

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Поляковой Натальи Михайловны
«Вращательно-симметричные течения в цилиндрических
областях с податливыми и неровными границами»,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
1.1.9 — механика жидкости, газа и плазмы
(физико-математические науки)

Актуальность темы

Результаты исследований задач о течении вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрических областях востребованы при описании многих реальных процессов в физике, биотехнологиях, медицине, химии, и имеется большое количество работ, посвященных указанной тематике. Ввиду сложности решения задач для уравнений Навье–Стокса, описывающих течения в областях с неровными и/или податливыми границами жидкости с переменной вязкостью, неясностями, связанными с заданием краевых условий, даже несмотря на значительный прогресс в применении вычислительных методов, актуальным является использование асимптотических методов, построение главных членов асимптотик, позволяющих во многих случаях получить более простые задачи, решение которых сохраняет практически все наиболее важные свойства исходных задач, позволяет получить аналитические и численные решения, исследовать структуру течения, проверить правильность гипотез, например, о правильности выбора краевых условий и переменной вязкости. Следует сказать, что проблема построения асимптотических задач для уравнений Навье–Стокса и исследование главных членов асимптотики далека от полного завершения.

Все выше сказанное делает актуальным построение и исследование задач для главных членов асимптотики при рассмотрении задач о вращательно-симметричных течениях вязкой несжимаемой жидкости, разработку методов решения для таких задач.

Актуальность темы диссертационного исследования Поляковой Н. М. обусловлена широким применением результатов исследования асимптотических задач при изучении различных реальных физических задач, в частности, в области гидродинамики, важностью для понимания и интерпретации протекающих физических процессов.

Общая характеристика работы и анализ ее содержания

Диссертация содержит введение, четыре главы, заключение, список литературы и приложения. Общий объем диссертации 150 страниц, включая 28 рисунков и 4 приложения. Список литературы содержит 148 наименований.

Во **введении** приведен краткий обзор содержания работы, обоснована актуальность темы, изложены цели работы и методы исследования, представлена структура работы.

В **первой главе** приведен краткий обзор литературы, близкой к теме диссертационной работы. Обзор разбит на три части. Первая посвящена обзору литературы по построению задач для главных членов асимптотических разложений в случае течений в цилиндрических областях с податливыми боковыми границами. Обсуждаются различные подходы к построению асимптотики. Во второй части приведен обзор литературы по исследованию течений в цилиндрических областях с неподвижными неровными боковыми границами жидкости с переменной вязкостью. В частности, внимание фокусируется на выборе зависимости вязкости от координат для умеренно турбулентных течений. В третьей части дан обзор литературы по методам исследования рассматриваемых задач, в частности, литературы по применению метода годографа для исследования систем квазилинейных гиперболических уравнений, возникающих при исследовании течений в областях с податливыми границами.

Во **второй главе** на основе теории мелкой воды описано построение уравнений для определения главных членов асимптотических разложений в случае вращательно-симметричного течения жидкости в цилиндрических областях с податливыми границами. Результатом является недоопределенная система двух квазилинейных уравнений, для замыкания которой выбраны некоторые определяющие соотношения — зависимость внешнего давления на боковой границе области от величины поперечного сечения области. Обоснован выбор таких соотношений и обсуждается связь полученной системы уравнений с уравнениями, полученными методом осреднения и указанными в приложении С. Для решения системы квазилинейных уравнений, имеющих при отсутствии азимутального вращения жидкости гиперболический тип, использован метод годографа на основе закона сохранения. Система приведена к инвариантам Римана, поставлены и исследованы начальная, краевая и начально-краевые задачи. Показано, что в процессе эволюции решения могут возникать сильные разрывы (ударные волны), исследовано поведение слабых разрывов (волновых фронтов). Одним из интересных результатов является результат о том, что вязкие члены уравнений Навье-Стокса при использовании теории мелкой воды исчезают, и вязкость может учитываться лишь за счет краевых условий. Другими интересными результатами являются предложенная модификация метода годографа, позволяющая упростить решение краевой задачи, и доказательство сохранения начальной временной (или пространственной) периодичности решения при его эволюции. Отметим также, что все построения решений сопровождаются вычислительными экспериментами, результаты которых также представлены во второй главе.

В **третьей главе** построены и исследованы уравнения для главных членов асимптотических разложений в случае задачи, описывающей

квазистационарное турбулентное течение жидкости с вязкостью, зависящей от координат. Считается, что цилиндрическая область имеет неподвижные неровные стенки, на которых поставлены кинематические условия, соответствующие в данном случае условиям непроницаемости. На прямолинейных участках границы выполнено условие прилипания. Выбор зависимости вязкости от координат осуществляется таким образом, чтобы обеспечить отсутствие сингулярностей скорости на границах. Для этого также выбирается параметр шероховатости стенок. Построено решение задачи для главных членов асимптотических разложений. Такое решение удалось построить в аналитической форме ввиду того, что задача для главных членов асимптотики является линейной. Детально исследована структура течения. Показано, что при любом расходе жидкости в окрестностях частей границы, имеющих отрицательную кривизну, возникает вихревое течение — вихри сосредоточены во «впадинах» границы. Этот вывод справедлив и для некоторого класса зависимостей вязкости от координат, указанного в работе. В главе представлены результаты расчетов, в частности, численное решение полных уравнений Навье–Стокса, подтверждающее основные выводы асимптотической задачи об образовании вихревой структуры.

В четвертой главе диссертации с целью сравнения результатов, полученных на основе асимптотических задач, приведены результаты численного решения задачи для системы гиперболических квазилинейных уравнений методом конечных объемов. Кроме этого, рассмотрены случаи определяющих соотношений, для которых асимптотическими методами не могут быть получены решения. Показано, что результаты для различных определяющих соотношений лишь количественно, но не качественно, отличаются друг от друга. Помимо большого количества иллюстративного материала в главе приведены анализ и интерпретация результатов, а также исследовано влияние азимутального вращения жидкости на структуру течения. В частности, отмечается, что тип системы квазилинейных уравнений может изменяться с гиперболического на эллиптический.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертационном исследовании.

Обоснованность и достоверность обоснована корректностью постановки задач, применением обоснованных и надежных методов исследования и решения приведенных задач, сравнением с известными результатами решений для тестовых задач, которые имеются в литературе.

Научные результаты.

Построены (на основе теории мелкой воды) и исследованы уравнения для главных членов асимптотического разложения задачи о вращательно-симметричном течении жидкости в цилиндрической области с податливыми границами. В случае выбора определяющего соотношения, при котором реакция внешней среды пропорциональна степени радиуса области ($P \propto R^{4\beta}$), показано, что периодические возмущения первоначально постоянной

скорости течения приводят к образованию на податливой прямолинейной границе пилообразных или ступенчатых структур.

Построены численные и точное (для $\beta = 1$) решения для начальной, краевой и начально-краевой задач в случае податливых границ области. Показано, что при изменении показателя степени β от $1/4$ до 1 решения совпадают качественно, и различаются лишь количественными характеристиками. Показано, что несогласованность начальных и краевых условий приводит к образованию на податливой границе области ударных волн и волновых фронтов.

Показано, что наличие азимутального вращения течения жидкости приводит к сглаживанию ступенчатых структур на податливой границе, а при интенсивном вращении тип асимптотических уравнений изменяется с гиперболического на эллиптический. Предложена модификация аналитически-численного метода решения задачи Коши для квазилинейных уравнений в производных первого порядка, позволяющая строить и исследовать решение на линиях уровня постоянного времени или постоянной координаты.

Построены и исследованы уравнения для главных членов асимптотического разложения задачи о квазистационарном вращательно-симметричном течении в цилиндрической области с неподвижными иррегулярными границами в случае вязкости жидкости, зависящей от координат.

Построено точное решение линейных асимптотических уравнений и показано, что в окрестности неровностей с отрицательной кривизной профиля границы образуются стационарные вихри. Доказано, что этот результат справедлив для некоторого класса зависимостей вязкости жидкости от координат. Построены разрывные решения, возникающие в процессе опрокидывания профиля непрерывного решения, в случае начально-краевой задачи для системы уравнений Хопфа.

Замечания

1. На стр. 38 в замечании 2.2 указано, что значение параметра $\beta = 1/4$ в определяющем соотношении соответствует статическому равновесию упругой оболочки. Хорошо бы было указать аналогичные замечания и для других значений параметра β , объяснив их физический смысл.
2. При доказательстве утверждений 4.1, 4.2 (стр. 47, 48) для обозначения периода по пространству и по времени использован один и тот же символ «Т». Хотя и указано, что для 4.1, 4.2 это различные периоды, использование одинаковых обозначений затрудняет чтение текста.
3. Подписи на некоторых рисунках, например, 12.3, 12.5, 12.6 слишком мелкие, что создает некоторые трудности при их восприятии.

Указанные замечания не влияют на общую высокую оценку диссертационной работы.

Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации.

Основные результаты диссертационного исследования прошли весомую апробацию и опубликованы в достаточном количестве печатных изданий, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science (1), журналах из перечня ЮФУ и перечня ВАК (5), РИНЦ (28); сделаны доклады на международных и всероссийских конференциях.

Заключение

Все выше изложенное позволяет сделать вывод, что представленная к защите диссертационная работа Поляковой Натальи Михайловны на тему «Вращательно-симметричные течения в цилиндрических областях с податливыми и неровными границами» выполнена на высоком научном уровне и отвечает всем основным требованиям Положения о присуждении ученых степеней в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Полякова Наталья Михайловна заслуживает присуждения ей степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.9 — механика жидкости, газа и плазмы (физико-математические науки).

« 8 » 07 2023 г.

Любимова

Согласна на обработку персональных данных
Любимова Татьяна Петровна,
доктор физико-математических наук
(специальность 01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы),
профессор, заведующая лабораторией
вычислительной гидродинамики
Институт механики сплошных сред
Уральского отделения Российской
академии наук.

614013, Пермский край, г. Пермь, ул. Ак. Королева 1;
тел. +7 (342)-237-78-86;
e-mail: lubimova@icmm.ru

Любимова

Подпись Т.П. Любимовой заверяю



Любимова Т.П.
Лисков