доступа: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10274858> (дата обращения 10.11.2023)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Sun J., Yu S., Zhang Y., Li Q., Xi X., Lu K., Wu X. and Xiao D. 0.79 ppm scale-factor nonlinearity whole-angle microshell gyroscope realized by real-time calibration of capacitive displacement detection // *Microsystems & Nanoengineering*. – 2021. – №7.
- [2] Khial P.P., White A.D., Hajimiri A. Nanophotonic optical gyroscope with reciprocal sensitivity enhancement // *Nature Photonics*. – 2018. – №12. – С. 671-675.
- [3] Cadoret M., Precision inertial measurements using cold-atom interferometry // in *International Symposium on Inertial Sensors and Systems (ISISS)*. – Avignon, France, May 8-11, 2022.
- [4] Петров Б.М. Электромагнитные поля во вращающихся интерферометрах и гироскопах. – Москва: Горячая линия - Телеком, 2015. – 208 с.
- [5] Петров Б.М. Прикладная электродинамика вращающихся тел. – Москва: Горячая линия - Телеком, 2009. – 288 с.
- [6] Petrov B.M. Electrodynamics theory of Sagnac effect // *Radioelectronics and Communications Systems*. – 2010. – Выпуск 53. – №10. – 511-520.
- [7] Петров Б.М. Одноволновый способ измерения частоты вращения интерферометра // Патент России № 2554316. 2015. Бюл. № 18.
- [8] Петров Б.М. Резонансный способ измерения частоты вращения объекта и устройство, реализующее этот способ // Патент России № 2562149 С2. 2015. Бюл. № 25.