

**Отзыв научного руководителя
по диссертационной работе
Грановского Ярослава Игоревича
«К спектральной теории матричных операторов
Штурма-Лиувилля с сингулярными коэффициентами»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности**

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Грановский Ярослав Игоревич с отличием окончил Донецкий национальный университет в 2012 году. В том же году успешно сдал экзамены и был зачислен в очную аспирантуру Института прикладной математики и механики НАН Украины. С ноября 2012 г. по ноябрь 2014 г. обучался в аспирантуре отдела теории вероятностей и математической статистики, руководителем был заведующий отделом С.Я. Махно. С декабря 2014 г. по ноябрь 2015 г. он продолжил обучение в аспирантуре под моим руководством в отделе уравнений в частных производных.

С сентября 2015 г. по июнь 2018 г. работал ассистентом кафедры высшей математики Донецкой академии управления и государственной службы. С сентября 2017 г. начал работать ассистентом кафедры «Компьютерное моделирование и дизайн» Донецкого национального технического университета, где и работает в настоящее время в должности старшего преподавателя.

Диссертационная работа Я.И. Грановского посвящена спектральному анализу операторов Штурма-Лиувилля с сингулярными матричными коэффициентами на полуоси и квантовых графах. Отметим, что спектральная теория дифференциальных операторов активно развивается с начала прошлого века. Интерес к этой проблематике обусловлен как глубиной возникающих здесь математических проблем, так и многочисленными связями с задачами математической физики. В частности, весьма плодотворны приложения спектральной теории к задачам квантовой механики. Это свидетельствует об актуальности темы диссертационного исследования.

Основной объект диссертационной работы – трехчленные дифференциальные выражения второго порядка (выражения Штурма-Лиувилля и Шредингера) с матричными коэффициентами.

В первой части работы проведен полный спектральный анализ матричного оператора Штурма-Лиувилля с суммируемой на полуоси потенциальной матрицей $Q(\cdot) = Q(\cdot)^* \in L^1((0, \infty); \mathbb{C}^{m \times m})$. Так, здесь установлена абсолютная непрерывность положительной части такого оператора, чем обобщен классический результат Титчмарша. Также получена оценка типа Баргмана для числа отрицательных квадратов оператора Шредингера на произвольном конечном некомпактном квантовом графе. Для

конечных некомпактных звездных графов эта оценка уточняется и явно вычисляются матрица рассеяния и детерминант возмущения.

Вторая часть работы посвящена спектральному анализу трехчленного матричного дифференциального выражения Штурма-Лиувилля с сингулярным потенциалом. Вводя минимальный симметрический оператор, ассоциированный с этим дифференциальным выражением на полуоси, автор строит граничную тройку и получает удобное для исследования выражение для соответствующей функции Вейля. Используя это представление, автор устанавливает абсолютную непрерывность положительной части каждого самосопряжённого расширения минимального оператора, а также компактность отрицательной части таких расширений. В частности, этим свойством обладают реализации Дирихле и Неймана.

Также, используя специальное представление дельта-функции, автор получает такие же результаты для гамильтонианов со счётным числом дельта-взаимодействий на полуоси и оси. Последние результаты существенно усиливают предыдущие результаты К. Шубиной и Г. Штольца.

Основные результаты диссертационной работы Я.И. Грановского опубликованы в 8 статьях, 6 из которых – в изданиях, индексируемых в международных базах научного цитирования Scopus и Web of Science.

Все основные результаты являются новыми. В совместных работах мне принадлежит постановка задач, указание методов исследования, а также общее руководство.

Результаты диссертации были представлены на следующих конференциях: международная научная конференция «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения» (Ростов-на-Дону, 2019, 2020 гг.), международная конференция студентов и молодых ученых «Ломоносов» (Москва, 2019, 2021 гг.), международная научная конференция «Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования, XVI. Теория операторов и дифференциальные уравнения» (Владикавказ, 2021 г.).

Кроме того, результаты диссертации регулярно докладывались на семинаре по спектральной теории операторов в Донецком государственном университете в 2015-2021 годах, а также были доложены на объединённом научном семинаре по анализу и дифференциальным уравнениям Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета под руководством А.В. Абанина.

За время обучения в аспирантуре Я.И. Грановский зарекомендовал себя грамотным, целеустремлённым и самостоятельным исследователем, способным решать научные задачи на высоком профессиональном уровне.

Считаю, что диссертационная работа Я.И. Грановского удовлетворяет всем требованиям, соответствующим Положению о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном

учреждении высшего образования «Южный федеральный университет», а ее автор – Грановский Ярослав Игоревич – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,

профессор математического института

им. С.М. Никольского 27.06.2023 *Мам* Маламуд Марк Мордкович

ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6,

e-mail: malamud3m@gmail.com тел.: +79852464475.

Подпись М.М. Маламуда заверяю.

Ученый секретарь Ученого совета РУДН

доктор исторических наук

профессор



Курылев Константин Петрович