

Научно-методические основы построения начального курса математики

(обновленный ФГОС НОО)

Автор - составитель Кондрашова З.М.



Научно-методические основы построения начального курса математики (обновленный ФГОС НОО): Учебно-методическое пособие для студентов профиля «Начальное образование» и «Начальное образование и иностранный язык». – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2022. – 116с.

Данные учебно-методические пособие составлены в соответствии с программой курса «Теория и технологии начального математического образования», разработанной на кафедре начального образования ЮФУ. Пособие содержит ответы на вопросы государственного экзамена по курсу, содержание соответствует требованиям ФГОС ВО по специальности 44.03.01, направление «Педагогическое образование», профиль «Начальное образование», 44.03.05 направление «Педагогическое образование с двумя профилями подготовки», профиль «Начальное образование и иностранный язык» и основным положениям концепции непрерывного педагогического образования. Методические рекомендации нацелены на помощь студентам в процессе освоения курса и подготовки к государственной итоговой аттестации.

Автор – составитель:

канд. пед. наук, доц. Кондрашова Зоя Михайловна

zm.66@mail.ru

Рецензент: канд. пед. наук, доц. Шатохина И.В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ КАК УЧЕБНЫЙ ПРЕДМЕТ	5
Методика обучения математике как наука	5
Методика обучения математике в начальной школе.....	7
Урок математики в начальных классах. Различные подходы к построению урока математики.....	8
Вопросы и задания для самоконтроля.....	10
МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ	11
Понятие «метод обучения», подходы к классификации методов обучения	11
Характеристика основных методов обучения	14
Примеры использования основных методов при обучении математике младших школьников	18
Вопросы и задания для самоконтроля.....	26
УЧЕБНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ	27
Понятие учебной деятельности и ее структура	27
Учебная задача и ее виды	27
Постановка учебной задачи при обучении математике	29
Виды учебной деятельности	33
Вопросы и задания для самоконтроля.....	35
СОВРЕМЕННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ МЛАДШЕГО ШКОЛЬНИКА	35
Основные проблемы математического образования младшего школьника.....	35
Роль математического образования в формировании интеллектуального потенциала младшего школьника	36
Цели математического образования.....	37
Сравнительный анализ образовательных стандартов по математике (цели, основные результаты обучения)	37
Содержание математического образования и особенности построения начального курса математики.....	40
Вопросы и задания для самоконтроля.....	42
МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ У МЛАДШЕГО ШКОЛЬНИКА	43
Сущность понятия.....	43
Содержание и объем понятия	44
Определение математических понятий, их характеристика, классификация.....	44
Формирование математических понятий	46
Вопросы и задания для самоконтроля.....	47
МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ.....	48
История включения алгоритмов в школьную математику	48
Основные понятия.....	48
Алгоритмическое мышление и алгоритмическая культура: проблема формирования у младших школьников	49
Алгоритмы курса математики начальной школы	50

Вопросы и задания для самоконтроля.....	51
МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ.....	51
Различные схемы развития понятия числа	51
Раскрытие идей развития понятия числа в школьном курсе	52
Технологии обучения младшего школьника	53
Изучение арифметических операций над целыми неотрицательными числами	54
Методика обучения младшего школьника	56
Вопросы и задания для самоконтроля.....	57
ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ: МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ	58
Основные дидактические функции текстовых задач.....	59
Виды текстовых задач.....	59
Методы решения текстовых задач	59
Этапы работы над текстовой задачей	61
Методы и приемы работы над задачей по этапам	64
Формирования умений решать простые текстовые задачи.....	64
Вопросы и задания для самоконтроля.....	68
МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ВЕЛИЧИН В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ	69
Краткие теоретические сведения	69
Основные этапы изучения величин.....	70
Арифметические действия над именованными числами	72
Вопросы и задания для самоконтроля.....	74
МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ... 74	74
О роли алгебраического материала в курсе математики начальной школы	74
Алгебраический материал в современных концепциях построения начального курса математики	75
Основное содержание	75
Вопросы и задания для самоконтроля.....	81
МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ.. 81	81
Цели, результаты изучения	81
Основное содержание	81
Характеристика деятельности учащихся при изучении элементов геометрии.....	82
Элементы геометрии в современных концепциях построения начального курса математики.....	82
Технологии изучения геометрического материала	85
Организация уроков наглядной геометрии.....	87
Вопросы и задания для самоконтроля.....	88
ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА	89
ПРИЛОЖЕНИЯ	90

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ КАК УЧЕБНЫЙ ПРЕДМЕТ

Методика обучения математике как наука

Слово «методика» в переводе с древнегреческого означает «способ познания», «путь исследования».

Метод — это способ достижения какой-либо цели, решения конкретной учебной задачи.

Существуют разные точки зрения на содержание понятия «методика». Одни, признавая методику наукой педагогической, рассматривали ее как частную дидактику с общими для всех предметов принципами обучения. Другие считали методику специальной педагогической наукой, решающей все задачи обучения и развития личности через содержание предмета. Приведем несколько примеров определений.

Методика преподавания математики - наука о математике как учебном предмете и закономерностях процесса обучения математике учащихся различных возрастных групп и способностей.

Методика обучения математике — это педагогическая наука о задачах, содержании и методах обучения математике. Она изучает и исследует процесс обучения математике в целях повышения его эффективности и качества. *Методика обучения математике* рассматривает вопрос о том, как надо преподавать математику.

Методика преподавания математики - раздел педагогики, исследующий закономерности обучения математике на определенном уровне ее развития в соответствии с целями обучения подрастающего поколения, поставленными обществом. Методика обучения математике призвана исследовать проблемы математического образования, обучения математике и математического воспитания.

Методика математики - наука, выводы которой немедленно и самым широким образом применяются на практике и являются базой искусства преподавания [7].

Методика преподавания математики прежде всего должна ответить на несколько основных, тесно связанных между собой вопросов.

Первый из них - зачем обучать математике? Очевидно, ответ на этот вопрос можно получить, исходя из общих задач воспитания, которые, в свою очередь, определяются задачами, стоящими перед обществом на соответствующем этапе его развития.

Второй вопрос - кого обучать математике? С одной стороны, это вопрос о возрасте: когда целесообразно приступать к обучению детей математике и

когда следует заканчивать изучение обязательной для всех программы? С другой стороны это приобретающий все большую актуальность вопрос о «послешкольном» продолжении математического образования.

Третий вопрос - каково содержание изучаемого курса математики? Ответ на этот вопрос теснейшим образом связан с ответом на вопрос о целях обучения математике. Следует подчеркнуть, что, пожалуй, именно в математике вопрос о том, что именно и в каком объеме следует отобрать из сегодняшней науки для школьной программы, является наиболее сложным, важным и спорным.

Наконец, четвертый вопрос - как обучать математике? Очевидно, что ответ на этот вопрос и составляет важнейшую часть курса методики преподавания математики, причем материал этот является наиболее подвижным, наиболее конкретным, наиболее близким учителю-практику, требует к себе поистине творческого отношения.

Дидактика математики относится к группе *педагогических наук* и находится в тесной связи с *педагогикой*. Влияние на нее оказывают и *математические науки*. Также методика математики основывается на понятиях и законах *психологии*. *Физиология* высшей нервной деятельности, в частности учение И.П. Павлова об условных рефлексах, находит применение в обучении математике. Плодотворное влияние на дидактику математики оказывает связь с *логикой, историей математики, с ее историей*.

Методика преподавания математики в школе возникла с целью поиска педагогически целесообразных путей и способов изложения учебного материала. Методика преподавания математики начала разрабатываться чешским учёным Я.А. Коменским. Методика обучения математике впервые выделилась как самостоятельная дисциплина в книге швейцарского учёного И.Г. Песталоцци «Наглядное учение о числе» (1803, русский перевод 1806). Первым пособием по методике математики в России стала книга Ф.И. Буссе «Руководство к преподаванию арифметики для учителей» (1831). Создателем русской методики арифметики для народной школы считается П.С. Гурьев, который критерием правильности решения методических проблем признавал опыт и практику.

Цель методики обучения математике заключается в исследовании основных компонентов системы обучения математике в школе и связей между ними. Под *основными компонентами* понимаются: цели, содержание, методы, формы и средства обучения математике.

Предмет методики обучения математике отличается исключительной сложностью. *Предметом методики обучения* математике является обучение математике, состоящее из целей и содержания математического образования, методов, средств, форм обучения математике. На функционирова-

ние системы обучения математике оказывает влияние ряд факторов: общие цели образования, гуманизация и гуманитаризация образования, развитие математики как науки, прикладная и практическая направленность математики, новые образовательные идеи и технологии, результаты исследований в психологии, дидактике, логике и т.д. Совокупность этих факторов образует внешнюю среду, которая оказывает непосредственное влияние на систему обучения математике. Многие компоненты внешней среды воздействуют на нее через цели обучения математике.

Методика обучения математике в начальной школе

Методика обучения математике (МОМ) - наука, предметом которой является обучение математике, причём в широком смысле: обучение математике на всех уровнях, начиная с дошкольных учреждений и заканчивая высшей школой.

МОМ развивается на базе определённой психологической теории обучения, т.е. МОМ представляет собой «технология» применения психолого-педагогических теорий к начальному обучению математике. Кроме того, в МОМ должна отражаться специфика предмета обучения - математика.

Цели начального обучения математике:

общеобразовательные (овладение учащимися определённого объёма математических ЗУНов в соответствии с программой),

воспитательные (формирование мировоззрения, важнейших моральных качеств, готовности к труду),

развивающие (развитие логических структур и математического стиля мышления),

практические (формирование умения применять математические знания в конкретных ситуациях, при решении практических задач).

Взаимосвязь учителя и ученика происходит в виде передачи информации в двух противоположных направлениях: от учителя к ученику (прямая), от ученика к учителю (обратная).

Принципы построения математики в начальной школе (Л.В. Занков):

- 1) обучение на высоком уровне трудности;
- 2) обучение быстрым темпом;
- 3) ведущая роль теории;
- 4) осознание процесса учения;
- 5) целенаправленная и систематическая работа.

Этапы теории поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин):

- 1) предварительное ознакомление с целью действия;

- 2) составление ориентировочной основы действия;
- 3) выполнение действия в материальном виде;
- 4) проговаривание действия;
- 5) автоматизация действия;
- 6) выполнение действия в умственном плане.

Приёмы укрупнения дидактических единиц (П.М. Эрдниев):

- 1) одновременное изучение сходных понятий;
- 2) одновременное изучение взаимобратных действий;
- 3) преобразование математических упражнений;
- 4) составление задач учащимися;

5) деформированные примеры. Согласно ФГОС НОО 2022 года данный подход может послужить основой построения модулей обучения математике.

В исследовании под руководством Д. Б. Эльконина и В. В. Давыдова были выделены те новообразования, формирование которых у учащихся начальных классов оказалось возможным при определенном построении процесса обучения. В качестве таких новообразований были названы: учебная деятельность, теоретическое мышление и произвольное управление поведением (рефлексия).

Урок математики в начальных классах. Различные подходы к построению урока математики.

В курсе дидактики есть свои требования к современному уроку, с типами уроков и их структурой. В методике начального обучения математике всё обстоит значительно сложнее, особенно со структурой урока. Это обусловлено тем, что при построении конкретного урока необходимо учитывать не только определённые этапы обучения (актуализация знаний, объяснение нового, закрепление, контроль, повторение) и специфику математического содержания, но и основную цель урока, его логику и те методические приёмы, которые способствуют её достижению.

В связи с этим, характеризуя урок с методической точки зрения, необходимо иметь в виду не только его внешнюю, но и внутреннюю структуру. Внешняя структура - этапы урока, на которых решаются те или иные дидактические задачи. С точки зрения внутренней структуры каждый урок — это определённая система заданий, в процессе выполнения которых ученик овладевает ЗУНами.

Учебные задания выстраиваются на уроке обычно в такой последовательности: 1) задания на подражание; 2) тренировочные задания, требующие самостоятельного применения знаний; 3) тренировочные задания, тре-

бующие применения ранее приобретённых ЗУНов; 4) частично-поисковые и творческие задания.

Наиболее распространённым типом урока математики являются комбинированные уроки. Внешняя структура уроков комбинированного типа может быть различной. Например: 1 - закрепление и проверка ранее изученного материала; 2 - изучение нового материала; 3 - закрепление этого материала; 4 - задание на дом. Внутренняя структура уроков находит отражение в учебниках.

Направленность курса математики на развитие ребёнка вносит существенные изменения во внутреннюю структуру урока. Например, на уроке изучения нового, детям предлагают частично-поисковые или творческие задания, которые выполняют мотивационную функцию.

Этап закрепления не ограничивается рамками одного урока. Усвоение нового материала происходит на протяжении изучения всей темы.

Повторение ранее изученного материала тесно связано с усвоением нового содержания и носит обучающий, а не контролирующий характер.

Процесс усвоения математического содержания носит сугубо индивидуальный характер.

Каждое задание, предназначенное для закрепления, активизирует мыслительную деятельность школьников, реализуя тем самым развивающие функции урока.

В развивающем курсе математики урок сориентирован на внутреннюю структуру. Её основные компоненты: учебные задачи и те учебные задания, которые способствуют их решению. Они носят частично-поисковый характер и выполняют обучающую и развивающую функции.

Общий способ деятельности учителя при планировании урока математики в начальной школе.

Общий способ планирования урока можно представить в виде следующей последовательности вопросов:

Какие понятия, свойства, правила, вычислительные приёмы рассматриваются на данном уроке?

Что я сам знаю о них?

С какими из них дети знакомятся впервые? С какими уже знакомы? Когда они познакомились с ними?

Какова функция учебных заданий данного урока (обучающая, развивающая, контролирующая)? Какие ЗУНЫ и приёмы умственных действий формируются в процессе их выполнения?

Какова дидактическая цель данного урока?

Какие задания, предложенные в учебнике можно исключить из урока? Какими заданиями можно его дополнить? Какие задания преобразовать?

Как можно организовать продуктивную, развивающую деятельность школьников, направленную на актуализацию ЗУНов, на восприятие нового материала, на его осознание и усвоение? Какие методические приёмы и формы организации деятельности учащихся можно для этого использовать?

Какие трудности могут возникнуть у детей при выполнении каждого задания, какие ошибки они могут допустить в процессе их выполнения; как организовать их деятельность по предупреждению и исправлению ошибок?

Ориентируясь на данные вопросы, можно научиться планировать содержательные, выстроенные в определённой логике уроки.

Исходя из содержания урока, можно не отвечать развёрнуто на некоторые вопросы. Можно также изменить их последовательность или объединить некоторые вопросы (см. Приложение 6, которое содержит технологические карты урока открытия нового знания и урока исследования).

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Сравнить определения понятий «методика преподавания» и «методика обучения», выявить сходство и различие.

2. Перечислить вопросы, на которые отвечает методика математики. Какой структурный элемент процесса обучения стоит за каждым вопросом?

3. Обосновать связь методики математики с другими науками.

4. Кто из ученых начал разрабатывать методику математик? Какие еще важные открытия сделал этот ученый в области дидактики?

5. Кто впервые выделил методику математики как самостоятельную дисциплину?

6. Кто автор первого пособия по методике математики?

7. Кто является создателем русской методики арифметики?

8. Сравнить принципы построения начального курса математики, обосновать их актуальность с точки зрения обновленных стандартов.

9. Обосновать особенности построения урока математики для младших школьников.

10. Обосновать деятельность учителя при планировании урока математики для младших школьников.

МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Понятие «метод обучения», подходы к классификации методов обучения

В теории познания метод определяется как система последовательных действий, которые приводят к достижению результата, соответствующего намеченной цели.

Метод (от греч. слова *metodos* – буквально путь к чему-то) означает способ достижения цели, определенным образом упорядоченную деятельность.

Выделяют методы научного исследования и методы обучения.

Методы научного исследования – это методы приобретения новых знаний в науке.

Методы обучения – это методы приобретения новых знаний в учебной (познавательной) деятельности.

Методы обучения – это способы совместной деятельности учителя и учащихся, направленные на достижение ими образовательных целей.

Составной частью метода является прием – обусловленное методом обучения конкретное действие или совокупность действий педагога и ученика, которые ведут к достижению ближайшей учебной цели. Из приемов обучения складываются методы обучения, из них – технологии обучения, а из последних – процесс обучения.



Например.

Игровые технологии обучения

Основной метод – дидактическая игра

Приемы обучения: создание игровой ситуации, введение элемента соревнования, внезапное появление каких-либо объектов и т.д.

По исследованиям Ю. К. Бабанского, учителя вдвое чаще испытывают затруднения в выборе метода обучения, чем в выборе содержания. Чтобы преодолеть это затруднение, необходимо хорошо знать все многообразие методов, их характеристики. Этой цели служат различные классификации методов обучения.

Нужно отметить, что проблемой методов обучения и их классификациями занимается педагогика, а точнее — дидактика, так как большинство методов используется при обучении любому предмету, в том числе и математике.

В классификации Ю. К. Бабанского все методы делятся на методы организации, стимулирования учебно-познавательной деятельности учащихся и контроля за эффективностью этой деятельности.

1. Методы организации учебно-познавательной деятельности’.

- словесные: рассказ, лекция (учебная), беседа;
- наглядные: демонстрация, иллюстрация, ТСО;
- практические: упражнения, учебный эксперимент, лабораторная работа.

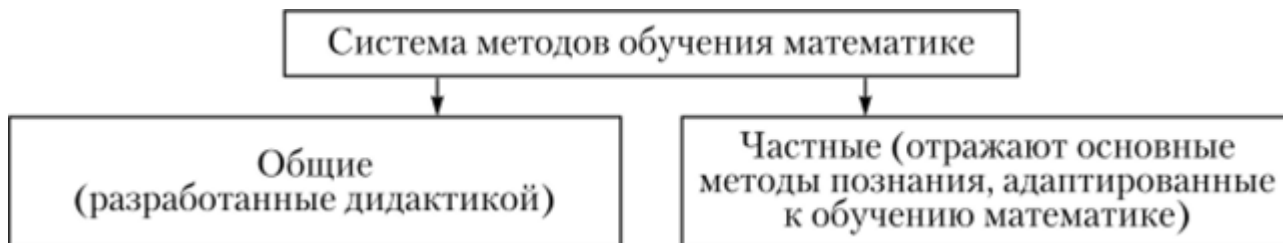
2. Методы стимулирования учебно-познавательной деятельности:

- дидактические игры;
- метод поощрения;
- учебные дискуссии;
- создание ситуации успеха.

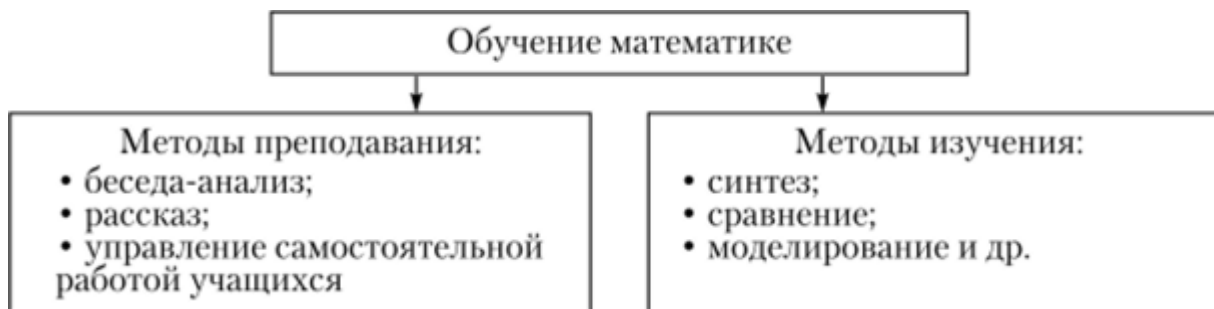
3. Методы контроля за эффективностью учебно-познавательной деятельности.

- устный;
- письменный;
- лабораторный;
- индивидуальный;
- фронтальный;
- программированный.

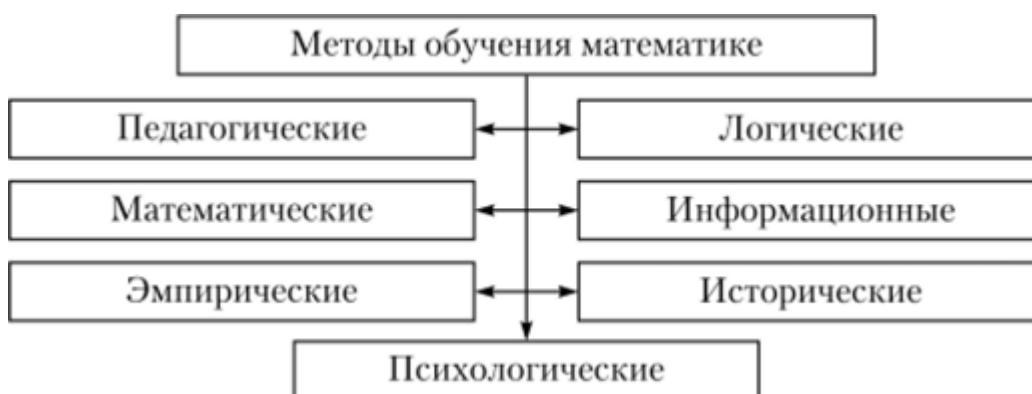
Другую классификацию предлагают Р. С. Черкасов и А. А. Столяр. Она непосредственно относится к методам обучения математике.



Классификация Ю. М. Колягина:



Классификация О. Б. Епишевой:



К методам педагогики относятся, например, объяснительно-иллюстративный метод обучения или метод проблемного обучения. Методы логики — это прежде всего методы доказательных рассуждений, которые широко используются в математике, например метод рассуждений «от противного». К математическим методам можно отнести, например, метод геометрических преобразований, который используется при обучении построению графиков функций. Методы информатики используются при обучении действиям, выполняемым по алгоритмам, которые обычно строятся учащимися с помощью учителя. Эмпирические методы — методы исследования моделей математических объектов для усмотрения их свойств или связей. Использование эмпирических методов позволяет получить гипотезы, которые в дальнейшем должны быть доказаны. Методы истории, прежде всего метод исторического анализа, используются в случаях рассмотрения истории возникновения и развития математических понятий и утвер-

ждений. Методы психологии — методы осуществления мыслительной деятельности. Далее они будут рассмотрены более подробно.

Характеристика основных методов обучения

Остановимся подробнее на методах психологии в обучении математике. К ним обычно относят:

- анализ и синтез;
- сравнение;
- обобщение и специализацию;
- абстрагирование и конкретизацию;
- классификацию;
- систематизацию.

Нужно отметить, что методы психологии (в классификации О. Б. Епишевой) фактически совпадают с основными методами познания (в классификации Р. С. Черкасова и А. А. Столяра), а также с частными методами обучения математике (в классификации Ю. М. Колягина).

Раскроем вкратце суть указанных методов психологии в обучении математике.

Анализ — форма мышления, исследования и познания, когда изучаемый объект мысленно или практически расчленяется на составные части, каждая из которых изучается отдельно, с тем чтобы в дальнейшем соединить с помощью синтеза в единое целое, рассматриваемое уже на более высоком уровне:

- метод рассуждения, при котором мысль движется от неизвестного к известному;
- метод мышления от целого к частям этого целого;
- прием мышления, при котором переходят от следствия к его причине;
- (с точки зрения психологии) особая форма процесса мышления, когда объект включается во все новые связи и в силу этого выступает во все новых качествах, которые фиксируются в новых понятиях.

Синтез — форма мышления, исследования и познания, когда изучаемый объект мысленно или практически соединяется в единое целое составных частей объекта, расчлененного в процессе анализа:

- метод рассуждения, при котором мысль движется от известного к неизвестному;
- метод мышления от частей к целому;
- прием мышления, при котором переходят от причины к ее следствию;
- (с точки зрения психологии) особая форма процесса мышления, когда происходит соотнесение, сопоставление и всякое установление связи между различными элементами.

Анализ и синтез используются при решении задач на доказательство, на построение и с помощью уравнений, при отыскании различных множеств точек и т.д. Анализ и синтез психологи рассматривают как важнейшие операции процесса мышления. Процесс мышления, по мнению С. Л. Рубинштейна, — это прежде всего анализирование и синтезирование того, что выделяется анализом; это затем абстракция и обобщение, являющиеся производными от них[1].

Обобщение — мысленное выделение, фиксирование каких-нибудь свойств, принадлежащих только данному множеству объектов и объединяющих эти объекты воедино.

Специализация — мысленное выделение некоторого свойства из множества свойств изучаемого объекта. Например, число n — число 7; треугольник — равнобедренный.

Сравнение — мысленное установление сходства или различия объектов изучения.

Аналогия — метод познания, с помощью которого сходство предметов, выявленное в результате их сравнения, распространяется на новое свойство. Использование аналогии привлекает внимание учащихся, приводит к лучшему запоминанию свойств объектов. Но нужно иметь в виду, что много проблем возникает при использовании ошибочных аналогий.

Абстрагирование — мысленное отвлечение общих существенных свойств, выделенных в результате обобщения, от прочих несущественных для нашего изучения свойств рассматриваемых объектов или отношений.

Конкретизация — мыслительная деятельность, при которой односторонне фиксируется одна сторона объекта изучения, вне связи с другими его сторонами.

Классификация — отнесение единичного объекта или явления к соответствующей общей группе на основе общих и существенных признаков.

Систематизация — соединение отдельных признаков понятий или ряда соотносящихся понятий или явлений не только по сходству их основных признаков с такими же предметами и явлениями целого класса, но и выделение в этой группе более мелких подгрупп.

Заметим, что в практике мышления перечисленные компоненты применяются одновременно. Их рассматривают отдельно лишь с целью более глубокого изучения.

Среди частных методов обучения математике особо следует выделить анализ. Обусловлено это тем, что анализ главным образом встречается при выполнении операций сравнения (нахождения общего и разного), выделения главного (частей, связей, идей), классификации, выявления закономерностей, абстрагирования, конкретизации, систематизации. Таким образом,

умение анализировать используется при осуществлении весьма широкого круга действий — и не только в математике.

Можно выделить основные составляющие анализа:

- установление причинно-следственных связей;
- выделение сторон объекта;
- деление объекта на части.

Умение анализировать является общеинтеллектуальным (универсальным) умением.

Составляющая умения анализировать — установление причинно-следственных связей — необходима в повседневной жизни. Оно является основой построения логически непротиворечивых рассуждений. С помощью таких рассуждений умозрительно отыскивается и доказывается истина.

Традиционные методы обучения ориентированы на усвоение готовых знаний. Т.е. учитель излагает материал, привлекая различные дидактические средства, ученик воспринимает его, а затем заучивает и воспроизводит. При этом учебная деятельность школьника является, в основном, репродуктивной, а главный результат такого обучения – усвоение суммы знаний (далеко не всегда системы знаний).

Современные методы обучения ориентированы не на усвоение готовых знаний, а на обучение деятельности по самостоятельному приобретению новых знаний.

Современные методы обучения не противопоставляются традиционным и проблема состоит в том, чтобы правильно, психологически и дидактически обоснованно сочетать их в процессе обучения.

Рассказ – этот метод предполагает устное повествование изложения содержания учебного материала, не прерываемое вопросами к учащимся.

Виды рассказа: рассказ-вступление; рассказ-изложение; рассказ-заключение.

Учебная лекция – устное изложение учебного материала, отличающееся большей емкостью, чем рассказ, большей сложностью логических построений, доказательств и обобщений. Лекция, как правило, занимает весь урок или занятие, а рассказ лишь его часть.

Лекционный метод обучения применяется в том случае, когда учебный материал слишком сложен для изучения, или важен с точки зрения целостности его восприятия, или не вызывает у учащихся познавательного интереса. Читая лекцию, учитель должен следовать определенному плану, выделять главное, четко и ясно записывать на доске, учить учащихся делать то же самое в тетрадях; все это готовит учащихся к продолжению образования в высшей школе.

Самостоятельная работа учащихся, т.е. работа в отсутствии учителя или, по крайней мере, без обращения к его помощи в течение какого-то промежутка времени.

Вопросно-ответный метод (беседа) – это такой метод обучения, при котором учащиеся приходят к новым для них знаниям, отвечая на вопросы учителя, подобранные соответствующим образом.

Эвристический метод (от греческого «эврика» – нашел).

При эвристическом методе обучения преподаватель не знает заранее, к какому решению поставленной задачи придут ученики. В этом методе перед учениками ставятся задачи, не имеющие однозначного решения и они должны самостоятельно выдвинуть возможные способы решения проблемы, подтвердить их или опровергнуть, и достичь в итоге неожиданного зачастую результата.

Классификация методов обучения по этапам обучения)

Этапы учебного процесса	Методы обучения	Этапы усвоения знаний учащимися
Подготовка к изучению нового материала	Повторение нужного материала: фронтальная беседа, устный опрос, математический диктант, тестирование, устный счет; методы мотивации учебной деятельности, эмпирические методы.	Актуализация опорных знаний, мотивация изучения нового материала
Изучение нового материала	1 уровень – словесные методы, в том числе, объяснительно-иллюстративный, эвристическая беседа, исторический подход, методы психологии, индукция, аналогия; 2 уровень – самостоятельная работа с учебником, частично-поисковые методы; 3 уровень – проблемные, исследовательские, математические методы, самостоятельное решение задач.	Восприятие, осмысление, первичное закрепление, произвольное запоминание
Закрепление знаний и способов деятельности	1 уровень – репродуктивные методы, наглядные методы, решение задач тренировочного характера, алгоритмический метод, классификация и конкретизация изученного, текущий контроль; 2 уровень (дополнительно) – типовые (стандартные, ключевые) задачи, изготовление наглядных пособий, работа	Первичное обобщение, произвольное запоминание, применение знаний и способов деятельности в типичных ситуациях

	на компьютере; 3 уровень (дополнительно) – творческие задания.	
Применение знаний и способов деятельности	1 уровень – решение ключевых, типовых и прикладных задач на применение теории в сходных ситуациях, практические и игровые методы, текущий контроль; 2 уровень – решение задач в нестандартных ситуациях, доклады и сообщения учащихся; 3 уровень – решение нестандартных задач, творческие задания.	Первичная систематизация знаний и способов деятельности, их перенос и применение в новых ситуациях
Обобщение и систематизация изученного	Методы обобщения и систематизации: словесные, наглядные, игровые, практические; обобщающие и межпредметные уроки, диспуты, семинары, деловые игры.	Обобщение знаний и способов деятельности, включение их в систему
Контроль, оценка и коррекция знаний и способов деятельности	Итоговый контроль: разноуровневые контрольные работы, тестирование, рейтинг, самооценка и взаимооценка; индивидуальная коррекция результатов, зачет, экзамен	Итоговый контроль, коррекция, оценка и самооценка

Выбор методов обучения определяется

- смысловыми целями образования,
- особенностями учебного курса,
- целью урока,
- возможностями школьников,
- имеющимися средствами обучения и временем,
- предпочтениями учителя,
- особенностями используемой дидактической системы.

Примеры использования основных методов при обучении математике младших школьников

Получение новых знаний и умений учеником происходит при помощи такого метода обучения, как *эвристическая беседа*. То есть ученики не получают готового набора знаний, который им необходимо зазубрить, а достигают его самостоятельно в процессе беседы с преподавателем, путем постановки и нахождения ответов на проблемные вопросы, решения познавательных задач.

Пример

Вдоль овражка
Шла фуражка,
Две косынки,
Три корзинки
И от них не отставала
Белоснежная панاما.
Посчитай поскорей
Сколько было детей?

Проблемные вопросы

Учитель: может ли ребенок быть в панаме и нести корзину одновременно?

Может ли у ребенка быть только один предмет?

Какие возможно сделать предположения, чтобы ответить на вопрос задачи? Как зависит ответ от сделанного предположения?

Ученик 1: предположим, что каждый ребенок носит один предмет, тогда детей было 7.

Ученик 2: предположим, что 1 из детей нёс корзинку и головной убор. Следовательно, детей было 6.

Ученик 3: предположим, что 2 из детей носили и корзинку, и головной убор. Следовательно, детей было 5.

Ученик 4: предположим, что 3 из детей носили и корзинку, и головной убор. Следовательно, детей было 4.

Учитель: ещё возможны варианты предположений? Почему?

Преимущества метода: большая ясность понимания, большая прочность усвоения, больший интерес к материалу и уверенность в своих силах. Этот метод развивает инициативу, сообразительность, привычку к самоконтролю и т.д. *Трудности:* необходимость тратить дополнительное время на поиски приемов, приводящих к цели, и разработку соответствующих заданий, невозможность сделать так, чтобы все учащиеся сразу же пришли к правильным ответам.

Развитие эвристического метода привело к созданию так называемого «проблемного обучения».

Проблемное обучение

Основные методы: эвристический, исследовательский, создание проблемных ситуаций.

Приемы обучения (на текстовых задачах):

акцентуация (выделение подзадачи),

варьирование объекта (добавление вспомогательного элемента),

трансляция (сведение к ранее решенной задаче),

реверсия (движение от вопроса к условию задачи),
индукция (поиск обобщающего правила),
варьирование среды (поиск наглядных примеров).

Задача. Поле площадью 1800 га засеяно свеклой, морковью, капустой. Под морковь отвели участок в 3 раза больше, чем под свеклу, а под капусту в 2 раза больше, чем под свеклу. Сколько гектаров земли отвели под каждую культуру?

Акцентуация: определить, на сколько частей разделили все поле, и сколько частей приходится на каждую культуру?

Варьирование объекта: участок, отведенный под свеклу, примем за 1 часть (вспомогательный элемент), тогда отвели под морковь 3 части, капусту – 2 части. Все поле разделили на $1+2+3=6$ (частей).

Трансляция: 6 частей составляют 1800 га, 1 часть - ? га.

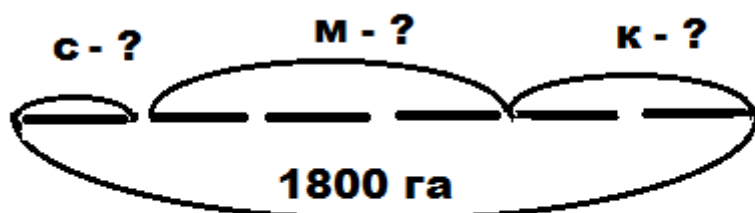
Реверсия: Что надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи? (сколько га занимает свекла)

Что надо знать, чтобы определить сколько га занимает свекла? (на сколько частей разделили поле, сколько га приходится на 1 часть)

Индукция: x га – занимает свекла, тогда $3x$ – морковь, $2x$ – капуста, тогда

$$x+3x+2x=1800$$

Варьирование среды



Наглядные методы обучения: метод иллюстраций и метод демонстраций.

Наблюдения должны сопровождать весь процесс обучения детей в начальной школе.

Простые наблюдения проводятся учеником ежедневно. Характер их может быть различным: рассматривание движения рыб в банке, наблюдения за ростом растений, наблюдения за животными и т. д. Наблюдения могут проводиться по определенной, сформулированной учителем вместе с учащимися программе. Они могут быть предваряющими изучение материала или итоговыми, заключительными.

Дидактикой установлены некоторые условия, повышающие эффективность наблюдений. Первым из них является подготовка учащихся для проведения наблюдений. Им должны быть известны цель, предмет и методы наблюдения. Второе условие — включение в восприятие одновременно различных органов чувств.

Оформление учащимися результатов своих наблюдений в устной или письменной речи также важное условие их эффективности. Оно помогает отчетливо, осознанно и многосторонне воспринимать наблюдаемый материал.

Метод иллюстраций предполагает показ ученикам иллюстративных пособий: плакатов, карт, чертежей на доске, портретов ученых и пр.

Метод демонстраций – демонстрация приборов, геометрических тел, показ кинофильмов и диафильмов.

Дидактика формулирует следующие правила демонстрации предметов: предмет надо показывать так, чтобы он воспринимался различными органами чувств. При этом условия сильное впечатление окажут на учащихся наиболее значимые стороны объекта. Важно показать предмет в изменении и развитии.

Методы стимулирования и мотивации

Замечание. Учебная деятельность людей может мотивироваться либо внутренними мотивами по отношению к деятельности (интересом к содержанию предмета, к характеру умственной деятельности, соответствием изучаемого предмета склонностям субъекта), либо внешними (связь изучаемого предмета с будущей профессией, престиж будущей деятельности и т.д.).

Приемы:

- созданием ситуации успеха;
- использование различного дополнительного материала на уроках;
- эмоциональная окраска излагаемого теоретического материала;
- элементы театрализации на уроках.

Сравнение и аналогия

Сравнение и аналогия - логические приемы мышления, используемые как в научных исследованиях, так и в обучении.

С помощью сравнения выявляется сходство и различие сравниваемых предметов, то есть наличие у них общих и различных свойств.

Пример. Сравнение треугольника и четырехугольника раскрывает их общие свойства: наличие сторон, вершин, углов, столько же вершин и углов, сколько сторон,

и различие: у треугольника три вершины (стороны), у четырехугольника - четыре.

Сравнение приводит к правильному выводу, если выполняются следующие условия:

- 1) сравниваемые понятия однородны;
- 2) сравнение осуществляется по таким признакам, которые имеют существенное значение.

Эти два условия выполняются в приведенных выше сравнениях: треугольник и четырехугольник - однородные понятия (многоугольники). Сравнение осуществлено по существенным признакам (количество сторон, вершин, углов).

Сравнение подготавливает почву для применения аналогии. С помощью аналогии сходство предметов, выявленное в результате их сравнения, распространяется на новое свойство (или новые свойства).

Аналогия: рассуждение по аналогии имеет следующую схему

А имеет свойства а,в,с,д

В имеет свойства а,в,с

Вероятно В обладает свойством **Д**.

Лишь вероятно, а не достаточно!

Аналогия наводит на догадки – служит эвристическим методом.

Ошибочно:

3ч 60 мин = 360 мин, аналогия 1 м 10 см = 110 см (в основе лежат разные системы счисления)

Обобщение, абстрагирование и конкретизация

Обобщение и абстрагирование - два логических приема, применяемые почти всегда совместно в процессе познания.

Обобщение - это мысленное выделение, фиксирование каких-нибудь общих существенных свойств, принадлежащих только данному классу предметов или отношений.

Абстрагирование - это мысленное отвлечение, отделение общих, существенных свойств, выделенных в результате обобщения, от прочих несущественных или необщих свойств рассматриваемых предметов или отношений и отбрасывание (в рамках нашего изучения) последних.

Из приведенного краткого разъяснения видно, что абстрагирование не может осуществляться без обобщения, без выделения того общего, существенного, что подлежит абстрагированию.

Обобщение и абстрагирование неизменно применяются в процессе формирования понятий, при переходе от представлений к понятиям и, вместе с индукцией, как эвристический метод.

Под обобщением понимают также переход от единичного к общему, от менее общего к более общему.

Под конкретизацией понимают обратный переход - от более общего к менее общему, от общего к единичному.

Если обобщение используется при формировании понятий, то конкретизация используется при описании конкретных ситуаций с помощью сформированных ранее понятий.

Уточним переход от единичного к общему, от менее общего к более общему и обратный переход.

Например. Формирование понятия "квадрат" на раннем этапе обучения начинается показом множества предметов, отличающихся друг от друга формой, размерами, окраской, материалом, из которого они сделаны. Дети, после того как им показывают на одну из этих фигур и говорят, что это квадрат, безошибочно отбирают из множества фигур все те, которые имеют такую же форму, пренебрегая различиями, касающимися размеров, окраски, материала. Здесь выделение из множества предметов подмножества производится по одному еще недостаточно проанализированному признаку - по форме. Дети еще не знают свойств квадрата, они распознают его только по форме. Такое распознавание встречается у детей 4-5 лет. Дальнейшая работа по формированию понятия квадрата состоит в анализе этой формы с целью выявления ее свойств. Учащимся предлагается путем наблюдения найти, что есть общего у всех отобранных фигур, имеющих форму квадрата, чем они отличаются от остальных. Устанавливается, что у всех квадратов 4 вершины и 4 стороны. Но у некоторых фигур, которые мы не отнесли к квадратам, тоже 4 вершины и 4 стороны. Оказывается, у квадрата все стороны равны и все углы прямые. Все отобранные фигуры, обладающие этими свойствами, мы объединяем в один класс - квадраты (переход от единичного к общему).

В дальнейшем обучении этот класс включается в более широкий класс прямоугольников (переход от общего к более общему).

Анализ и синтез

Анализ (аналитический метод) – это рассуждение от неизвестного к известному, т.е. это **средство** поиска решения задачи, доказательства теорем, но не само решение.

Синтез – это рассуждение от известного к неизвестному, т.е. опираясь на данные полученные в ходе анализа, дает решение задачи и доказательство теоремы.

Задача. По одинаковой цене купили 8 м красной ленты и 5 м синей. За всю покупку заплатили 104 руб. Сколько стоит красная и синяя лента отдельно?

Синтетический метод

1. Сколько метров синей и красной ленты купили всего? ($8+5=13$ (м))
2. Какова цена 1 м ленты? ($104:13=8$ (р))
3. Сколько стоит 8м красной ленты? ($8\times 8=64$ (р))
4. Сколько стоит 5м синей ленты? ($8\times 5=40$ (р))

Аналитический метод

1. Что надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи? (цену 1м ленты и количество купленных метров каждой ленты)
2. Что надо знать, чтобы узнать цену 1 м ленты? (сколько всего купили метров ленты и сколько денег заплатили)
3. Как определить сколько всего метров ленты купили?

Индуктивные и дедуктивные методы обучения: характеризуют важную особенность методов – способность раскрывать логику движения содержания учебного материала.

Индукцией называют такой метод рассуждений, при котором общий вывод (гипотеза) основывается на изучении отдельных частных фактов.

ОТ ЧАСТНОГО К ОБЩЕМУ

Например. Тема «Переместительное свойство сложения». Рассматриваются задания типа $3+4=7$ и $4+3=7$; $2+6=8$ и $6+2=8$, т.е. $A+B=B+A$ от перестановки слагаемых сумма не меняется.

Если рассматриваются все частные факты (случаи) без исключения, то индукцию называют полной, в противном случае неполной (в нашем примере индукция неполная).

Замечание. На отдельных этапах обучения, в частности в начальных классах обучение математике ведется преимущественно индуктивным методом. Далее этот метод становится вспомогательным, т.е. мы открываем то, что подлежит доказательству дедуктивным путем.

Дедукция представляет собой форму мышления, состоящую в том, что новое предложение выводится чисто логическим путем, т.е. по определенным правилам логического вывода из некоторых известных предложений.

ОТ ОБЩЕГО К ЧАСТНОМУ

Например. При решении упражнений на определение порядка действий в выражении мышление школьника протекает в плане дедукции. Используются общие правила определения порядка действий, далее правила используются на конкретных числах.

Замечание. При решении задачи, если ученик узнает в данной задаче, задачу известного ему типа и в соответствии с этим составляет план ее решения, его мышление протекает в плане дедукции, ибо он в своих рассуждениях исходит из общих суждений.

Различие между индукцией и дедукцией – характер заключения. Заключение по индукции лишь правдоподобно, заключение по дедукции достоверно (истинно) при истинности посылок.

Метод математического моделирования

Цель данного метода – более глубокое изучения реальных объектов

Математическая модель – это приближенное описание класса явлений, выраженное на языке математической теории (с помощью системы алгебраических уравнений и неравенств, дифференциальных или интегральных уравнений, функций, системы геометрических предложений, векторов и т.п.).

Метод математического моделирования содержит три этапа:

- 1) построение математической модели объекта (явления, процесса);
- 2) исследование полученной модели, т.е. решение полученной математической задачи средствами математики;
- 3) интерпретация полученного решения с точки зрения исходной ситуации.

Задача. Из города одновременно в одном и том же направлении выехали два мотоциклиста. Скорость первого была больше скорости второго и составила 72 км/ч. Через 25 минут расстояние между мотоциклистами было равно 5 км. Найти скорость второго мотоциклиста

<i>Алгебраическая модель</i>	<i>Арифметическая модель</i>
<p><i>1. Составляем алгебраическую модель задачи</i></p> $25 \text{ мин} = \frac{5}{12} \text{ ч}$ <p>x км/ч – скорость второго мотоциклиста;</p> $x \cdot \frac{5}{12} \text{ (км)} - \text{ путь второго мотоциклиста за 25 минут;}$ $72 \cdot \frac{5}{12} \text{ (км)} - \text{ путь первого мотоциклиста за 25 минут.}$ <p>По условию известно, что через 25 мин. Расстояние между мотоциклистами было равно 5 км. Составим уравнение:</p> $72 \cdot \frac{5}{12} - x \cdot \frac{5}{12} = 5 - \text{ алгебраическая модель задачи}$ <p><i>2. Решение задачи внутри модели</i></p> $72 \cdot \frac{5}{12} - x \cdot \frac{5}{12} = 5 \text{ (умножим на } \frac{12}{5} \text{)}$ $72 - x = 12$ $x = 60$ <p><i>3. Интерпретация результата (возврат к условию задачи)</i></p> <p>60 км/ч – скорость второго мотоциклиста Ответ: 60 км/ч.</p>	$25 \text{ мин} = \frac{5}{12} \text{ ч}$ <p>1) $72 \cdot \frac{5}{12} = 30 \text{ (км)} -$ путь первого мотоциклиста за 25 минут.</p> <p>2) $30 - 5 = 25 \text{ (км)} -$ путь второго мотоциклиста за 25 минут.</p> <p>3) $25 : \frac{5}{12} = 60 \text{ (км/ч)} -$ скорость второго мотоциклиста. Ответ: 60 км/ч.</p>

Метод упражнений (практический метод):

Характер и методика упражнений зависят от особенностей учебного предмета, конкретного материала, изучаемого вопроса и возраста учащихся. Но дидактика формулирует ряд общих правил проведения упражнений.

- 1) доведение до сознания учащихся цели и порядка выполнения упражнения;
- 2) разнообразие упражнений;
- 3) систематичность проведения упражнений. Причем после объяснения нового материала упражнения даются чаще;
- 4) постепенное нарастание трудности упражнений.

Сразу после изучения нового материала учитель дает типичные упражнения, в которых изученные учащимися признаки выступают наиболее ярко и выпукло. Когда же новый материал усвоен учащимися прочно, можно давать задачи и упражнения, для выполнения которых дети используют знания других тем предмета.

Эффективность упражнений повышается в том случае, если дети приучены к самоконтролю в учебном труде: решению задач с проверкой, обратных задач и т. д. Правильно организованные упражнения имеют большое воспитательное значение. Характер воздействия упражнений на учащихся зависит от степени самостоятельности их выполнения. Не менее важное значение имеет и содержание упражнений.

В начальных классах дается много разнообразных письменных упражнений. Они должны выполняться особенно тщательно и быть хорошо оформлены.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Сформулировать определение метода обучения.
2. Охарактеризовать классификацию Ю.К. Бабанского.
3. Охарактеризовать классификацию Р. С. Черкасов и А. А. Столяр.
4. Охарактеризовать классификацию Ю. М. Колягина.
5. Охарактеризовать классификацию О. Б. Епишевой.
6. Чем определен выбор методов обучения?
7. Какой преобладает метод при изложении начального курса математики: индукция или дедукция? Обосновать ответ.
9. Метод анализа или метод синтеза требует от учителя больше времени на подготовку при обучении школьников решению задач?
10. Привести конкретные примеры использования различных методов на уроках математики в младших классах.

УЧЕБНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Понятие учебной деятельности и ее структура

Деятельность — это форма активного отношения человека к окружающей действительности. Она прежде всего характеризуется наличием цели и вызывается различными потребностями и интересами (мотивами).

Учебная деятельность направлена непосредственно на усвоение знаний, умений и навыков, ее содержанием являются научные понятия и общие способы решения практических задач.

Структура учебной деятельности включает следующие компоненты:

мотивы,

учебные задачи,

способы действий,

самоконтроль и самооценку.

Взаимосвязь этих компонентов обеспечивает целостность учебной деятельности.

Мотив — это побудительная сила деятельности, то, ради чего она осуществляется. Мотивы учебной деятельности динамичны и изменяются в зависимости от социальных установок личности.

Мотивация (т. е. направленность школьника на учебные действия) чаще всего возникает при постановке учебной задачи. Но в некоторых случаях она может появиться и в процессе самой деятельности, ее контроля и самооценки. Этому обычно способствует успешное выполнение школьником тех учебных заданий, которые учитель предлагает как в процессе решения учебной задачи, так и на этапе самоконтроля.

Учебная задача и ее виды

Учебная задача - ключевой момент. С одной стороны, она отражает общие цели обучения, конкретизирует познавательные мотивы. С другой стороны позволяет сделать осмысленным сам процесс выполнения учебных действий.

В большинстве случаев средством решения учебных задач в математике являются математические задания (упражнения, задачи). Очевидно, что для решения одной учебной задачи может быть использовано несколько, зачастую много математических заданий (упражнений). В то же время в процессе выполнения одного математического задания (упражнения) может решаться несколько учебных задач.

Например:

Упражнения	Учебные задачи
<p>Серия упражнений</p> <ul style="list-style-type: none"> - умножение без перехода через разряд; - умножение с переходом через разряд один раз; - умножение с переходом через разряд два раза и т.д. 	<p>Овладение алгоритмом письменного умножения трехзначного числа на однозначное.</p>
<p>Серия упражнений</p> <ul style="list-style-type: none"> - сложение без перехода через разряд; - сложение с переходом через разряд один раз; - сложение с переходом через разряд два раза и т.д. 	<p>Овладение алгоритмом сложения многозначных чисел.</p>
<p>Даны числа: 18, 81, 881, 42, 442, 818. По какому признаку можно разбить эти числа на две группы?</p>	<p>Усвоение разрядного состава числа, понятий однозначных, двузначных, трехзначных чисел, на формирование умения классифицировать объекты.</p>

Учебные задачи могут быть различных видов.

Частные учебные задачи.

Основная цель — формирование способов действий применительно к конкретному объекту.

Например, писать цифру 2, умножать 3 на 4, чертить прямоугольник с заданными сторонами.

Локальные учебные задачи.

Основная цель – формирование способов действий в пределах одной темы или одного раздела.

Например, находить периметр и площадь прямоугольника, составлять таблицу умножения.

Общие учебные задачи.

Основная цель – формирование таких способов действий, которые распространяются на значительную часть разделов учебного предмета.

Например, решать уравнения, умножать любые числа в пределах 1000.

Все виды учебных задач в процессе обучения взаимосвязаны: решение локальных и частных задач обычно сопровождается решением общих учебных задач.

Например, при изучении умножения двузначного числа на однозначное решаются такие локальные учебные задачи: овладение способом представления числа в виде суммы двух слагаемых, приемом умножения двузначного числа на однозначное.

Одновременно решаются и общие учебные задачи: распознавание математических объектов, формирование приемов умственной деятельности (анализ и синтез, сравнение, обобщение), преобразование математических выражений.

Постановка учебной задачи при обучении математике

При постановке учебной задачи необходимо выполнение следующих требований:

1. Учебная задача должна ориентировать школьников на поиск нового способа действия, мотивировать их познавательную деятельность.

2. В процессе ее решения учащиеся должны осознать необходимость и рациональность нового знания (понятия, способа действия).

В практике обучения постановка учебной задачи часто отождествляется с сообщением темы или цели урока. Например, цель урока — научиться складывать любые однозначные числа. Сформулировав ее в начале урока и считая, что учебная задача поставлена, учитель приступает к актуализации необходимых знаний, умений и навыков и затем разъясняет новый способ действия (в данном случае — вычислительный прием).

Такой подход не отвечает требованиям к постановке учебной задачи, так, как только сообщение цели урока почти не оказывает влияния на мотивацию познавательной деятельности школьников и не нацеливает их на поиск способа действия.

Учебная задача может возникнуть в результате анализа ситуации, которая, с одной стороны, содержит новизну, а с другой — может быть решена с помощью творческого применения известных способов действий или имеющегося опыта.

Эти два условия способствуют появлению познавательных мотивов и активизируют учебные действия школьников. Направляя эти действия вопросами, специальными заданиями, преподаватель подводит учеников к новому знанию.

Рассмотрим возможность постановки учебной задачи на том же примере (сложение однозначных чисел). В начале урока педагог может предложить детям самостоятельную работу, при выполнении которой они должны будут найти значения выражений. Содержание работы включает как известные детям случаи сложения и вычитания, так и новые случаи сложения, соответствующие теме урока.

Например: $7+2$, $9-5$, $6+3$, $8-6$, $36-4$, $42+6$, $78-40$, $37+20$, $8+9$, $6+8$, $7+6$, $4+7$.

Наблюдая за работой, учитель отмечает (для себя), что выражения $8+9$ и далее у большинства детей вызвали затруднения. Это вполне оправдано,

так как способ действия (вычислительный прием) им пока неизвестен. Педагог дает дополнительное время для завершения работы, и число учащихся, которые справляются с ней, увеличивается. Теперь важно обсудить способ действия. Скорее всего это будет присчитывание по одному, потому что этим способом дети уже овладели. Далее полезно выяснить, как действовали ученики при нахождении значений первых восьми выражений.

(Первые четыре выражения — это табличные случаи, здесь сразу дается ответ; при нахождении значений следующих четырех выражений дети складывают (вычитают) единицы с единицами, десятки с десятками). При обсуждении способа вычисления значений последних четырех выражений следует выяснить, чем они все похожи.

(Складываются однозначные числа, а в результате получается двузначное число.)

— При нахождении значений этих выражений, — говорит учитель, — вы воспользовались присчитыванием по единице, но существует более рациональный (быстрый, лучший) способ действия. Ваша задача — «открыть» этот способ, а я вам помогу.

Теперь учебная задача поставлена, а способом ее решения будут те учебные задания, с большинством из которых учащиеся справятся самостоятельно.

Например, можно предложить такие задания:

Сравни выражения в каждой паре. Чем они похожи? Чем отличаются?

$9 + 6$	$8 + 5$	$7 + 6$	$6 + 5$
$9 + 1 + 5$	$8 + 2 + 3$	$7 + 3 + 3$	$6 + 4 + 1$

Вполне возможно, что некоторые дети смогут сформулировать новый способ действия и без помощи учителя (то есть без приведенных выше заданий). Однако такие случаи довольно редки в массовой школьной практике.

В результате выполнения этих заданий учащиеся самостоятельно формулируют новый способ действия. (Сначала дополним первое слагаемое до 10, а затем к десяти добавим оставшиеся единицы.)

В качестве средства самоконтроля выступают модели десятков (треугольник, в котором 10 кругов) и единиц (круги), а также изображение сложения на числовом луче.

Новый способ действия (вычислительный прием) полезно сравнить с уже известным способом (прибавление по единице) и сделать соответствующие выводы о рациональности такого «открытия».

Результат решения поставленной учебной задачи выявляется в процессе проверочной самостоятельной работы, качество выполнения ко-

торой оценивается как учителем, так и самими учащимися. Это позволяет учителю более целенаправленно организовать последующую работу, а ученикам — осознать ее необходимость. Для выявления результатов решения учебной задачи можно организовать взаимоконтроль.

Проблемное задание, используемое для постановки учебной задачи, может быть связано и с выполнением практических действий.

Рассмотрим возможную проблемную ситуацию при формировании понятия «больше на...» (увеличить на...).

На столе две одинаковые стеклянные банки, причем одна из них загоразживается (экранируется) и в нее наливается немного воды, уровень которой учащимся не виден.

Задается вопрос: «Как сделать так, чтобы во второй банке воды было больше, чем в первой?» Причем больше на столько, сколько воды в кружке, предлагаемой учителем.

Поставленная в таком виде учебная задача позволяет учащимся самостоятельно открыть тот новый способ действия, который чаще всего учителю приходится самому им сообщать: сначала нужно налить столько же воды, сколько ее налито в первой банке, а затем долить еще одну кружку. Действие выполняется. В данном случае планирование действия и само действие были не иллюстрацией, а реальным (не условным) способом решения задачи, при этом учащиеся использовали свой опыт.

Мы выяснили, что создание проблемной ситуации - один из способов постановки учебной задачи.

В психолого-педагогических исследованиях (Д. Н. Богоявленский, Н. А. Менчинская, А. А. Люблинская, Г. С. Костюк, В. В. Давыдов и др.) было установлено, что закономерности процесса мышления и закономерности процесса усвоения новых знаний в значительной степени совпадают. Результаты исследований показали, что одним из главных условий, обеспечивающих развитие мышления детей, является постановка заданий, вызывающих проблемные ситуации, активизирующие мыслительную деятельность учащихся.

Следует иметь в виду, что понятия «проблемное задание» и «проблемная ситуация», не тождественны, так как проблемная ситуация характеризует прежде всего психическое состояние учащегося, а не само учебное задание. В то же время психическое состояние учащегося, связанное с активизацией мышления, возникает под воздействием определенного учебного задания. Поэтому при разработке проблемных заданий необходимо ориентироваться на основные компоненты (элементы) проблемных ситуаций.

В числе таких компонентов А. М. Матюшкин называет:

а) необходимость выполнения такого действия, при котором возникает познавательная потребность в новом, неизвестном отношении, способе или условии действия;

б) неизвестное, которое должно быть раскрыто в возникшей проблемной ситуации;

в) возможности учащегося в выполнении поставленного задания, в анализе условий и открытии неизвестного.

Характеризуя процесс поиска нового в проблемной ситуации, важно отметить, что в нем проявляются не только закономерности логических преобразований, но и закономерности интуитивного мышления человека.

Значимой особенностью неизвестного как элемента проблемной ситуации, по мнению А. М. Матюшкина, является его обобщенность. То есть, несмотря на конкретность проблемного задания, неизвестное, которое должно быть раскрыто в ходе его выполнения, всегда содержит общее, относящееся к целому классу заданий.

Главный механизм «открытия», которое делает ученик при выполнении проблемного задания, - образование новых связей, так как новое, неизвестное ученику отношение, свойство, закономерность, неизвестный способ действия раскрываются только через установление новых связей с уже известным. Поиск неизвестного – это постоянное включение объекта во все новые системы связей (А. М. Матюшкин).

Важным методическим условием осуществления этих связей является целенаправленное и систематическое включение в учебный процесс последовательности проблемных заданий, при выполнении которых ученик повторяет ранее изученный материал, активно мыслит, самостоятельно формулирует стоящую перед ним учебную задачу и решает ее сам или с помощью учителя.

В практике обучения, к сожалению, этому не всегда уделяется должное внимание, и объяснение нового не происходит в атмосфере живого поиска, проб, предложений. В этом случае у ребят складывается отношение к школьному знанию как к чему-то условно привносимому в реальность.

При введении нового способа действия нужно обязательно донести до сознания учащихся суть его новизны. Если этот способ замещает собой другой, менее рациональный, то их нужно противопоставить и показать ребенку преимущество нового способа перед старым, тем самым помочь ему осознать свое продвижение в овладении математикой.

Например, при знакомстве с умножением следует так организовать работу, чтобы дети поняли необходимость выделения в заданной сово-

купности одинаковых слагаемых. Для этого на наборном полотне выставляется в один ряд довольно большое количество (например 25) предметных картинок. Классу предлагается сосчитать их. Дети убеждаются в том, что это требует много времени. Тогда учитель жестом отделяет один пяток картинок от другого. После этого ученики считают картинки сразу пятками. Затем они отвечают на вопросы: почему стало легко считать? Что для этого сделал учитель? Как теперь расположены на доске картинки?

Подобная учебная ситуация позволяет учащимся обнаружить практический смысл образования равных слагаемых. Последнее обстоятельство способствует не только принятию данной учебной задачи, но и развитию учебной мотивации вообще.

Проблемное задание — необходимый компонент процесса обучения, целью которого является развитие мышления учащихся.

Однако использование проблемных заданий требует от учителя определенного отношения к сущности процесса усвоения знаний, что связано с ответом на принципиальные вопросы:

- Как предлагать ученику знания, которые он должен усвоить?
- Что ученик должен сделать для того, чтобы усвоить знание?

В зависимости от ответа на эти вопросы можно выделить две позиции. В одном случае знание (факты, правила, определения, способы действий) предлагается классу в виде известного учителю образца, который дети должны запомнить и воспроизвести. Затем во время тренировочных упражнений «отработать» соответствующие умения (навыки). В другом случае — ученик сначала включается в деятельность, в процессе которой у него возникают потребности в усвоении новых знаний, и он сам или с помощью учителя «открывает» новые для себя знания.

Виды учебной деятельности

В зависимости от того, какие учебные задачи должны быть решены в процессе обучения математике и какие учебные действия выполняют учащиеся, можно говорить о различных видах учебной деятельности: внешних или внутренних, практических или интеллектуальных. Такое деление условно, так как эти виды деятельности тесно связаны.

Например, поиск способа решения является интеллектуальной деятельностью, которая может осуществляться не только во внутреннем плане действий (анализ через синтез, сравнение, абстрагирование, установление связей между данными и искомым), но и во внешнем (схема, таблица, словесные рассуждения, запись решения).

Практическая деятельность школьников, связанная с записью уравнения, измерением, изготовлением наглядных пособий, выполнением рисунка не может проходить без включения интеллектуальной (познавательной) деятельности.

Если ученики выполняют воспроизводящие действия, то их деятельность называют репродуктивной (например, воспроизведение определения, правила, способа действия, алгоритма, табличных случаев сложения и умножения, соотношения между единицами величин).

Если учебные действия выполняются в варьирующихся, т. е. видоизмененных условиях, то такую деятельность можно назвать вариативно-воспроизводящей.

Она наиболее характерна для обучения младших школьников математике, так как ее усвоение связано с применением правил, способов действия, алгоритмов для решения различных задач.

Деятельность, направленная на поиск новых знаний, на нахождение новых способов действий, называется продуктивной (творческой или эвристической). Творческая деятельность востребована в нестандартных условиях, когда необходим поиск, в результате которого появляется нечто новое (знание, способ действия). Если ученики находят этот способ действия самостоятельно, опираясь на имеющиеся у них знания, то такую деятельность можно назвать исследовательской.

В том случае, когда им помогает учитель, направляет их действия, творческая деятельность носит частично-поисковый характер. Следовательно, творческая деятельность может осуществляться на разных уровнях (частично-поисковом и исследовательском), и каждый уровень характеризуется степенью самостоятельности выполнения различных действий (операций).

На становление творческой деятельности школьников существенное влияние оказывает характер обучения. Оно во многом определяется постановкой учебных задач, способствующих мотивации учения, и видом предлагаемых заданий, выполнение которых требует разнообразных практических и интеллектуальных действий.

Продуктивная деятельность связана с активной работой мышления и находит свое выражение в таких мыслительных операциях, как анализ и синтез, сравнение, классификация, аналогия, обобщение. Эти мыслительные операции в психолого-педагогической литературе принято называть логическими приемами или приемами умственной деятельности.

Включение подобных операций в процесс усвоения математического содержания — одно из важных условий построения развивающего обу-

чения математике, так как продуктивная деятельность оказывает влияние на развитие всех психических функций.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Обосновать структуру учебной деятельности.
2. Зачем необходима мотивация в процессе обучения математике младших школьников?
3. В чем состоит функциональная необходимость постановки учебной задачи в процессе обучения математике младших школьников?
4. Перечислить виды учебных задач. Привести примеры их использования на уроках математики в младших классах.
5. Обосновать взаимосвязь учебных задач различных видов в процессе обучения.
6. Какие требования важно соблюдать при постановки учебной задачи?
7. Формулировка цели урока и постановка учебной задачи – это одно и то же?
8. Дать характеристику основным видам учебной деятельности при обучении младших школьников математике.
9. Проанализируйте свой опыт обучения в вузе и приведите примеры непродуктивной, вариативно-воспроизводящей и творческой деятельности в процессе усвоения различного содержания. Проанализируйте, какие действия (операции) входят в состав каждого вида деятельности.

СОВРЕМЕННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ МЛАДШЕГО ШКОЛЬНИКА

Основные проблемы математического образования младшего школьника

Уровень математической подготовки выпускников обычных средних школ оказался значительно ниже средних международных результатов по следующим направлениям:

- оценка знания основных математических понятий и их применения в практической деятельности в реальной ситуации;
- умение анализировать предложенные ситуации, устанавливать причинно-следственные связи;
- умение применять полученные знания в различных социальных областях.

Учащиеся российских образовательных учреждений имеют более высокие результаты в области применения известных алгоритмов и процедур, но

результаты проверки **понимания содержательного смысла математических понятий при решении задач**, анализе информации, представленной в различной форме, оказались значительно ниже.

Основная цель – подготовка выпускников школ к адекватному использованию математики в повседневной практической жизни.

Начальный курс математики, является органической частью школьного курса математики, нацелен на создание прочного фундамента для дальнейшего обучения предмету, и на практическое использование полученных знаний в реальной жизни.

Основные проблемы начального математического образования:

Многовариантность программ: содержание и этапы изучения математики.

Многочисленные авторские школы: тиражирование непроверенных методик и технологий обучения математике.

Отсутствие преемственности между ступенями обучения.

Необходимость построения процесса обучения математике на развивающей, деятельностной основе только провозглашается.

Учителя начальных классов не готовы к вызовам времени: цифровизация обучения и использование ИКТ в процессе обучения математике.

Роль математического образования в формировании интеллектуального потенциала младшего школьника

Математическое образование предполагает не только развитие личности средствами математики, как часто подчеркивают методисты, но и овладение системой знаний, дающей представление о предмете математики, методах математического исследования, основных понятиях, способах обоснования математических фактов, применении математики **в исследовании явлений природы и общества.**

Уже прописными стали утверждения о том, что математика является языком науки и техники, с ее помощью моделируются, изучаются и прогнозируются многие явления и процессы, происходящие в обществе и природе. Огромно значение математического образования для формирования духовной сферы человека, интеллектуальных и морально-этических компонентов человеческой личности. Осознание взаимосвязи реального и идеального, происхождения математических абстракций из практики, характера отражения математической наукой окружающего мира, роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения.

Изучение математики вносит заметный вклад в умственное развитие человека. В процессе обучения в арсенал приемов и методов мышления есте-

ственным образом включается анализ и синтез, индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, аналогия. Объекты математических умозаключений и правила их конструирования вскрывают механизм логических построений, вырабатывают умение формировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление. Математике принадлежит ведущая роль в формировании алгоритмического мышления, воспитании умений действовать по заданному алгоритму и конструировать новые. В ходе изучения математики систематически и последовательно формируются навыки умственного труда — планирование своей работы, поиск рациональных путей ее выполнения, критическая оценка результатов.

Обучение математике способствует становлению и развитию нравственных черт личности — настойчивости и целеустремленности, познавательной активности и самостоятельности, дисциплины и критичности мышления, способности аргументировано отстаивать свои взгляды и убеждения. Изучение математики вносит определенный вклад в эстетическое воспитание человека, формируя понимание красоты и изящества математических утверждений, способствуя восприятию геометрических форм, освоению идеи симметрии. Изучение математики развивает воображение и пространственные представления.

Цели математического образования

В определении целей образования следует учитывать потребности общества и потребности личности, что проявляется в двух аспектах характеристики целей: социальном, отражающем требования общества к образованию, и личностном, заключающемся в определении целей образования с позиции становления личности. Ясно, что цели общества и личности связаны друг с другом сложным образом. Максимальное раскрытие творческих способностей и их реализация являются благом и для общества, и для самого человека. Отсюда и глобальная цель образования видится в воспитании всесторонне развитой личности.

Изучение математики в начальной школе направлено на достижение образовательных, развивающих целей, а также целей воспитания.

Сравнительный анализ образовательных стандартов по математике (цели, основные результаты обучения)

Стандарт 2009 года	Обновленные стандарты 2022 года
<i>Изучение математики на ступени начального общего образования направлено на достижение следующих целей:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> • математическое разви- 	<ul style="list-style-type: none"> • Освоение начальных математических зна-

<p>тие - формирование способностей к интеллектуальной деятельности, пространственного воображения, математической речи; умение строить рассуждения, выбирать аргументацию, вести поиск информации;</p> <ul style="list-style-type: none"> • освоение начальных математических знаний – понимание значения величин и способов их измерений, использование арифметических способов для разрешения сюжетных ситуаций, формирование умений решать учебные и практические задачи средствами математики, работа с алгоритмами выполнения арифметических действий; • воспитание интереса к математике, стремление использовать математические знания в повседневной жизни. 	<p>ний — понимание значения величин и способов их измерения; использование арифметических способов для разрешения сюжетных ситуаций; формирование умения решать учебные и практические задачи средствами математики; работа с алгоритмами выполнения арифметических действий.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Формирование функциональной математической грамотности младшего школьника, которая характеризуется наличием у него опыта решения учебно-познавательных и учебно-практических задач, построенных на понимании и применении математических отношений («часть-целое», «больше-меньше», «равно-неравно», «порядок»), смысла арифметических действий, зависимостей (работа, движение, продолжительность события). • Обеспечение математического развития младшего школьника — формирование способности к интеллектуальной деятельности, пространственного воображения, математической речи; умение строить рассуждения, выбирать аргументацию, различать верные (истинные) и неверные (ложные) утверждения, вести поиск информации (примеров, оснований для упорядочения, вариантов и др.). • Становление учебно-познавательных мотивов и интереса к изучению математики и умственному труду; важнейших качеств интеллектуальной деятельности: теоретического и пространственного мышления, воображения, математической речи, ориентировки в математических терминах и понятиях; прочных навыков использования математических знаний в повседневной жизни.
--	--

Стандарт 2009 года	Обновленные стандарты 2022 года
<i>Требования к результатам освоения программы по математике</i>	<i>Планируемые результаты освоения программы по математике</i>
Личностными результатами обучающихся являются: готовность ученика	Личностные результаты: осознавать необходимость изучения математики для адаптации к жизненным ситуациям, для развития общей культуры человека; раз-

целенаправленно использовать знания в уче-нии, в повседневной жизни; способность ха-рактеризовать собствен-ные знания по предмету, формулировать вопросы, устанавливать, какие ма-тематические задачи мо-гут быть им успешно ре-шены, познавательный интерес к математиче-ской науке.

Метапредметными ре-зультатами обучающихся являются: умения анали-зировать, устанавливать количественные и про-странственные отноше-ния окружающих объек-тов, строить алгоритм по-иска нужной информа-ции, определять логику решения разного рода задач, умение моделиро-вать, планировать, кон-тролировать и корректи-ровать ход решения учебной задачи.

Предметными результа-тами обучающихся явля-ются знания о числах и величинах, арифметиче-ских действиях, текстовых задачах, геометрических фигурах; умения выби-рать и использовать в хо-де решения изученные алгоритмы, свойства арифметических дей-ствий, способы находже-ния величин, приемы ре-шения задач, умения ис-

вития способности мыслить, рассуждать, выдвигать предположения и доказывать или опровергать их; при-менять правила совместной деятельности со сверстни-ками, проявлять способность договариваться, лидиро-вать, следовать указаниям, осознавать личную ответ-ственность и объективно оценивать свой вклад в общий результат; осваивать навыки организации безопасного поведения в информационной среде; применять мате-матику для решения практических задач в повседнев-ной жизни, в том числе при оказании помощи одно-классникам, детям младшего возраста, взрослым и по-жилым людям; работать в ситуациях, расширяющих опыт применения математических отношений в реаль-ной жизни, повышающих интерес к интеллектуальному труду и уверенность своих силах при решении постав-ленных задач, умение преодолевать трудности; оцени-вать практические и учебные ситуации с точки зрения возможности применения математики для рациональ-ного и эффективного решения учебных и жизненных проблем; оценивать свои успехи в изучении математи-ки, намечать пути устранения трудностей; стремиться углублять свои математические знания и умения; поль-зоваться разнообразными информационными сред-ствами для решения предложенных и самостоятельно выбранных учебных проблем, задач.

Метапредметные результаты

Познавательные УУД: базовые логические действия, базовые исследовательские действия, работа с инфор-мацией.

Коммуникативные УУД: конструировать утверждения, проверять их истинность; строить логическое рассужде-ние; использовать текст задания для объяснения спосо-ба и хода решения математической задачи; формули-ровать ответ; комментировать процесс вычисления, по-строения, решения; объяснять полученный ответ с ис-пользованием изученной терминологии; в процессе диалогов по обсуждению изученного материала — за-давать вопросы, высказывать суждения, оценивать вы-ступления участников, приводить доказательства своей правоты, проявлять этику общения; создавать в соот-ветствии с учебной задачей тексты разного вида — описание (например, геометрической фигуры), рассуж-дение (к примеру, при решении задачи), инструкция

<p>пользовать знаково-символические средства, в том числе модели и схемы, таблицы, диаграммы для решения математических задач.</p>	<p>(например, измерение длины отрезка); ориентироваться в алгоритмах: воспроизводить, дополнять, исправлять деформированные; составлять по аналогии; самостоятельно составлять тексты заданий, аналогичные типовым изученным.</p> <p><i>Регулятивные УУД:</i> самоорганизация, самоконтроль, самооценка.</p> <p><i>Совместная деятельность:</i> участвовать в совместной деятельности: распределять работу между членами группы (например, в случае решения задач, требующих перебора большого количества вариантов, приведения примеров и контрпримеров); согласовывать мнения в ходе поиска доказательств, выбора рационального способа, анализа информации; осуществлять совместный контроль и оценку выполняемых действий, предвидеть возможность возникновения ошибок и трудностей, предусматривать пути их предупреждения.</p> <p>Предметные результаты соотнесены с содержанием по каждому году обучения.</p>
--	---

Содержание математического образования и особенности построения начального курса математики

В основе конструирования содержания и отбора планируемых результатов лежат следующие ценности математики, коррелирующие со становлением личности младшего школьника:

понимание математических отношений выступает средством познания закономерностей существования окружающего мира, фактов, процессов и явлений, происходящих в природе и в обществе (хронология событий, протяжённость по времени, образование целого из частей, изменение формы, размера и т. д.);

математические представления о числах, величинах, геометрических фигурах являются условием целостного восприятия творений природы и человека (памятники архитектуры, сокровища искусства и культуры, объекты природы); владение математическим языком, элементами алгоритмического мышления позволяет ученику совершенствовать коммуникативную деятельность (аргументировать свою точку зрения, строить логические цепочки рассуждений; опровергать или подтверждать истинность предположения).

Младшие школьники проявляют интерес к математической сущности предметов и явлений окружающей жизни — возможности их измерить, определить величину, форму, выявить зависимости и закономерности их расположения во времени и в пространстве. Осознанию младшим школьником многих математических явлений помогает его тяга к моделированию, что облегчает освоение общего способа решения учебной задачи, а также работу с разными средствами информации, в том числе и графическими (таблица, диаграмма, схема).

В начальной школе математические знания и умения применяются школьником при изучении других учебных предметов (количественные и пространственные характеристики, оценки, расчёты и прикидка, использование графических форм представления информации). Приобретённые учеником умения строить алгоритмы, выбирать рациональные способы устных и письменных арифметических вычислений, приёмы проверки правильности выполнения действий, а также различение, называние, изображение геометрических фигур, нахождение геометрических величин (длина, периметр, площадь) становятся показателями сформированной функциональной грамотности младшего школьника и предпосылкой успешного дальнейшего обучения в основном звене школы. Все сказанное определяет содержательные линии начального курса математики.

Содержательно-методические линии начального курса математики

Стандарт 2009 года	Обновленные стандарты 2022 года
<i>Основные содержательные линии курса:</i>	
числа и величины	числа и величины
арифметические действия	арифметические действия
текстовые задачи	текстовые задачи
пространственные отношения	пространственные отношения и геометрические фигуры
геометрические фигуры	
геометрические величины	математическая информация
работа с данными	

Построение начального курса математики

Начальный курс математики имеет свои особенности построения.

1. **Арифметический** (арифметика – раздел математики, изучающий числа, их отношения и свойства) **материал доминирует** в содержании, кроме того в него входят элементы алгебры и геометрии, которые по возможности

включаются в систему арифметических знаний. Элементы алгебры (алгебра – раздел математики, посвященный изучению операций над элементами множеств произвольной природы) и геометрии (раздел математики, изучающий пространственные структуры и отношения) не составляют особых разделов курса математики, а органически связаны с арифметическим материалом. Такая связь дает возможность приобщить младшего школьника к алгебре и геометрии, достичь более высокого уровня усвоения арифметического материала.

2. **Содержание** начального курса математики **вводится концентрически**. КОНЦЕНТР – ступень обучения, связанная с предыдущей ступенью единством содержания и отличающаяся от нее большей сложностью и объемом.

Концентрическое расположение учебного материала (круги на воде от брошенного камня) – это такое расположение, при котором материал, подлежащий изучению, разбивается на постепенно расширяющиеся круги – три, четыре, причем каждый последующий круг включает в себе предыдущий. В курсе выделены четыре центра: десяток, сотня, тысяча, многозначные числа. В каждом центре изучается нумерация, арифметические действия, алгоритмы арифметических действий, свойства арифметических действий.

3. **Начальный курс математики построен на индуктивной основе**. Отдельные понятия вводятся на основе обобщения частных фактов и далее используются для решения практических задач.

4. **Математические понятия, свойства, закономерности раскрываются в курсе в их взаимосвязи**. Так при изучении арифметических действий раскрываются их свойства, связи и зависимости между их компонентами и результатами. Такое построение позволяет учащимся глубже овладеть не только отдельными вопросами курса, но и связями между ними.

5. **Рассмотрение в сравнении сходных или связанных между собой вопросов**. Так действия сложения и вычитания вводятся одновременно, программа предусматривает сближение во время изучения некоторых вопросов курса.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Можно ли исключить математику из школьных предметов?
2. Перечислить основные проблемы системы начального образования.

3. Что способствует формированию научного мировоззрения младшего школьника?
4. Какова роль математики в развитии мышления младшего школьника?
5. Какие нравственные черты личности развиваются в результате изучения математики?
6. Возможно ли, средствами математики влиять на эстетическое воспитание младшего школьника?
7. Что учитывается при определении целей математического образования?
8. Цели обучения математике, сформулированные в стандартах.
9. Какие три группы целей можно выделить? В чем особенность каждой группы?
10. В чем отличие новых стандартов от стандартов 2009 года при формулировке целей, определении результатов обучения младшего школьника?
11. Что должно включать в себя содержание математического образования?
12. Назвать основные содержательные линии школьного курса математики.
13. В чем отличие новых стандартов от стандартов 2009 года при определении основных содержательных линий школьного курса математики?
14. В чем особенности построения начального курса математики?

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ У МЛАДШЕГО ШКОЛЬНИКА

Сущность понятия

Мышление есть активный процесс отражения объективного мира в сознании человека. Структура отдельных мыслей и их особых сочетаний называется формами мышления. Мышление характеризуется тремя основными формами: **понятиями**, суждениями и умозаключениями.

Понятие – обозначение мысленного образа некоторого класса вещей, процессов, отношений объективной реальности или нашего сознания.

Процесс формирования понятия проходит несколько этапов, среди которых наиболее существенны восприятие и представление. *Восприятием* называется непосредственное чувственное отражение действительности в сознании человека. *Представлением* называется запечатленный в нашем сознании образ предмета или явления. В данный момент нами не воспри-

нимаемого. Восприятие существует в сознании человека только в то время, когда какие – либо предметы или явления воздействуют на органы чувств человека. Восприятие исчезает, когда это воздействие кончается.

Понятие – результат обобщения восприятия и представления очень большого количества однородных предметов и явлений. Понятие отражает общие и существенные признаки реальных предметов.

Существенными признаками называются те признаки, которые являются необходимой принадлежностью предметов и отличают их от других.

Содержание и объем понятия

Содержание понятия – совокупность существенных признаков объектов, охватываемых понятием.

Объем понятия – это множество объектов, на которые распространяется данное понятие.

Соотношение между содержанием и объемом понятия: чем шире содержание понятия, тем уже его объем, и, наоборот, чем уже содержание понятия, тем шире его объем.

Пример. Расширим содержание понятия треугольник – равенством сторон. Тогда объем понятия уменьшится, теперь в него входят все равнобедренные треугольники, т.е. часть треугольников.

Содержание понятия раскрывается с помощью определения. Объем понятия раскрывается через классификацию.

Определение математических понятий, их характеристика, классификация

Определение понятия – формулировка (связное предложение, контекст, рисунок), которая без остатка сводит определяемое понятие к уже известным понятиям той же научной области.

Виды определений

Определения делятся на **явные** и **неявные**. **Явные** определения содержат прямое указание на существенные признаки определяемого понятия. **Неявные** определения не содержат четкого и однозначного определяющего элемента, в них содержание определяемого может быть установлено через некоторый контекст.

1. Через ближайший род и видовое отличие (явное).

Определение строится по схеме:

определяемое понятие = род + видовое отличие.

Пример.

Квадрат – прямоугольник, стороны которого равны.

2. Разновидностью родовидовой формы определения являются:

генетическое (генезис – происхождение), конструктивное определение – указывается весь путь образования или способ происхождения определяемого понятия. Этот способ наиболее широко используется в геометрии.

Примеры генетических определений: «Угол - это лучи, которые выходят с одной точки», «Диагональ прямоугольника - отрезок, который соединяет противоположные вершины прямоугольника». В начальных классах генетические определения применяют для таких понятий, как «отрезок», «ломаная», «прямой угол», «круг».

К генетическим понятиям можно отнести и *определение через перечень*.

Например, «Натуральный ряд чисел — это числа 1, 2, 3, 4 и т.д.».

Некоторые понятия в начальных классах вводят только через термин.

Например, единицы времени год, месяц, час, минута.

3. В обучении младших школьников особый интерес среди **неявных определений** составляют *контекстуальные и остенсивные* определения.

Любой отрывок из текста (контекст), в котором случается понятие, которое нас интересует есть, в некотором понимании, неявным его определением. Контекст ставит понятие в связь с другими понятиями и тем самым раскрывает ее содержание.

Например, употребляя в работе с детьми такие выражения, как «найти значения выражения», «сравнить значение выражений $(5 + a)$ и $(a - 3) \cdot 2$, если $a=7$ », «прочитать выражения, которые являются суммами», «прочитать выражения, и потом прочитать уравнения», мы раскрываем понятие «математическое выражение» как запись, которая складывается из чисел или переменных и знаков действий.

Подобное имеет место и в обучении младших школьников. Много математических понятий в начальной школе определяются через контекст. Это, например, такие понятия, как «большой – маленький», «какой-нибудь», «любой», «один», «много», «число», «арифметическое действие», «уравнение», «задача» и т.д.

Контекстуальные определения остаются большей частью неполными и незавершенными. Они применяются в связи с неподготовленностью младшего школьника к усвоению полного и тем более научного определения.

Остенсивные определения – это определения путем демонстрации. Они напоминают обычные контекстуальные определения, но контекстом здесь есть не отрывок какого-либо текста, а ситуация, в которой оказывается объект, обозначенный понятием.

Например, учитель показывает квадрат (рисунок или бумажную модель) и говорит «Смотрите – это квадрат». Это типичное остенсивное определение.

4. Определения – условные соглашения.

С определениями в виде условных соглашений чаще всего сталкиваются в арифметике и алгебре.

Пример: $a \cdot 1 = a$, $a \cdot 0 = 0$

Под *классификацией* понимают разделение множества объектов, составляющих объем родового понятия, на виды. Это разделение основано на сходстве объектов одного вида и отличии их от объектов других видов в существенных признаках.

Пример. Натуральные числа: простое число, составное число, единица
Классификация предполагает соблюдение следующих основных условий:

1. Классификация должна проводиться по определенному признаку, остающемуся неизменным в процессе классификации (число простых делителей).
2. Понятия, получающиеся в результате классификации должны быть взаимно независимы (пересечение множеств простых, составных чисел и единицы пусто).
3. Сумма объемов понятий, получающаяся при классификации, должна равняться объему исходного понятия (простые, составные числа и единица исчерпывают все множество натуральных чисел).

В процессе определения и классификации понятий данной науки образуется система понятий этой науки.

Формирование математических понятий

Этапы формирования математических понятий:

Подготовка к введению нового понятия: актуализация опорных знаний.

Мотивация: подчеркивается важность изучения понятия, раскрывается значимость данного понятия в повседневной жизни, выполняются специальные упражнения, формулируется проблема и т.д.

Введение определения понятия. В методике преподавания математики выделяют два метода введения определения понятия: конкретно – индуктивный; абстрактно – дедуктивный.

Эти методы определяются логическими методами познания: индукцией и дедукцией.

Схема применения конкретно-индуктивного метода:

анализируется эмпирический материал;

выясняются общие признаки понятия, которые его характеризуют;

формулируется определение.

Схема применения абстрактно-дедуктивного метода:

формулируется определение понятия;

приводятся примеры и контр примеры.

Осмысление понятия. На данном этапе происходит распознавание объектов, на которые распространяется данное определение. Действия учащихся заключаются в следующем: выделение всех свойств, зафиксированных в определении, установление логических связей между ними, проверка наличия у объекта выделенных свойств и их связей, получение вывода о принадлежности объекта объёму понятия.

Практическое применение понятия. Решение задач и упражнений с применением понятия, с использованием метода комментированных упражнений.

Контроль полученного знания. Проведение разного рода самостоятельных работ обучающего характера, проговаривание учащимися допущенных ошибок, исправление ошибок, ликвидация пробелов в знаниях (рефлексивно-оценочная деятельность).

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Какими тремя основными формами характеризуется мышление?
2. Что называется суждением, умозаключением? Приведите примеры.
3. Понятие – это результат каких мыслительных операций?
4. Какие признаки являются существенными для реальных объектов?
5. Что называется содержанием, объемом понятия?
6. С помощью чего раскрывается содержание, объем понятия?
7. Как вы понимаете термины «явное определение», «неявное определение»?
8. Перечислить основные виды определений, дать характеристику каждого из них.
9. Что называется классификацией? Соблюдение каких условий предполагает классификация? Пример.
10. Этапы формирования математических понятий. Характеристика каждого из них.

Индивидуальные задания

Провести анализ учебников и заполнить таблицу (см. образец в приложении 1).

Формирование понятий: провести анализ фрагмента урока математики по одной из тем 2 класса, выделить этапы формирования понятий.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

История включения алгоритмов в школьную математику

В российском школьном математическом образовании понятие алгоритма появилось недавно, хотя каждый его раздел содержит алгоритмы. Инициатором введения алгоритмической линии в математику начальной школы был Наум Яковлевич Виленкин (1920—1991), известный советский математик, автор научно-популярных книг и учебников по математике для средней школы.

Еще в 70-е годы XX в. он утверждал, что в век «умных машин» детей нужно с начальной школы готовить к работе с ними. Эта подготовка, по его мнению, должна заключаться в формировании алгоритмического мышления. Н.Я. Виленкиным уже тогда были созданы учебники по математике для начальной школы, в которых рассматривались понятия «операция», «программа», «алгоритм». В настоящее время Федеральные образовательные стандарты начального общего образования (ФГОС НОО) впервые в истории российского начального математического образования ввели понятие алгоритма в обучение математике и поставили задачу обеспечить «овладение основами ... алгоритмического мышления. ... записи и выполнения алгоритмов; ... умение действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы». Математика и информатика согласно ФГОС НОО составляют одну образовательную область и могут быть представлены одним учебным предметом или двумя. Понятие алгоритма является одним из базовых понятий информатики и потому с введением ФГОС изучается не только на уроках математики, но и на уроках информатики в рамках одного учебного предмета или двух.

Основные понятия

Алгоритм — это фундаментальное математическое понятие, продукт человеческой деятельности. Это особый способ описания последовательности операций для осуществления процессов решения задач человеком или машиной.

Слово «*алгоритм*» произошло от имени среднеазиатского ученого IX в. аль-Хорезми, который жил и работал в Багдаде. Аль-Хорезми использовал индийскую позиционную систему счисления с нулем и сформулировал правила четырех арифметических действий над многозначными числами. Первоначально под алгоритмами понимали только эти правила.

Алгоритмы прослеживаются в математике в течение всего времени ее существования. Общее понятие алгоритма сформировалось, однако, лишь в XX в.

Алгоритм в дидактике – это понятное предписание, указывающее, какие операции и в какой последовательности надо выполнить с данными, чтобы решить любую задачу определенного класса. Алгоритм является как самостоятельным средством обучения, так и частью обучающей программы.

Алгоритм обладает следующими характеристическими свойствами:

- 1) *свойством массовости* – с помощью данного алгоритма могут быть решены все задачи определенного типа;
- 2) *свойством дискретности и элементарности шагов*: при построении алгоритмов выделяют строго отдельные и законченные шаги (операции), каждый из которых в состоянии выполнить исполнитель (в этом смысле каждый шаг считается элементарным); свойство дискретности в записи алгоритма выражается в выделении отдельных пунктов или блоков;
- 3) *свойство детерминированности*: решение задач по данному алгоритму является процессом строго направленным, т.е. однозначно определен первый шаг и каждый последующий;
- 4) *свойство результативности*: точное выполнение указаний алгоритма при решении любой задачи данного класса должно приводить к определенному результату.

Правило представляет собой «свернутый» алгоритм. Отдельные шаги его являются блоками (даны в сжатом виде), некоторые операции вообще могут не содержаться в формулировке правила.

Замечание. Всякий алгоритм можно назвать правилом, но не всякое правило можно назвать алгоритмом.

Основные виды алгоритмов: линейные и разветвленные, без циклов и циклические. *Основные способы задания алгоритмов*, используемые в начальном курсе математики: словесное предписание (в виде «памятки» или инструкции, перечня шагов); образец выполнения, блок-схема.

Логический анализ алгоритмов (правил) предполагает:

- проверку наличия характеристических свойств алгоритма;
- выделение последовательности операций и логических условий в данном правиле;
- установление связи алгоритма с другими знаниями.

Математический анализ алгоритмов (правил) состоит в установлении математической основы данного правила, т.е. тех базовых математических положений, которые позволяют построить именно такое правило.

Алгоритмическое мышление и алгоритмическая культура: проблема формирования у младших школьников

В методической литературе по информатике, в которой развитие алгоритмического мышления называют главной задачей изучения информатики, алгоритмическим мышлением называют искусство размышлять, умение планировать свои действия, способность предусматривать различные обстоятельства и поступать соответственно с ними, способность легко рассуждать об алгоритмических процессах.

Таким образом, алгоритмическое мышление можно узнавать по результатам его функционирования, а таким результатом являются алгоритмы. Но тогда основным признаком алгоритмического мышления можно считать способность к конструированию алгоритмов. А так как алгоритм задает общий способ решения задач, то показателем алгоритмического мышления является владение общими способами решения задач (иначе — общим умением решать задачи), а также способность к представлению общего способа решения некоторого класса задач в алгоритмическом виде. Таким образом, необходимым условием формирования алгоритмического мышления является формирование общего умения решать задачи.

Поэтому под алгоритмической культурой (Википедия: культура — это набор кодов, которые предписывают человеку определённое поведение) человека будем понимать комплекс личностных качеств, обеспечивающих понимание роли алгоритмов в различных видах деятельности, владение умениями действовать по заданному алгоритму, конструировать алгоритм, алгоритмизировать свою деятельность.

Формирование алгоритмической культуры и становление основ алгоритмического мышления в процессе обучения математике возможно по нескольким моделям обучения:

- а) с включением в содержание учебного предмета «Математика» специальной темы «Алгоритмы» и соответствующего понятия;
- б) без явного изучения понятия алгоритма и соответствующей темы.

Если до введения ФГОС основным был вариант б), то после его введения понятие алгоритма стало одним из важнейших понятий не только учебного предмета «Информатика», но и предмета «Математика». И в современных учебниках, написанных в соответствии с ФГОС, это понятие присутствует.

ИТАК. Алгоритмическая культура, проявляющаяся в умениях пользоваться готовыми алгоритмами, умениях конструировать алгоритмы и являющихся универсальными учебными действиями, это важнейший личностный и метапредметный результат обучения школьной математике, содержание всех разделов которой включает алгоритмы.

Алгоритмы курса математики начальной школы

Алгоритмы начального курса математики сгруппируем по разделам математики, представленным в курсе математики начальной школы;

- 1) арифметические алгоритмы («Числа. Арифметические действия»);
- 2) алгебраические алгоритмы («Математические выражения, равенства, неравенства, уравнения»);
- 3) геометрические алгоритмы («Пространственные отношения. Геометрические фигуры»);
- 4) алгоритмы, относящиеся к величинам («Величины и их измерение»).

Основные этапы работы с учащимися по овладению алгоритмом:

1) введение алгоритма

Цель: актуализация знаний, необходимых для введения и обоснования алгоритма, формулирование алгоритма.

Форма работы с учащимися: устная работа на повторение.

2) усвоение алгоритма

Цель: отработка операций, входящих в алгоритм и усвоение их последовательности.

Форма работы с учащимися: письменная коллективная работа с широким использованием комментирования выполняемых действий.

3) применение алгоритма

Цель: отработка алгоритма в знакомых и незнакомых ситуациях.

Форма работы с учащимися: самостоятельная работа.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Кто был инициатором введения алгоритмической линии в школьный курс математики?
2. Особенность современного курса математики, изучаемого в начальных классах.
3. Понятие «алгоритм» в математике, происхождение понятия, первоначальный смысл.
4. Алгоритм в дидактике. Характеристические свойства. Правило.
5. Виды и способы задания алгоритмов. Логический и математический анализ алгоритмов.
6. Алгоритмическое мышление. Алгоритмическая культура.
7. Алгоритмы начального курса математики. Примеры (анализ учебников).
8. Этапы работы с учащимися по овладению алгоритмом.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМ
В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ**

Различные схемы развития понятия числа

Число – стержневое понятие школьного курса, фундамент, на котором строится изучение функций, тождественных преобразований, уравнений и т.п. понятие числа относится к основным понятиям математики.

По ступеням обучения содержание линии числа и вычисления представлено следующим образом:

- *начальная школа*: у учащихся формируются представления о натуральных числах как результате счета и измерения, о принципе записи чисел, вырабатываются навыки устных и письменных вычислений, накапливается опыт решения арифметических задач;

- *основная школа*: учащиеся приобретают систематизированные сведения о рациональных числах и овладевают навыками вычислений с ними, получают элементарные представления об иррациональных числах. Уделяется внимание формированию умений выполнять вычисления с приближенными значениями, приемам прикидки и оценки результатов, использованию калькулятора;

- *старшая школа*: совершенствуется вычислительная культура в связи с введением новых операций, вычислением значений алгебраических, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений.

Итак, у учащихся должно сложиться представление о числе как об объекте, над которым можно производить арифметические операции.

Современная математика имеет дело с числами различной природы:

- натуральные числа;
- целые числа;
- рациональные числа;
- действительные числа.

Современное учение о числе базируется на арифметике натуральных чисел. Дальнейшее развертывание этого учения состоит в последовательном расширении множества натуральных чисел. Существуют различные схемы расширения:

- 1) логическая схема: $N \rightarrow Z \rightarrow Q \rightarrow R$;
- 2) историческая схема: $N_0 \rightarrow Q^+ \rightarrow Q \rightarrow R$;

В установившейся школьной практике до сих пор сохраняется историческая последовательность развития понятия числа, отличающаяся от логической схемы тем, что дроби появились намного раньше отрицательных чисел. Уже древнегреческие математики пользовались дробями, в то время как многие математики XVI века не признавали еще отрицательных чисел.

Нельзя ли привести в соответствие схему развития понятия числа в школьном курсе с развитием этого понятия в современной науке? Вопрос открыт.

Раскрытие идей развития понятия числа в школьном курсе

Построение расширения числового множества должно удовлетворять четырем условиям. Пусть множество A расширяется до множества B . Тогда эти четыре условия формулируются следующим образом:

1. A должно быть подмножеством B .
2. Операции над элементами из множества A те же, что и для элементов из множества B , смысл операций, которые были только в множестве A , остается неизменным.
3. В множестве B должна быть выполнима операция, которая в множестве A была невыполнима или не всегда выполнима (*в этом условии заключена основная цель расширения множества A*).
4. Расширение B должно быть «минимальным» среди всех возможных расширений множества A , удовлетворяющих условиям 1-3, т.е. таким, чтобы не существовало никакого подмножества B , содержащего A (не совпадающего с ним) и удовлетворяющего тем же условиям.

Возможны различные пути осуществления расширения удовлетворяющего условиям 1–4.

В современных учебниках не используется приведенная выше схема расширения, расширение происходит формально. В начальной школе первое расширение множества натуральных чисел – это добавление нуля, следующее расширение – это доли и дроби. Основная цель введения рациональных чисел (в частности обыкновенных дробей) – это пропедевтика курса математики основной школы, формирование первых представлений об обыкновенных дробях.

Технологии обучения младшего школьника

При формировании понятия целого неотрицательного числа учащиеся усваивают его теоретико-множественный смысл, в соответствии с которым натуральное число рассматривается как общее свойство класса конечных равномоощных множеств, а число ноль – как число элементов пустого множества.

Целесообразность использования теоретико-множественного подхода в качестве ведущего объясняется рядом причин:

- предоставляется возможность опираться на личный опыт ребенка, то есть опыт «делания» или опыт выполнения практической, «ручной», предметно-манипулятивной деятельности;
- соответствующие манипуляции с предметными совокупностями менее трудоемки и громоздки, легко поддаются контролю и коррекции, что позволяет заложить фундамент для правильных умственных действий.

Подготовительный (дочисловой) период

В изучении нумерации однозначных чисел выделяется два этапа, что объясняется необходимостью формирования у первоклассников тех базо-

вых понятий (множество, счет), через которые и определяется натуральное число – как число элементов в множестве A , получаемое при счете, и как общее свойство класса конечных равномоощных множеств. Следовательно, в подготовительный период необходимо сформировать у учащихся представления о непустом множестве как некоторой совокупности предметов, умения пересчитывать элементы множества и выполнять некоторые операции (операцию объединения, дополнения, вычитания множеств). Поскольку при построении отрезка натурального ряда чисел учащиеся упорядочивают числа, то в подготовительный период они должны научиться выделять последовательность предметов, упорядочивать их в соответствии с требованием. Основным моментом в этот период является ознакомление с правилами счета и со способом сравнения множеств по числу составляющих элементов.

Изучение нумерации натуральных чисел

Изучение чисел, независимо от того, знакомятся ли дети с каждым отдельным числом или отрезком натурального ряда, предполагает выполнение ряда учебных действий (см. рабочую тетрадь, приложение 1):

- Выделяются предметные совокупности, которые характеризуются одним и тем же натуральным числом. Осуществляется счет предметов данной совокупности.
- Выделяется общее свойство всех предметных совокупностей – количество; в соответствие ставится число как результат счета: количество треугольников, деревьев, кругов одинаково–3.
- Ознакомление с цифрой как специальным знаком для обозначения числа. Тренировка в записи цифры, используемой для обозначения числа.
- Построение отрезка натурального ряда чисел. Определение места каждого числа в натуральном ряду. Изучение свойств натурального ряда чисел.
- Сравнение чисел.
- Выделение состава числа.

Изучение арифметических операций над целыми неотрицательными числами

Цели изучения

- личностное и интеллектуальное развитие младшего школьника;
- развитие представлений о числе и арифметических действиях;
- формирование вычислительной культуры.

Результаты изучения

личностные результаты:

- начальные представления об истории развития математического знания, роли математики в системе знаний;

метапредметные результаты:

- использовать арифметические действия в качестве моделей предметных действий и средств получения новой информации в разных областях знания и в повседневной жизни,

- владеть общими арифметическими способами решения задач;
- строить и использовать алгоритмы арифметических действий;

предметные результаты:

- использовать арифметические действия для описания предметов и явлений окружающей действительности и решения текстовых задач;

- выполнять устно арифметические действия над числами различной природы;

- выполнять письменно с помощью алгоритмов арифметических действий с числами различной природы;

- знать компоненты арифметических действий и находить неизвестный компонент по двум известным;

- вычислять значение числового выражения, содержащего несколько арифметических действий (со скобками и без скобок).

При изучении действий с числами, как правило, выделяют три основные стороны:

- содержательную (связана с изучением сущности действий);
- алгебраическую (связана с изучением свойств-законов действий);
- алгоритмическую (связана с изучением правил, алгоритмов действий).

Сложение и законы сложения

Содержательная сторона изучения

В начальном курсе математики сложение целых неотрицательных чисел вводится на основе практических упражнений, связанных с объединением двух множеств предметов (теоретико-множественная терминология и символика при этом не используется). Главным средством раскрытия теоретико-множественного смысла сложения является раскрытие простых арифметических задач.

Пример.

Петя нашел 4 гриба, а Нина – 3. Сколько всего грибов нашли ребята?

Условие задачи представляется наглядно. Чтобы ответить на вопрос задачи надо к грибам Пети присоединить грибы Нины, т.е. объединить два множества грибов, и сосчитать, сколько в этом объединении оказалось элементов.

Алгебраическая сторона изучения

С *переместительным свойством* сложения учащиеся начальных классов знакомятся при изучении чисел первого десятка. Сначала они используются

при составлении таблицы сложения однозначных чисел, а затем для рационализации различных вычислений.

Сочетательный закон сложения в начальном курсе математики в явном виде не изучается, но постоянно используется. Основа прибавления числа по частям: $3+2=3+(1+1)=(3+1)+1=4+1=5$. Кроме того, в тех случаях, когда надо прибавить число к сумме, сумму к числу, сумму к сумме, сочетательный закон используется в сочетании с переместительным.

Пример.

- 1) $4+(2+1)=4+3=7$ – используется указанный порядок действий;
- 2) $4+(2+1)=6+1=7$ – используется сочетательное свойство сложения;
- 3) $4+(2+1)=5+2=7$ – переместительный и сочетательный законы.

При сравнении чисел в курсе начальной школы используется следующее правило: число, которое при счете встречается раньше, всегда меньше числа, которое идет позднее.

Алгоритмическая сторона изучения
(алгоритмы и правила см. ранее)

Вычитание

Содержательная сторона изучения

Первоначально вычитание целых неотрицательных чисел рассматривается на основе практических упражнений, связанных с выделением подмножества данного множества и образованием нового множества. Главным средством раскрытия теоретико-множественного смысла вычитания является решение простых задач.

Пример.

Около школы посадили 8 деревьев – берез и рябин. Берез 3. Сколько рябин посадили около школы.

Дать анализ аналогично сложению – подвести итог: их столько, сколько будет, если из 8 вычесть 3, т.е. 5.

Умножение и деление, законы умножения

Содержательная сторона изучения

Операция умножение вводится через сложение:

Умножить число 18 на 3 – значит взять число 18 слагаемым 3 раза:
 $18 \times 3 = 18 + 18 + 18$.

Алгебраическая сторона изучения

Аналогично законам сложения изучаются и законы умножения: переместительный явно, сочетательный – неявно.

Операция деления рассматривается как операция обратная умножению.

Методика обучения младшего школьника

Введение арифметических действий в современных учебниках:

1) Последовательное введение действий сложения и вычитания; аналогично, умножения и деления.

2) Одновременное введение действий сложения и вычитания, аналогично умножения и деления.

В современных программах по математике используется второй подход, т.к. одновременное введение действий создает условия для их сопоставления, что способствует лучшему усвоению смыслов действий.

Изучение каждого действия можно представить по этапам:

- подготовка к введению арифметического действия;
- непосредственное введение арифметического действия;
- изучение свойств арифметического действия;
- изучение алгоритмов выполнения действий;
- формирование вычислительных умений и навыков.

Деление нацело и деление с остатком

Разные точки зрения существуют относительно последовательности изучения деления нацело и деления с остатком:

- вначале вводится деление нацело, его смыслы, табличные случаи; после усвоения данного материала вводится деление с остатком как особое действие, со своими смыслами, свойствами, алгоритмами;

- одновременное введение деления нацело и деления с остатком с использованием предметных действий, например, (с использованием учебного набора): разделим 8 и 9 треугольников на равные части по 4 треугольника в каждой. Обсуждаем ситуацию: в первом случае не осталось свободных треугольников, во втором случае остались треугольники, но их количество меньше 4. Получаем, $8:4=2$, $9:4=2$ (ост.1).

Разделим 8 и 9 на 2 равные части: аналогично рассуждая получаем, $8:2=4$, $9:2=4$ (ост.1).

В предметной деятельности, начиная процесс деления, не знают будет остаток или нет. В опыте младшего школьника практических ситуаций деления очень много (делят конфеты, игрушки, делятся на команды). Деление нацело получается далеко не всегда. Если использовать первый подход введение, то у учащихся складывается стереотип, что делить можно только нацело, поэтому деление с остатком дается очень сложно. При втором подходе используется опыт ребенка, что позволяет облегчить изучение темы деления с остатком.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Понятие числа в школьном курсе. Особенности изучения линии числа по этапам обучения.

2. Числа, какой природы изучаются в современной математике.

3. Схемы расширения множества натуральных чисел.
4. Построение расширения числового множества. Расширение множества натуральных чисел в начальной школе.
5. Что лежит в основе теоретико-множественного подхода построения начального курса математики?
6. Почему для формирования понятия целого неотрицательного числа используется теоретико-множественный подход?
7. Особенности дочислового периода изучения начального курса математики.
8. С какими учебными действиями связано изучение нумерации натуральных чисел?
9. Цели и результаты изучения арифметических операций над целыми неотрицательными числами.
10. Характеристика трех основных направлений изучения действий с числами.
11. Особенности введения арифметических действий в современных учебниках математики для начальных классов. Этапы изучения.
12. Деление нацело и деление с остатком: различные точки зрения на последовательность введения.

Индивидуальные задания

Разработать презентацию, наглядно иллюстрирующую изучение действий, по учебникам математики следующих авторов: Дорофеев Г.В. и др., Моро М.И. и др., Башмаков М.И., Петерсон Л.Г., Истомина Н.Б., Демидова Т.Е. и др.

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ: МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ

Задача представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в задаче.

Задача состоит из условий и требований. В тексте задачи условия и требования могут находиться в разных предложениях или в одном. Умение выделять условия и требования в каждой задаче – компонент общего умения решать задачи.

Под *сюжетными* будем понимать задачи, в которых описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс), с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений. Эти задачи имеют и другие названия: текстовые, практические, аналитические (задачи на составление уравнений или систем уравнений), арифметические и т.д.

Основные дидактические функции текстовых задач

- *вводно-мотивационная*: важнейшим средством для формирования у учащихся глубокого интереса к предстоящей учебно-познавательной деятельности является постановка перед ними каких-то проблемных задач.

- *применения и использования математических закономерностей*: используется система сюжетных задач, решая которые учащиеся глубже овладевают изучаемыми математическими закономерностями;

- *формирования математических умений и навыков*;

- *формирования метапредметных умений*;

- *контрольно-оценочная функция*;

- *воспитания характера и воли*: собранность, преодоление возникающих в процессе решения трудностей и т.д.;

- *развития математического мышления младшего школьника*;

- *развития творческого мышления и воображения*: чаще всего при решении задач занимательного характера.

Виды текстовых задач

Для определения вида задачи, выбраны следующие условия:

1) Количество арифметических действий.

Простые задачи – решаются в одно действие.

Составные задачи – решаются в два и более действий.

2) Используемое для решения арифметическое действие.

3) Задачи с прямой и косвенной формулировкой условия.

4) Задачи, описывающие определенный жизненный процесс:

- движение (скорость, время, пройденный путь),

- работа (производительность труда, время, объем всей работы),

- изготовление товара (расход на предмет, количество предметов, общий расход),

- расчет стоимости (цена, количество, общая стоимость),

- расчет времени (начало, конец, продолжительность события).

Данное определение видов задач носит условный характер, т.к. задача может быть с косвенной формулировкой, решаться в одно действие (пусть это будет сложение) и при этом может быть задачей на движение.

Каждый выделенный вид задач имеет свои особенности при обучении младшего школьника, тем самым обосновывается разумность такой типизации.

Методы решения текстовых задач

Задача считается решенной, если

- выполнено требование задачи, дан ответ на вопрос, соответствующий условию задачи и исчерпывающий все возможные варианты;

- представлен и обоснован способ ее решения и результат.

Методом решения задач является такая система правил и указаний, пользуясь которыми, можно решить те или иные конкретные задачи. Следует различать общие и частные методы.

Общий метод решения – это такой метод, пользуясь которым, можно решить очень многие задачи различных видов. *Частный метод* – это такой, пользуясь которым, можно решить лишь задачи определенного вида.

Чаще всего в школьном курсе используются следующие общие методы решения задач: *практический, алгебраический, арифметический, метод моделирования.*

Практический метод – решение задачи с помощью действий с предметами или их заменителями (кружки, счетные палочки и др.). Как основной метод применяется в начальный период ознакомления с арифметическими действиями.

Алгебраический метод – метод математики, в котором наиболее ярко отражаются характерные черты, находят четкую реализацию этапы процесса математического моделирования. Этот метод можно считать конкретизацией метода моделирования и с точки зрения тех основных действий, которые характеризуют метод моделирования и которые необходимо выполнять в процессе использования этого метода для решения конкретных практических задач.

Под алгебраическим методом будем понимать метод уравнений и неравенств.

Прием организации преемственности обучения: при решении задач алгебраическим методом для составления уравнений возможно использование краткой записи, в которой знак «?» заменен на «х».

Арифметический метод – метод, при котором ответ на вопрос задачи находится с помощью последовательного выполнения арифметических действий с числовыми данными задачи и результатами предыдущих действий.

Это основной метод решения текстовых задач в начальной школе. Этот метод позволяет глубже понять и оценить всю важность и значимость каждого этапа работы над задачей. подкупая своей простотой и доступностью арифметический метод вместе с тем достаточно сложен, и овладение приемами решения задач этим методом требует серьезной и кропотливой работы. К сожалению нет универсальных рекомендаций по формированию умений учащихся использовать данный метод на практике.

Метод моделирования

Этапы метода моделирования

4) построение математической модели объекта (явления, процесса);

5) исследование полученной модели, т.е. решение полученной математической задачи средствами математики;

б) интерпретация полученного решения с точки зрения исходной ситуации.

Опираясь на исследования М.А. Бородулько и Л.П. Стойловой, условно можно выделить следующие типы математических моделей:

Схематизированные модели:

- вещественные (обеспечивают физическое действие с предметами);
- графические (рисунок, чертеж, схема).

Знаковые модели:

- на естественном языке (текст задачи, словесная краткая запись);
- на математическом языке (арифметические действия, выражение, уравнение).

Этапы работы над текстовой задачей

В методике работы над текстовой задачей, как правило, выделяют **четыре основных этапа:**

- 1) работа над текстом задачи (выделить данные и искомые элементы);
- 2) поиск способа решения задачи;
- 3) осуществление плана, оформление решения;
- 4) контроль проведенного решения.

На первом этапе процесса решения задачи происходит осознание условия и вопроса задачи. В процессе анализа учащиеся выделяют в тексте задачи условие и вопрос, устанавливают связи между ними. При необходимости выполняют краткую запись задачи (см. Приложение 2).

Критерии эффективности краткой записи с использованием различных моделей:

- наглядность представления связей между величинами и соответствующими числовыми данными задачи;
- способность ученика самостоятельно воспроизвести условие задачи;
- возможность использования краткой записи для поиска решения задачи.

На втором этапе методики работы над задачей проводится поиск ее решения. Поиск решения текстовых задач чаще всего осуществляется с помощью аналитического или синтетического методов.

Аналитический метод поиска решения (анализ – логический прием, метод исследования, состоящий в том, что изучаемый объект мысленно или практически расчленяется на составные элементы, каждый из которых исследуется в отдельности как часть расчлененного целого. В математике, чаще всего, под анализом понимают рассуждение от неизвестного к известному. Анализ является средством поиска решения задачи).

Синтетический метод поиска решения (синтез – логический прием, с помощью которого отдельные элементы соединяются в целое. Синтез, опираясь на данные, полученные в ходе анализа, дает решение задачи).

Результатом поиска решения задачи является план решения.

На третьем этапе процесса решения задачи происходит оформление найденного решения, его проверка и запись полученного ответа.

Основными методами решения текстовых задач в средней школе являются арифметический и алгебраический. На этапе начального курса обучения математике в основном используется арифметический метод решения.

При решении задачи арифметическим методом используются различные формы записи решения: по действиям с вопросами, по действиям с пояснениями, по действиям без пояснений, выражением.

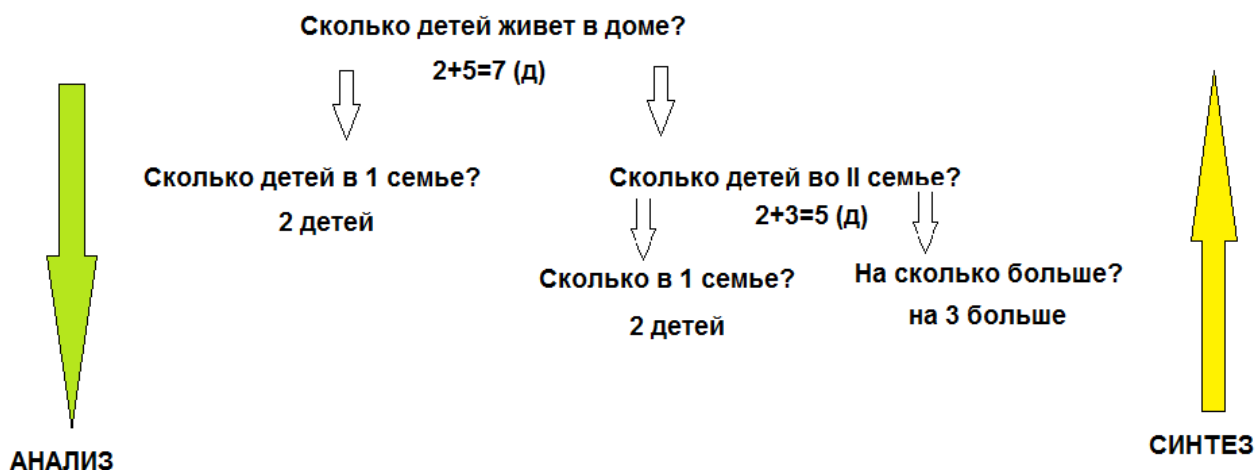
На этом этапе следует предусмотреть проверку решения. Это может быть осуществлено с помощью различных приемов: контроль каждого шага решения; прикидка ответа; установление факта, удовлетворяет ли полученный ответ условию задачи по содержанию, не противоречит ли полученный ответ смыслу задачи.

На четвертом этапе процесса решения задачи происходит осмысление полученного решения, выделяются ключевые моменты решения, повторяется, если необходимо весь ход решения. Возможно решение задачи другим способом; составление и решение обратной задачи.

Рассмотрим пример работы с задачей

Задача 1. В доме живет две семьи. В одной семье двое детей, а в другой – на 3 ребенка больше. Сколько детей живет в доме?

Поиска решения (анализ, синтез)



План решения

Найти сколько детей во второй семье

Ответить на вопрос задачи

Оформление решения задачи

Запись решения по действия с вопросами

1. Как найти количество детей во второй семье?

$$2+3=5 \text{ (ребят)}$$

2. Как найти, сколько детей живет в доме?

$$5+2=7 \text{ (ребят)}$$

Ответ: всего в доме живет 7 детей.

Запись решения по действиям с пояснениями

1) $2+3=5$ (д) – во второй семье.

2) $5+2=7$ (д) – всего живет в доме.

Ответ: 7 детей.

Запись решения по действиям без пояснений

1) $2+3=5$ (д)

2) $5+2=7$ (д)

Ответ: 7 детей всего живет в доме.

Запись решения выражением (следить за постановкой скобок!!!!)

$$2+3+2=7 \text{ (д)}$$

Ответ: 7 детей всего живет в доме.

Методы анализа и синтеза при оформлении решения задачи.

Синтетический метод

Если мы знаем	То можем узнать	Решение
1. Что во второй семье на 3 ребенка больше	Сколько детей во второй семье?	$2+3=5$ (д.)
2. Что в первой семье 2 детей, а во второй – 5	Сколько всего детей живет в доме?	$2+5=7$ (д.)

Аналитический метод

Чтобы узнать	Надо определить	Решение (заполняется снизу вверх)
1. Сколько всего детей живет в доме?	- сколько детей в первой семье? - сколько детей во второй семье?	$2+5=7$ (д.)
2. Сколько детей во второй семье?	- количество детей в первой семье увеличить на 3?	$2+3=5$ (д.)

Составление и решение обратной задачи

Всего в доме живет 7 детей. В одной семье 5 детей. На сколько детей в одной семье больше, чем в другой?

Решение

1) $7-5=2$ (д) – в другой семье

2) $5 - 3 = 2$ (д) – больше в одной семье, чем в другой

Ответ: на 2 детей больше.

Подготовительный этап

Решение *задачи 1* состоит из двух действий: **на... больше; нахождение целого**. На этапе устных упражнений надо продумать серию простых задач, напоминающих школьникам арифметические действия, с помощью которых решаются данные задачи.

Методы и приемы работы над задачей по этапам

Этап работы над задачей	Методы и приемы работы
Работа над текстом задачи, краткая запись	Вопросы к условию задачи. Составление разных вариантов краткой записи, обсуждение вариантов. Определение наиболее наглядного варианта.
Поиск способа решения, составление плана решения	Вопросы (используем схему анализа и синтеза). Обязательно проговорить план решения.
Осуществление плана, оформление решения	Если задача оформляется на доске, то она должна быть оформлена идеально, т.к. оформление на доске служит образцом! Самостоятельно в тетрадях с проверкой на интерактивной доске; ученик работает у доски, класс работает в тетрадях, потом проверяют решение. Раздаточный материал в виде таблиц анализа и синтеза, собирают таблицу, как пазл.
Контроль проведенного решения	Решение обратной задачи. Анализ всех обратных задач, составленных учащимися!

Формирования умений решать простые текстовые задачи

Простые задачи – решаются в одно действие.

Среди простых задач выделяю задачи следующих видов.

На сложение (нахождение суммы двух или нескольких слагаемых и обратные; на увеличение числа на несколько единиц).

На вычитание (на нахождение остатка и обратные; на уменьшение числа на несколько единиц; на нахождение разности двух чисел).

На умножение (данное число надо повторить слагаемым несколько раз – 5 тетрадей по 2 р.; на увеличение числа в несколько раз).

На деление (данное число разделить на несколько равных частей; уменьшение числа в несколько раз; нахождение части числа; сколько раз одно число содержится в другом данном числе; кратное сравнение чисел).

1. Работа над текстом задачи и составление краткой записи

Текст

Цель: формирование умений выделять в тексте задачи данные и искомые величины.

Прием: читается текст задачи, выделяются данные и искомые величины

Краткая запись

Цель:

- формирование умений использовать различные модели для краткой записи задачи;

- формирование умений по краткой записи составлять задачи.

Прием:

- к серии задач учащиеся составляют краткую запись, причем вариантов краткой записи к одной задаче может быть несколько, учитель поощряет использование для одной задачи различных моделей;

- учитель предлагает несколько моделей краткой записи, учащиеся составляют задачи; учащиеся друг другу предлагают различные модели краткой записи для составления задач.

2. Определение арифметического действия

Цель: определять действие для решения задачи.

Прием: задачи предлагаются в виде краткой записи, учащиеся устно определяют действия для решения задачи. Задачи оформляются в тетрадах.

Цель: формирование умений анализировать условие задачи для определения действия, а не опираться на отдельное слово в условии задачи.

Прием: наряду с задачами, в которых формулировка условия прямо ведет к выбору действия, полезно использовать задачи с терминами противоположного значения, но решаемые с помощью того же действия. Например:

На катке катались 10 ребят. Пришли еще 2 человека. Сколько стало ребят?

С катка ушли 5 детей, потом еще трое. Сколько детей ушли с катка?

Полезны также задачи, в которых описано одно и то же жизненное действие, но которые решаются по-разному. Например:

У Андрея было 15 тетрадей. Костя дал ему 2 тетради. Сколько стало тетрадей у Андрея?

У Андрея было 15 тетрадей. Он дал Костику 2 тетради. Сколько у Андрея стало тетрадей?

3. Оформление решения

Цель: формирование умений оформлять решение задачи.

Прием: показать учащимся варианты оформления решения, предложить к серии задач использовать различные варианты оформления.

4. Контроль проведенного решения

Цель: формирование умений проверять ответ задачи.

Прием: составление обратных задач (максимально возможное количество к одной задаче).

Задачи на движение.

Простые задачи

- следует отработать навыки решения простых задач, чтобы школьники уверенно работали с формулами.

Ключевые задачи (общие подходы)

- формирование умений решать ключевые задачи.

Задание: заполнить таблицу.

Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
140	14	?
150	?	3
?	25	4

- формирование умений составлять ключевые задачи.

Задание: по таблице составить три задачи.

- формирование умений анализировать ответ задачи.

Задание:

- составить таблицу к задаче;

- решить задачу, провести анализ ответа;

- составить свою задачу.

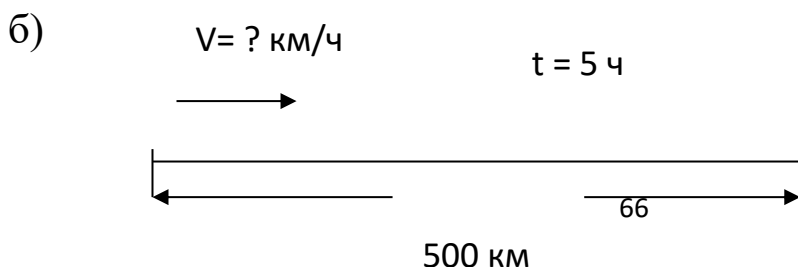
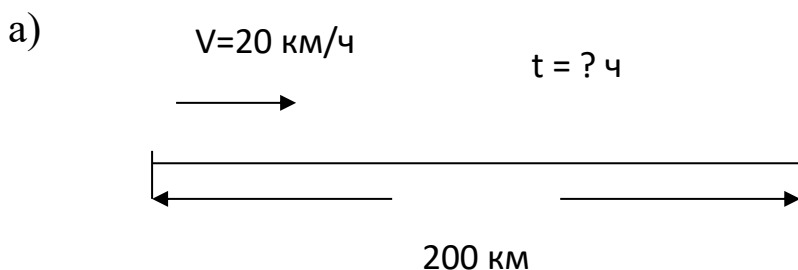
Задача: Из пункта А в пункт Б движется пешеход. Расстояние между пунктами в 150 км, пешеход преодолел за 6 ч. Какова скорость пешехода? (25 км/ч – ответ задачи, но средняя скорость движения пешехода 4-5 км/ч).

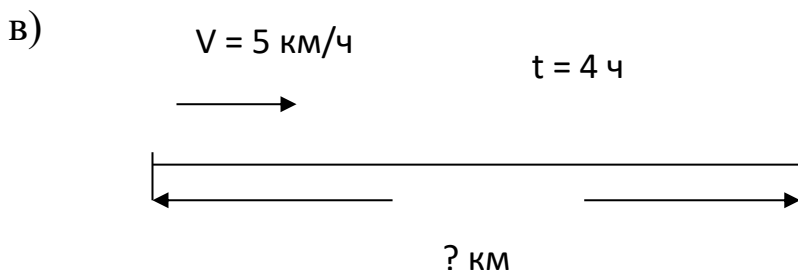
- формирование умений составлять схематические модели задач.

Задание:

- к задачам в таблице составить схемы;

- по данным ниже схемам придумать задачи.





Примечание: при составлении задач, учащиеся должны оценить, реально, кто может двигаться со скоростью 10 км/ч; 5 км/ч; 100 км/ч.

Составная задача – это задача, решение которой состоит из двух и более действий. Составную задачу можно разбить на серию простых задач, которые возможно использовать на подготовительном этапе к решению составной задачи.

Умения решать составные задачи формируется у младшего школьника в процессе решения простых задач, среди которых особое место занимают задачи на движение, на стоимость, на совместную работу, с именованными числами (величинами).

Особое место среди составных задач занимают задачи на движение и совместную работу, которые относятся к задачам с пропорциональными величинами.

После формирования умений решать простые задачи, формируется навык решения составных задач на разные виды движения (встречное движение, движение в противоположных направлениях, движение с отставанием, движение вдогонку). В приложении разобрана методика работы с составной задачей на встречное движение (см. Приложение 3).

Логическая задача. Логика (от др.-греч. - «наука о правильном мышлении», «искусство рассуждения» происходит от греч. — «речь», «рассуждение», «мысль») – это наука о формах, методах и законах интеллектуальной познавательной деятельности. Следует заметить, что название «логическая» задача носит условный характер, поскольку любую задачу можно назвать логической. Эта терминология используется в стандартах второго поколения и считается понятной, поскольку существует достаточно литературы, содержащей задачи с таким названием, но, к сожалению, понятие «логическая» задача относится к неопределенным на данный момент. В настоящее время в качестве логических задач рассматривают комбинаторные, нестандартные задачи, которые имеют свои особенности. Решение такой задачи больше напоминает процесс исследования, очень часто отсутствуют какие-либо арифметические действия, ответ на вопрос задачи мы получаем согласно правилам логического вывода (методика работы представлена в приложении 4).

Методы решения логических задач, которые используются в начальном курсе математики: метод таблиц, круги Эйлера, дерево возможностей и др.

Нестандартные задачи.

Неопределённые задачи – задачи с неполным условием, в котором для получения конкретного ответа не хватает одной или нескольких величин или каких-то указаний на свойства объекта или его связи с другими объектами.

Задачи переопределённые – задачи с избыточным составом условия, с лишними данными, без которых ответ может быть получен, но которые в той или иной мере маскируют путь решения.

Данные в таких задачах могут быть противоречивыми и выявление этой противоречивости или непротиворечивости является обязательным элементом решения такой задачи.

Нереальные (или противоречивые) задачи обычно относят к отдельному типу, хотя, как отмечено выше, они являются составной частью переопределённых (иногда определённых) задач.

При работе с задачами такого рода в начальных классах уместно составлять задачи, имеющие нереальные данные, которые необходимо анализировать. Это могут быть:

- житейское несоответствие (полтора землекопа);
- историческое несоответствие (в задаче необходимо получить дату какого-то исторического события, в результате решения получается нереальная дата);
- искаженные сведения из любой области человеческого знания.

Приложение 5 содержит примеры такого рода задач, и рекомендации по работе с такими задачами на уроке.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Понятие «задача». Из каких элементов состоит задача? Понятие «сюжетная» задача.
2. Основные дидактические функции и виды текстовых задач.
3. Когда задача считается решенной? Методы решения текстовых задач.
4. Этапы метода моделирования. Типы математических моделей.
5. Этапы работы над текстовой задачей. Характеристика каждого этапа.
6. Простые задачи: характеристика, особенности работы учителя.
7. Составные задачи: характеристика, особенности работы учителя.
8. Логические задачи: характеристика, особенности работы учителя.
9. Нестандартные задачи: характеристика, особенности работы учителя.

Индивидуальные задания

Решение задач различных типов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ВЕЛИЧИН В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Краткие теоретические сведения

В математике понятие величины устанавливает взаимосвязи между важнейшими математическими понятиями – числом и фигурой. Изучение величин – одна из основных содержательно-методических линий курса математики.

В математике величина – это обобщение конкретных понятий (длина, масса, время, площадь, объем и др.). Величина характеризует свойства предметов, поддающиеся количественной оценке.

Величины, изучаемые в начальной школе, делятся на две группы:

- 1) геометрические величины, к которым относятся длина, площадь, объем (к ним можно отнести и величину угла)
- 2) физические величины (масса, время, скорость).

Моро М.И., Колягин Ю.М. и др.: длина отрезка, величины угла, длина ломаной, периметр многоугольника, площадь многоугольника и его частных видов. Единицы длины, единицы площади, единицы массы, единицы времени.

Петерсон Л.Г.: длина, масса, объем их измерение. Единицы измерения в древности и в наши дни. Площадь фигуры и ее измерение. Площадь и периметр прямоугольника. Объем прямоугольного параллелепипеда. Измерение времени. Прямоугольный треугольник, его стороны и площадь. Измерение углов. Оценка площади, приближенное вычисление площади.

Истомина Н.Б.: единицы массы, времени, длины, объема. Площадь фигуры, сравнение площадей фигур с помощью различных мерок. Единицы площади. Измерение площадей фигур. Площадь и периметр прямоугольника. Величина угла.

Проблема измерения величин включает два основных вопроса:

- 1) что такое величина (длина, площадь и др.)? – формально-логическая сторона проблемы;
- 2) с помощью каких инструментов измеряются величины? По какому закону, правилу, формуле вычисляется числовое значение этой величины? – прикладная сторона вопроса.

Формально – логическая сторона вопроса

В математике определенные классы величин имеют четкое, чаще всего аксиоматическое определение.

Школьные курсы математики и физики связаны более всего с классом скалярных величин, сущность которого в математике определяется аксиоматически, с помощью аксиом меры:

- аксиома нормируемости: существование фигуры с мерой равной единицы;
- аксиома неотрицательности: каждой фигуре ставится в соответствие неотрицательное число;
- аксиома инвариантности: равные фигуры имеют равные меры;
- аксиома аддитивности: мера фигуры, составленной из конечного числа непересекающихся фигур, равна сумме мер этих фигур.

Замечание. В школьном курсе математики строгое аксиоматическое определение величины не только невозможно, но и вряд ли целесообразно. Тем не менее, свойства, выражающие математическую сущность аксиом меры, должны быть известны учащимся.

Прикладная сторона вопроса

На начальном этапе изучения математики в основном **формируются конструктивные навыки**: непосредственное измерение величин, применение формул для нахождения определенных величин.

Процесс нахождения количественной оценки величины, выполняемый с помощью инструментов (приборов), называется *измерением*. При измерении происходит сравнение данной величины с некоторой мерой, принятой за единицу при измерении величин этого рода.

Результатом процесса измерения величины является определенное численное значение, показывающее, сколько раз выбранная мера «уложилась» в измеряемую величину.

Основные этапы изучения величин

- **пропедевтический** (математика 1-6 –х классов) – характеризуется развитием интуитивных представлений о величинах и их практическом измерении. На этом этапе речь идет лишь о прикладной стороне вопроса.

В начальной школе изучение величин и их мер рассматривается как способ расширения представлений ребенка о роли и возможностях натуральных чисел. В процессе измерения различных величин учащийся не только упражняется в действиях измерения, но и получает новое представление о неизвестной ему ранее роли натурального числа: число как результат измерения величины.

- **систематический** этап (курс планиметрии и стереометрии) – изучаются многочисленные факты, позволяющие от измерений перейти к вычислению величин с помощью формул. Некоторое отражение получает и формально-логическая сторона вопроса: рассматриваются основные свойства площадей (аналоги аксиом меры), выводятся формулы для вычисления площадей, объемов.

При формировании понятия величины в начальном курсе математики придерживаются следующей схемы.

1) Выделение и распознавание свойств и качеств предметов, поддающихся сравнению.

Сравнивать без измерения можно длины (на глаз, приложением и наложением), массы (прикидкой на руке), объемы (на глаз), площади (на глаз и наложением), время (ориентируясь на субъективное ощущение длительности или какие-то внешние признаки этого процесса – времена года различаются по сезонным признакам в природе, время суток – по движению солнца и т. п.).

На этом этапе важно подвести ребенка к пониманию того, что есть качества предметов субъективные (кислое – сладкое) и объективные, но не позволяющие провести точную оценку (оттенки цвета). А есть качества, которые позволяют провести точную оценку (длина, масса, объем, время и т. д.).

2) Использование промежуточной меры для сравнения величин.

Данный этап очень важен для формирования представления о самой идее измерения. Мера может быть произвольно выбрана ребенком из окружающей действительности (для емкости – стакан, для длины – кусочек шнурка, для площади – тетрадь и т. п.). (Удава можно измерять и в Мартышках, и в Попугаях.)

До изобретения общепринятой системы мер человечество активно пользовалось естественными мерами – шаг, ладонь, локоть и т. п. От естественных мер произошли дюйм, фут, аршин, сажень, пуд и т. д. Полезно побуждать ребенка пройти этот этап истории развития измерений, используя естественные меры своего тела как промежуточные.

3) Знакомство с общепринятыми стандартными мерами и измерительными приборами (линейка, весы, палетка и т. д.).

Знакомство со стандартными мерами величин в школе связывают с *этапами изучения нумерации*, поскольку большинство стандартных мер ориентировано на десятичную систему счисления: $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$, $1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$ и т. п. Деятельность измерения в школе очень быстро сменяется деятельностью преобразования численных значений результатов измерения. Школьник практически не занимается непосредственно измерениями и работой с величинами, он выполняет арифметические действия с заданными численными значениями величин (складывает, вычитает, умножает, делит), а также занимается так называемым переводом значений величины, выраженной в одних наименованиях, в другие (переводит метры в сантиметры, тонны в центнеры и т. п.). Такая деятельность фактически формализует процесс работы с величинами. Для успешности этой деятельности нужно хорошо знать наизусть все таблицы соотношений величин и хорошо владеть приемами вычислений. У многих школьников это вызывает затруднения.

Наиболее сложна в этом плане работа с величиной «время», поскольку

ребенку надо не только запомнить названия единиц времени (час, минута, день, сутки, неделя, месяц и т. п.), но и их соотношения, заданные в системе счисления, отличной от десятичной (1 сутки – 24 часа, 1 час – 60 минут, 1 неделя – 7 дней и т. п.).

4) Решение задач практического характера по использованию отдельных величин

Авторы современных учебников математики для начальных классов предлагают задачи по каждой изучаемой величине. Задачи нарастают по уровню сложности в зависимости от этапа изучения величины.

Например, масса.

1 класс. На покраску стены израсходовали 2 кг желтой краски и 6 кг зеленой краски. Сколько всего килограммов краски израсходовали на покраску стены?

2 класс. В две сетки расфасовали по 40 кг моркови, а в третью – 20 кг. Сколько всего килограммов моркови расфасовали в эти сетки?

3 класс. На овощную базу привезли 800 кг моркови. Всю морковь переложили в мешки, по 30 кг в каждый. Сколько мешков потребовалось и сколько моркови осталось?

4 класс. В палатке было 2 ц 40 кг фруктов. Яблоки составляют $\frac{5}{8}$ всех фруктов, а груши – $\frac{1}{6}$ всех фруктов. На сколько масса яблок больше массы груш?

В результате изучения величин учащиеся должны:

1) знать единицы измерения каждой величины, получить наглядное представление о каждой единице, также усвоить соотношения между всеми изученными единицами измерения каждой из величин и уметь применять их на практике при решении задач;

2) знать, с помощью, каких инструментов и приборов измеряют каждую величину, иметь четкое представление о процессе измерения длины, массы, времени, пользоваться чертежными инструментами.

Арифметические действия над именованными числами

Краткие теоретические сведения

Действия над составными именованными числами, являясь своеобразными задачами, требуют от ученика при выполнении их более сложных рассуждений, чем действия над отвлечёнными числами. Прежде чем приступить к вычислению, ученик должен знать алгоритм выполнения действий над именованными числами.

Алгоритм

а) внимательно посмотреть на данные числа и заметить имеющиеся в них особенности;

б) правильно подписать одно число под другим в соответствии с характером данных чисел;

в) в случае необходимости произвести перевод в низшие (высшие) единицы измерения.

Сложение.

Объяснение этого действия нужно начать с примеров, доступных для устных вычислений, и на этих примерах надо показать, что сложение составных именованных чисел заключается в последовательном складывании единиц каждого наименования отдельно.

Система упражнений:

- 1) простые именованные числа складываются с простыми;
- 2) элементарные примеры на сложение чисел с разными наименованиями;
- 3) составные именованные числа складываются с простыми;
- 4) составные именованные числа складываются с составными без перевода в высшие наименования;
- 5) составные именованные числа складываются с составными с переводом в высшие наименования.

На решении этих устных примеров учащиеся учатся понимать, что при сложении составных именованных чисел складываются меры одинакового наименования. А этого вполне достаточно, чтобы перейти к письменному сложению, которое строится на том же принципе, но записывается «столбиком».

Вычитание

Система упражнений:

- 1) из простых именованных чисел вычитаются простые;
- 2) из составных именованных чисел вычитаются составные;
- 3) вычитание чисел с разными наименованиями;
- 4) вычитание из составных чисел составных с переходом через разряд;
- 5) вычитание из простого составного именованного числа;
- 6) вычитание из составного именованного числа составного с отсутствующим разрядом.

Умножение

При письменном умножении составных именованных чисел надо различать два основных случая: 1) умножение на однозначное число и 2) умножение на многозначное число. В каждом из случаев следует давать общий алгоритм умножения:

- перевести числа в низшие наименования;
- умножить как отвлеченные числа;
- вернуться к исходным наименованиям.

Деление

В делении нужно различать два вида: деление на равные части и деление по содержанию.

Алгоритм деления

- перевести числа в низшие наименования;
- произвести деление отвлеченных чисел;
- вернуться к исходным наименованиям.

Деление по содержанию. В данном случае всегда получается число отвлечённое, показывающее, сколько раз одно именованное число содержится в другом. Чтобы смысл такого деления был для учащихся понятен, примеры следует облекать в форму задач, например: Маша находится в школе с 8.00 до 11.40. Сколько у Маши уроков, если урок длится 45 мин., а перемена 10 мин.?

Важно отработать арифметические действия над именованными числами и только после этого приступить к обучению решению задач.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Величина в математике. Между чем и чем устанавливает взаимосвязь величина?
2. Основные группы величин, изучаемых в начальной школе. Анализ учебников.
3. С какими двумя основными вопросами связана проблема измерения величин? Дать обоснование.
4. Этапы изучения величин
5. Схема формирования понятия величины в начальном курсе математики.
6. Арифметические действия над именованными числами.

Индивидуальные задания

Особенности введения конкретных величин в учебниках различных авторов (этап введения, характеристика этапа введения, видео-урок).

Арифметические действия над именованными числами в учебниках различных авторов (анализ упражнений по величине, усложнение упражнений) – отчет представить в виде таблицы.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

О роли алгебраического материала в курсе математики начальной школы

Алгебра заменяет численные значения количественных характеристик множеств или величин буквенной символикой. В общем виде алгебра также

заменяет знаки конкретных действий (сложения, умножения и т. п.) обобщенными символами алгебраических операций и рассматривает не конкретные результаты этих операций (ответы), а их свойства.

Методически считается, что основная роль элементов алгебры в курсе математики начальных классов состоит в том, чтобы способствовать формированию обобщенных представлений детей о понятии «количество» и смысле арифметических действий.

Алгебраический материал в современных концепциях построения начального курса математики

На сегодня наблюдается две кардинально противоположные тенденции в определении объема содержания алгебраического материала в курсе математики начальной школы:

1) связана с ранней алгебраизацией курса математики начальных классов, с насыщением его алгебраическим материалом уже с 1 класса;

2) связана с введением алгебраического материала в курс математики для начальной школы на его завершающем этапе, в конце 4 класса.

Представителями первой тенденции можно считать авторов альтернативных учебников системы Л. В. Занкова (И. И. Аргинская), системы В. В. Давыдова (Э. Н. Александрова, Г. Г. Микулина и др.), системы «Школа 2100» (Л. Г. Петерсон), системы «Школа XXI века» (В. Н. Рудницкая). Представителем второй тенденции можно считать автора альтернативного учебника системы «Гармония» Н. Б. Истомина.

Учебник традиционной школы (М. И. Моро и др.) можно считать представителем «срединных» взглядов — он содержит достаточно много алгебраического материала, поскольку ориентирован на преемственность с учебником математики Н. Я. Виленкина в 5—6 классах средней школы. Учебник знакомит детей с алгебраическими понятиями, начиная со 2 класса, распределяя материал на три года, и за последние 20 лет практически не расширяет список алгебраических понятий.

Основное содержание

Математическое выражение и его значение

- Числовые выражения
- Тождественные преобразования числовых выражений
- Буквенные выражения

Последовательность букв и чисел, соединенных знаками действий, называют *математическим выражением*.

Пример.

$7-5$; $5-6-20$; $64:8 + 2$ — математические выражения;

$a + b$; $7 - c$; $23 - a \cdot 4$ — математические выражения.

Запись вида $3 + 4 = 7$ не является математическим выражением, это равенство.

Записи вида $5 < 6$ или $3 + a > 7$ — не являются математическими выражениями, это неравенства.

Таким образом, следует отличать математическое выражение от равенства и неравенства, в записи которых используют знаки равенства и неравенства.

Числовые выражения

Математические выражения, содержащие только числа и знаки действий, называют *числовыми выражениями*.

Число, полученное в результате выполнения арифметических данного числового выражения, называют значением числового выражения.

В традиционном учебнике данные понятия вводятся во 2 классе.

Для вычисления значения числового выражения необходимо соблюдать порядок действий. В связи с этим можно выделить следующие группы числовых выражений.

1. Числовые выражения, содержащие только знаки сложения и вычитания.

Выполнив указанные в выражении действия, получим значение выражения.

Некоторые выражения, с которыми дети знакомятся в курсе математики начальных классов, имеют собственные названия.

Эти выражения имеют названия для каждого компонента: компоненты суммы — слагаемые; компоненты разности — уменьшаемое и вычитаемое, компоненты произведения — множители; компоненты деления — делимое и делитель. Названия значений этих выражений совпадают с названием выражения, например: значение выражения называют «сумма»; значение частного называют «частное» и т. п.

Арифметические действия в таких числовых выражениях выполняют в порядке следования слева направо.

2. Выражения, содержащие действия первой ступени (сложение и вычитание) и скобки.

С этим видом выражений дети знакомятся в 1 классе. Правило порядка выполнения действий: действия в скобках выполняются первыми.

3. Выражения, содержащие действия двух ступеней без скобок (сложение, вычитание, умножение и деление).

Правило порядка выполнения действий: в порядке следования слева направо выполняются действия умножения и деления, затем сложение и вычитание.

4. Выражения, содержащие действия двух ступеней со скобками. Пра-

вило порядка выполнения действий: действия в скобках выполняются первыми, затем выполняются действия умножения и деления, затем действия сложения и вычитания.

Тождественные преобразования выражений числовых выражений — это замена данного выражения другим, значение которого равно значению данного выражения. Иными словами, тождественные преобразования не меняют значение выражения.

Тождественные преобразования опираются на свойства арифметических действий (прибавление суммы к числу, вычитание суммы из числа и т. п.). С учетом этих свойств можно изменять порядок действия в выражениях по отношению к общему правилу и при этом значение выражения не изменяется.

Буквенные выражения наряду с числами содержат переменные, обозначенные буквами.

Выражения могут содержать две (и более) переменных.

Выражения могут содержать одну переменную.

Буквы могут принимать любые значения, но следует обращать внимание на область допустимых значений неизвестных, заданную неявно тем, что все вычисления дети в начальных классах выполняют на области натуральных чисел.

Для выражений, содержащих действия умножения и сложения, ограничений для значений неизвестных нет. А для выражений, содержащих действие деления, обычно предлагаются значения делимого и делителя, дающие значение частного без остатка.

Буквенная символика используется в качестве средства обобщения знаний и представлений детей о количественных характеристиках объектов окружающего мира и о свойствах арифметических действий.

Использование буквенной символики представляет собой абстрагирование от конкретных количественных характеристик, которые ребенок достаточно легко может представить себе мысленно.

Пример 5. В клетке 2 белых зайчика и 3 серых. Сколько всего зайчиков?

Конкретное количество зайчиков можно представить на модели (палочки, кружки) и получить конкретный ответ в результате выполнения действия.

Ответ: всего 5 зайчиков.

Эту задачу можно сформулировать в буквенном виде.

В клетке a белых зайчиков и b серых. Сколько всего зайчиков?

В этом случае ответ записывается буквенным выражением $a+b$, смысл которого не должен соотноситься с конкретным числом. Выражение явля-

ется описанием смысла ситуации (объединение двух множеств в одно посредством действия сложения) и в этом его главная роль.

Такая обобщающая роль буквенной символики делает ее очень сильным аппаратом формирования обобщенных представлений и способов действий с математическим содержанием. Именно в связи с этим раннее и активное приобщение к алгебраическим понятиям является важной составляющей курсов математики для начальных классов в системах Л. В. Занкова и В. В. Давыдова, поскольку одной из ведущих идей этих курсов является идея формирования и развития у ребенка теоретического стиля мышления.

Равенство и неравенство

Два математических выражения, соединенных знаком « $=$ », называют *равенством*. Равенство может быть верным и неверным.

Смысл решения любого примера состоит в том, чтобы найти такое значение выражения, которое превращает его в верное равенство.

Для формирования представлений о верных и неверных равенствах в учебнике 1 класса используются следующие примеры.

Пример: $5-1 = \square$, $\square + \square = 4$, $\square - \square = 4$, $5 - \square = 4$.

Методом подбора ребенок находит подходящие числа и проверяет верность равенства вычислением.

Сравнение чисел и обозначение отношений между ними с помощью знаков сравнения приводит к получению *неравенств*. Неравенства также могут быть верными и неверными.

Пример: $5 < 7$; $6 > 4$ — верные числовые неравенства.

Основные виды заданий по числовым неравенствам

Пример 1. Подбери числа так, чтобы записи были верными: $\square > \square$, $\square < \square$.

Методом подбора ребенок находит подходящие числа и проверяет верность неравенств.

Числовые неравенства получаются при сравнении числовых выражений и числа.

Пример 2. Поставь знаки $<$, $>$ или $=$:

$5 + 1 * 7$, $6 - 3 * 3$, $74 - 3 * 9$, $10 - 2 * 7$.

При выборе знака сравнения ребенок вычисляет значение выражения и сравнивает его с заданным числом: $10 - 2 = 8$, $8 > 7$. Значит, $10 - 2 > 7$.

Возможен другой способ выбора знака сравнения — без ссылки на вычисления значения выражения.

Пример 3. Поставь знаки $<$, $>$ или $=$:

$7 + 2 * 7$, $10 - 3 * 10$.

Рассуждения. Сумма чисел 7 и 2 будет заведомо больше, чем число 7, значит, $7 + 2 > 7$; разность чисел 10 и 3 будет заведомо меньше, чем число 10, значит, $10 - 3 < 10$.

Числовые неравенства получаются при сравнении двух числовых выражений. Сравнить два выражения — значит сравнить их значения.

Неравенства с переменной практически не используются в последних редакциях традиционного учебника математики, хотя в более ранних изданиях они присутствовали. В альтернативных учебниках математики неравенства с переменными активно используются. Это неравенства вида:

$$\square + 7 < 10, \quad 5 - \square > 2, \quad \square > 0, \quad \square > \square.$$

После введения буквы для обозначения неизвестного числа такие неравенства приобретают привычный вид неравенства с переменной: $a + 7 > 10$, $12 - d < 7$.

Значения неизвестных чисел в таких неравенствах находят методом подбора, а затем подстановкой проверяется каждое подобранное число. Особенность данных неравенств состоит в том, что могут быть подобраны несколько чисел, подходящих к ним (дающих верное неравенство).

Уравнение

Равенство с переменной, обозначающей неизвестное число, называют *уравнением*.

Решить уравнение — значит найти число (значение переменной), при котором равенство будет верным. Это число называют *корнем уравнения*.

Данное определение задает также способ проверки уравнения: подстановка найденного значения неизвестного числа в выражение, вычисление его значения и сравнение полученного результата с заданным числом (ответом). Если значение неизвестного числа найдено верно, то получается верное равенство.

Способы решения уравнений

1. Способ подбора.

Подбирается подходящее значение неизвестного числа либо из заданных значений, либо из произвольного множества чисел. Выбранное число должно при подстановке в выражение превращать его в верное равенство.

2. Графический способ, с помощью числового луча.

3. Способ, опирающийся на взаимосвязь компонентов действий.

Используются правила взаимосвязи компонентов действий.

Трудность использования данных правил заключается в том, что многие дети путают правила взаимосвязи компонентов действий и названия компонентов (необходимо хорошо знать 6 правил и названия 10 компонентов).

Ряд альтернативных учебников математики для начальных классов практикует знакомство детей с более сложными уравнениями (И. И. Аргинская, Л. Г. Петерсон), для решения которых правила взаимосвязи компонентов действия рекомендуется применять многократно.

Решение задач на основе составления уравнения

Обучение младших школьников решению задач с помощью уравнений является дискуссионным вопросом, многократно обсуждаемым за последние 40 лет. В 60-е годы курс математики для начальных классов включал знакомство детей с этим способом решения задач, затем в последующих изданиях традиционного учебника данный раздел был исключен, а в последней редакции (2001г.) знакомство детей с этим способом решения задач вновь включено в содержание 4 класса. Следует отметить, что решение задач с помощью составления уравнений практикуется в большинстве альтернативных учебников математики (И. И. Аргинская, Н. Б. Истомина, Л. Г. Петерсон). Решение задач с помощью уравнений является перспективным с точки зрения преемственности курсов математики средней школы.

Виды заданий

Подготовительный этап, на котором ребенка обучают составлению выражений, содержащих неизвестное, в соответствии с текстом задания.

Решение простых задач с помощью уравнений.

В классе 17 мальчиков и еще девочки. Всего в классе 28 человек. Сколько девочек в классе?

Решение

Обозначим количество девочек в классе буквой x

Мальчиков в классе 17, всего в классе 28 человек. Составим уравнение $x+17=28$, $x=28-17$, $x=11$

Буквой x обозначили количество девочек в классе, следовательно, в классе 11 девочек.

Ответ: 11 девочек.

Использование уравнений при решении составных задач.

Традиционный учебник не содержит прямых указаний на необходимость использовать именно этот метод при решении задач. Данный выбор оставляется на усмотрение учителя.

В книге 48 страниц. Даша читала книгу в течение трех дней, по 9 страниц ежедневно. Сколько страниц ей осталось прочитать?

Решение.

Обозначим количество оставшихся страниц буквой x .

За три дня Даша прочитала $9 \cdot 3$ страниц. Всего в книге 48 страниц. Составим уравнение: $x + 9 \cdot 3 = 48$.

Упростим уравнение: $9 \cdot 3 = 27$, значит, $x + 27 = 48$. Неизвестно слагаемое. Найдем его: $x = 48 - 27$, $x = 21$.

Буквой x мы обозначили количество оставшихся страниц, значит, осталось прочитать 21 страницу.

Ответ: 21 страницу.

Именно решение задач с помощью уравнений позволяет учителю представить все этапы метода моделирования.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Роль элементов алгебры в начальном курсе математики.
2. Характеристика тенденций в определении объема и содержания алгебраического материала в начальном курсе математики.
3. Основное содержание алгебраического материала, характеристика.
4. Алгебраический метод решения задач: анализ учебников.

Индивидуальные задания

Особенности введения понятия «уравнение» в учебниках различных авторов (этап введения, характеристика этапа введения, видео-урок).

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Цели, результаты изучения

Изучение геометрического материала в начальной школе направлено на достижение следующих *целей*:

- математическое развитие младшего школьника – формирование способности к интеллектуальной деятельности, пространственного воображения, математической речи, умение строить рассуждения, выбирать аргументацию, различать обоснованные и необоснованные суждения;
- освоение начальных математических знаний – понимание значения величин и способов их измерения;
- воспитание интереса к математике, стремление использовать математические знания в повседневной жизни.

Личностными результатами обучающихся являются: готовность ученика целенаправленно использовать знания в учении и повседневной жизни для исследования математической сущности предмета (явления, события, факта), познавательный интерес к математической науке.

Метапредметными результатами обучающихся являются: способность анализировать учебную ситуацию с точки зрения математических характеристик, устанавливать количественные и пространственные отношения объектов окружающего мира, определять логику решения практических и учебных задач, умение моделировать.

Предметными результатами обучающихся являются: освоение знания о геометрических фигурах; умения выбирать и использовать способы нахождения величин, использовать знаково-символические средства для решения геометрических задач.

Основное содержание

Основное содержание обучения представлено следующими крупными разделами:

- **Пространственные отношения.** Взаимное расположение предметов в пространстве и на плоскости (выше – ниже, слева – справа, сверху – снизу, ближе – дальше, между и пр.).

- **Геометрические фигуры.** Распознавание и изображение геометрических фигур: точка, линия (кривая, прямая), отрезок, ломаная, угол, многоугольник, треугольник, прямоугольник, квадрат, окружность, круг. Использование чертежных инструментов для выполнения построений. Геометрические формы в окружающем мире. Распознавание и название: куб, шар, параллелепипед, пирамида, цилиндр, конус.

- **Геометрические величины и их измерение.** Измерение длины отрезка. Единицы длины (миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр). Периметр. Вычисление периметра треугольника, прямоугольника, квадрата. Площадь квадрата и прямоугольника. Единицы площади (квадратный сантиметр, квадратный дециметр, квадратный метр). Измерение площади геометрической фигуры. Вычисление площади прямоугольника.

Характеристика деятельности учащихся при изучении элементов геометрии

- **моделировать** разнообразные ситуации расположения объектов в пространстве и на плоскости;

- **изготавливать** (конструировать) модели геометрических фигур, образовывать модели;

- **исследовать** предметы окружающего мира, сопоставлять с геометрическими формами;

- **характеризовать** свойства геометрических фигур, сравнивать геометрические фигуры по форме;

- **анализировать** житейские ситуации, требующие умения находить геометрические величины (планировка, разметка);

- **сравнивать** геометрические фигуры по величине (размеру);

- **классифицировать** (объединять в группы) геометрические фигуры;

- **находить** геометрические величины разными способами.

Элементы геометрии в современных концепциях построения начального курса математики

Математика: авторы М.И. Моро, Ю.М. Колягин и др.

Важным понятием курса является понятие величины. При формировании представлений о величинах (длине, массе, площади и др.) учитель опирается на опыт ребенка, уточняет и расширяет его. Так, при ознакомлении с понятием длины сначала используют такие приемы, как сравнение «на

глаз», затем прием наложения, на следующем этапе вводятся различные мерки. В ходе практического выполнения таких заданий учащиеся подводятся к самостоятельному выводу о необходимости введения единых общепринятых единиц измерения каждой величины. Учащиеся знакомятся с измерительными инструментами.

Ознакомление с единицами измерения величин и их соотношениями проводятся в течение всех лет обучения в начальной школе. Одной из основных задач четвертого года обучения становится пополнение и обобщение этих знаний. Необходимо рассмотреть соотношение между единицами каждой величины. Эти соотношения усваиваются учащимися при выполнении различных заданий и разучивании соответствующих таблиц. Программой предусмотрено также изучение приемов сложения и вычитания значений одной и той же величины, а также умножение и деление значений величины на однозначное число.

Геометрический материал предусмотрен программой для каждого класса. Круг формируемых у детей представлений о различных геометрических фигурах и некоторых их свойствах расширяется постепенно. Это – точка, линии (кривая, прямая, отрезок, ломаная), многоугольники различных видов и их элементы (углы, вершины, стороны), круг, окружность и др. При формировании представлений о фигурах большое значение отдается проведению практических упражнений, связанных с построением, вычерчиванием и преобразованием одних фигур в другие, с рассмотрением некоторых свойств изучаемых фигур (например, свойства противоположных сторон прямоугольника, диагоналей прямоугольника и квадрата), упражнений, направленных на развитие геометрической зоркости (умения узнавать геометрические фигуры на сложном чертеже, составлять заданные геометрические фигуры из частей и др.).

Работа с геометрическим материалом по возможности увязывается с изучением арифметических вопросов. Так, с самого начала геометрические фигуры и их элементы используются в качестве объектов счета предметов. После ознакомления с измерением длины отрезка решаются задачи на нахождение суммы и разности двух отрезков, длины ломаной, периметра многоугольника и в том числе прямоугольника (квадрата), а в дальнейшем и площади прямоугольника (квадрата). Нахождение площади прямоугольника (квадрата) связывается с изучением умножения, задача нахождения стороны прямоугольника (квадрата) по его площади – с изучением деления.

Различные геометрические фигуры (отрезки, многоугольники, круг) используются и в качестве наглядной основы при формировании представлений о долях величины, а также при решении разного рода текстовых задач. В последнем случае речь идет об использовании схематических черте-

жей, отражающих описанные в задаче взаимосвязи между данными и искомым.

Математика: автор Л.Г. Петерсон

Особенность изучения геометрических понятий в данной программе – их раннее введение на основе построенной системы математических понятий. При этом на первых порах основное внимание уделяется формированию пространственных представлений, развитию речи и практических навыков черчения. С самых первых уроков 1 класса учащиеся знакомятся с такими геометрическими фигурами, как квадрат, прямоугольник, треугольник, круг. Разрезание этих фигур на части и составление новых фигур из полученных частей помогает уяснить инвариантность площади, развивает комбинаторные способности. Наряду с этими конкретными вопросами рассматриваются более абстрактные понятия точки, отрезка, ломаной линии, многоугольника. Уже в 1 классе учащиеся знакомятся с такими общими понятиями, как область, граница, сеть линий и др. Эти понятия имеют топологический характер, поэтому область их применения весьма обширна. Вместе с тем дети без труда их усваивают, так как топологические представления у них развиваются раньше, чем аффинные и метрические.

Сравнительно рано появляются в курсе простейшие пространственные образы: куб, параллелепипед, цилиндр, пирамида, шар, конус. Уже во 2 классе учащиеся решают задачи на вычисление площади поверхности и объема параллелепипеда, которое сопровождается черчением разверток, склеиванием фигур по их разверткам и т.д. Подобные задачи не только развивают пространственные представления и формируют практические навыки, но и служат средством наглядной интерпретации изучаемых арифметических фактов. Например, вычисление площади прямоугольника является наглядной моделью действия умножения, а вычисления объема параллелепипеда обосновывает сочетательное свойство этого арифметического действия.

Запас геометрических представлений и навыков, который накоплен у учащихся к 3 классу, позволяет поставить перед ними новую, значительно более глубокую и увлекательную цель: исследование и открытие свойств геометрических фигур. С помощью построений и измерений они выявляют различные геометрические закономерности, которые формулируют как предположение, гипотезу. Задача учителя состоит в том, чтобы раскрыть перед учащимися красоту и гармонию этих удивительных закономерностей, а с другой стороны, показать необходимость их логического обоснования, доказательства. Все это не только формирует необходимые практические навыки для полноценного изучения систематического курса геомет-

рии, помогает учащимся осознать смысл их деятельности на уроках геометрии в старших классах.

Технологии изучения геометрического материала

Пространственные отношения

Определение границ. Во время прогулки учащимся предлагается исследовать ограниченные области пространства (используют веревки, стены, заборы и т.д), границы и их положение относительно данных объектов.

Учащиеся создают формы с определенными границами.

Учащимся предлагается задание: описать местоположение объекта относительно заданного, пользуясь бытовым языком (*внутри, вне, рядом с, перед и позади*).

Следуем направлениям. Учащиеся создают лабиринт на детской площадке.

Учащиеся могут изобразить схему классной комнаты и описать, где относительно центрального пункта находится определенная вещь: левее, правее, впереди, сзади.

Учащиеся рисуют прямую и изображают стрелками направления: горизонтальная, вертикальная прямая.

Весь этот учебный материал следует закреплять при помощи разных игр, рисования.

Ориентация в пространстве

Цель: формирование умений ориентироваться в пространстве, развитие речи учащихся.

Методические материалы, предложенные ниже раскрывают возможности организации межпредметных связей математики и ИЗО, математики и русского языка.

Первый способ ориентирования — относительно своего тела.

1) Учащийся у доски – задание учителя, определить, какие предметы перед учеником, за ним, сверху и т.д.

2) Вывешивается большая картина, на которой нарисован простой пейзаж.

Берем куклу и ставим ее на картине в разных местах и в разном положении. Дети должны рассказать, что видит кукла прямо перед собой, справа, слева.

Вывешивается план участка леса с четко обозначенными дорожками. На заднем плане — домик, слева — река и пристань на ней, справа — горка и на ней одинокое дерево.

— Посмотрите внимательно на эту картину. На ней изображен план леса. Представьте, что вы вошли в лес и стоите вот здесь (показываю начало центральной дорожки). Расскажите, как пройти к домику.

Это умение рассказать свой путь дается детям с большим трудом, поэтому нужно много подобных упражнений: а) рассказать, как пройти от школы в кинотеатр; б) рассказать, как пройти от кинотеатра до центрального магазина и т. д. Можно использовать планы местности, план города или его части и т. д.

На данном этапе возможно использование произведений известных художников. Работа проводится аналогично, но с использованием репродукций.

Второй способ – взаимное расположение объектов относительно друг друга.

Вывешивается плакат, на котором изображена большая окружность, внутри которой и вне которой несколько предметов. Скажите, какие предметы находятся *внутри* окружности? ...Назовите предметы, которые находятся *вне* окружности...

Дети учатся употреблять эти наречия и предлоги с помощью различных упражнений.

Точно так же идет обработка предлогов и наречий *на, над, под, рядом (возле), спереди, сзади (позади), посередине (между)*.

Учащимся могут быть предложены и такие задания: «Нарисовать мяч и кубик, а между ними дерево» или «Нарисовать стол, на столе стакан, а под столом кошку» и т. д.

Исследование фотографий, дети должны рассказать, что находится в комнате и как эти предметы расположены друг относительно друга.

После всех этих упражнений школьники свободно ориентируются в пространстве и могут рассказать, что видит другой человек в том или ином положении.

Геометрические фигуры

Схема введения основных геометрических фигур (в современных учебниках математики для начальных классов)

- вводится понятие геометрической фигуры;
- дается характеристика основных элементов фигуры;
- формируются умения построения и распознавания геометрической фигуры, использования чертежных инструментов.

Создаем двумерные фигуры

Учащимся дают описание двумерной фигуры и просят создать такую форму, используя различные материалы: бумагу, карандаш, ленту, краски, доску со штекерами и резиновой лентой.

Учащиеся могут создать проект двумерной фигуры, создавая и сочетая между собой различные 2-х мерные формы – столько, сколько смогут.

Исследование объемных тел

Учащиеся рассматривают разнообразные 3-х мерные объекты, в которых можно выявить геометрические формы. Учащиеся могут назвать некоторых из форм и начинают их классифицировать по их признакам.

Сортируем 2-х и 3-х мерные формы

Учащиеся группируют 2-х и 3-х мерные формы (реальные объекты и геометрические формы) в различные множества. Они обсуждают то, что общего/различного у этих форм и описывают их свойства.

Учащиеся объясняют, почему они именно так сгруппировали фигуры, и обозначают каждое множество в соответствии со своим объяснением.

Учащиеся ищут примеры геометрических форм в непосредственном окружении и объясняют, как они узнали эти формы по их характеристикам. Возможна работа с оригами

Геометрические величины

Изучаем площадь и периметр

Учащимся предлагают реальные предметы и ситуации, в которых они должны сравнить площади и периметры предметов.

Учащиеся выбирают предметы из своего непосредственного окружения, чтобы измерить с их помощью площади. Они обсуждают, почему каждый из выбранных ими предметов подходит или не подходит для этой цели. Они используют эти предметы, чтобы измерять площади.

Учащиеся используют нестандартные единицы измерения, чтобы измерять и сравнить два тела правильной или неправильной формы. Учащиеся обсуждают, какое из тел имеет большую площадь и как это связано с выбранными единицами измерения. На этой основе могут быть введены стандартные единицы измерения.

На бумаге в клеточку изобразите три различных прямоугольника с одинаковыми периметрами. У какого прямоугольника самая большая площадь? Учащиеся могут продемонстрировать способность правильно изобразить три прямоугольника, определить их периметры, определить площадь, подсчитывая квадратики, и выявить прямоугольник с самой большой площадью.

Организация уроков наглядной геометрии

Уроки наглядной геометрии проводятся 1 раз в неделю в рамках преподавания основного курса математики. Такие уроки так и называются «Уроки наглядной геометрии». Такой подход позволяет приобщить учащихся к названию одного из интереснейших разделов математики – геометрии.

Для проведения уроков наглядной геометрии заводится отдельная тетрадь, а если необходимо, то специальный альбом, который возможно использовать на уроках труда и рисования. Причем такой подход раскрывает

органическую взаимосвязь между различными предметами начального обучения.

При работе с геометрическим материалом возможно использование уроков практическая работа, лабораторная работа, урок лабораторно-практическая работа. Условимся считать, если на уроке проводится построение различных геометрических фигур – то это практическая работа; если измерение элементов геометрических фигур – это лабораторная работа, а если и измерение, и построение – лабораторно-практическая работа.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Цели и результаты изучения геометрического материала в начальном курсе математики.

2. Основное содержание геометрического материала, характеристика деятельности учащихся при изучении элементов геометрии.

3. Особенности изучения элементов геометрии в современных концепциях построения начального курса математики.

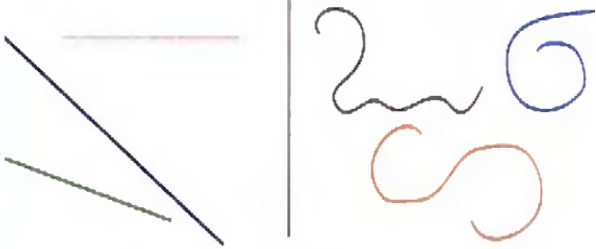
4. Уроки наглядной геометрии.

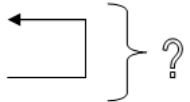
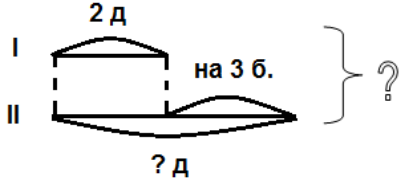
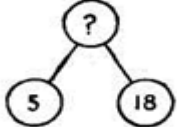
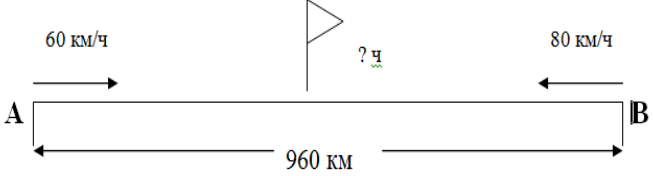
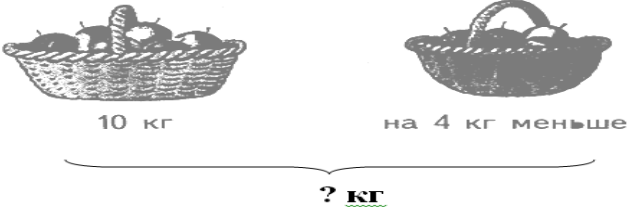
Индивидуальные задания

Особенности введения геометрических фигур и геометрических величин в учебниках различных авторов (этап введения, характеристика этапа введения, видео-урок). Творческие уроки.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций. – М.: ВЛАДОС. – 2007.
2. Истомина Н. Б. Методика обучения математике в начальной школе: Развивающее обучение. - Смоленск: Изд-во «Ассоциация XXI век», 2005. - 272 с
3. Истомина-Кастровская Н.Б. и др. Методика обучения математике в начальной школе. Практикум: учебное пособие – Москва: ИНФРА-М, 2021. – 198 с.
4. Истомина-Кастровская Н.Б. и др. Методика обучения математике в начальной школе: учебник – Москва: ИНФРА-М, 2021. – 301 с.
5. Кондрашова З.М., Солохин Н.Н. Теоретические основы и технологии начального математического образования (геометрические фигуры и геометрические величины). Электронный учебник – Регистрационное свидетельство №24983 номер государственной регистрации обязательного экземпляра электронного издания – 0321200216 от 6.02.2012
6. Кондрашова З.М. Математические диктанты и устный счет в начальных классах – Ростов н/Д: Книжкин Дом, 2012.
7. Кондрашова З.М., Солохин Н.Н. Логические задачи в начальной школе: технология обучения - Ростов н/Д: Феникс, 2016.
8. Кульневич С.В. и др. Современный урок. Часть III: Проблемные уроки. – Ростов н/Д: Изд-во «Учитель», 2006.
9. Начальная школа. Требования стандартов второго поколения к урокам и внеурочной деятельности/ С.П. Казачков и др. – М.: Планета, 2015.
10. Назаров Н.В. Периодизация историко-педагогического процесса как компонент деятельности исследователя (методологический аспект): Автореф. дис. ... д-ра пед. наук. - М , 1995. -С.12.
11. Талызина Н.Ф. и др. Усвоение научных понятий в школе. – М.: Издательство Юрайт, 2017.
12. Темербекова А.А. и др. Методика обучения математике. – СПб.: Издательство «Лань», 2015.
13. Царева С.Е. Методика преподавания математики в начальной школе: учебник для студентов. – М.: Издательский центр «Академия», 2014.
14. Шадрина И.В. Методика преподавания начального курса математики: учебник и практикум для прикладного бакалавриата. – М.: Издательство Юрайт, 2016.
15. Учебники математики для начальной школы различных авторов.

Определение/учебник	Понятие	Вид определения/основной метод работы с понятием
<p>Это – прямые линии Это – кривые линии</p>  <p>Демидова Т.Е., 1 кл., 1ч., стр.20</p>	<p>Прямая Кривая</p>	<p>Остенсивное Метод демонстрации</p>
<p>Точка разбила прямую на две части – два луча. Точка – начало этих лучей. Луч можно продолжить только в одну сторону.</p> <p>Демидова Т.Е., 1 кл., 1ч., стр.21</p>	<p>Луч, элементы луча</p>	<p>Конструктивное Практический метод</p>
<p>Четырехугольник, у которого все углы прямые, называется прямоугольником.</p> <p>Демидова Т.Е., 1 кл., 1ч., стр.56</p>	<p>Прямоугольник</p>	<p>Через ближайший род и видовое отличие Метод демонстрации и практический метод</p>
<p>Положи 2 палочки слева и столько же палочек справа. Сколько всего палочек лежит слева и справа? На одной строке в тетради нарисуй три круга и столько же на другой строке. Сколько всего кругов нарисовано?</p> <p>Дорофеев Г.В. 1 кл., 1ч., стр. 116</p>	<p>Столкно же</p>	<p>Контекстуальное Практический метод</p>

Задача	Модель											
<p>Задача 1. В доме живет две семьи. В одной семье двое детей, а в другой – на 3 ребенка больше. Сколько детей живет в доме?</p>	<p>I – 2 д II – ? д, на 3 больше</p>  <p>Словесная модель</p>		 <p>Схема 1</p>									
<p>Задача 2. Магазин продал в первый день 14 ящиков винограда, а во второй день 18 таких же ящиков. Во второй день было продано на 32 кг винограда больше, чем в первый. Сколько килограммов винограда было продано в первый день и сколько во второй?</p>	<table border="1" data-bbox="994 513 2150 705"> <thead> <tr> <th>Масса винограда в одном ящике</th> <th>Количество ящиков</th> <th>Общая масса винограда</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Одинаковая</td> <td>14 ящиков</td> <td>? кг</td> </tr> <tr> <td>Одинаковая</td> <td>18 ящиков</td> <td>? кг, на 32 кг больше</td> </tr> </tbody> </table> <p>Таблица</p>			Масса винограда в одном ящике	Количество ящиков	Общая масса винограда	Одинаковая	14 ящиков	? кг	Одинаковая	18 ящиков	? кг, на 32 кг больше
Масса винограда в одном ящике	Количество ящиков	Общая масса винограда										
Одинаковая	14 ящиков	? кг										
Одинаковая	18 ящиков	? кг, на 32 кг больше										
<p>Задача 3. Купили 5 карандашей по 18 рублей каждый. Сколько стоит вся покупка?</p> <p>Задача 4. Из двух городов, расстояние между которыми 960 км, вышли два поезда навстречу друг другу и встретились на середине пути. Первый поезд шел со скоростью 60 км/ч, а второй – 80 км/ч. Какой поезд затратил на путь больше времени и на сколько часов?</p>	 <p>18 руб. · 5 = 90 руб. Ответ: 90 руб.</p> <p>Граф-схема</p>  <p>Схема 2</p>											
<p>Задача 5. В одной корзине 10 кг яблок, а в другой на 4 кг меньше. Сколько килограммов яблок в двух корзинах?</p>	 <p>10 кг на 4 кг меньше ? кг</p>											

Процесс **ПОКУПКА**

Величины, характеризующие процесс, обозначение

ЦЕНА, КОЛИЧЕСТВО, СТОИМОСТЬ.

Единицы измерения величин

Формулы $C=C \cdot K$, $C=C:K$, $K=C:C$

Определение величин

Основные задачи/ табличное оформление

ЦЕНА	КОЛИЧЕСТВО	СТОИМОСТЬ
10 руб/шт	15 шт.	?
10 руб.	? шт.	150 руб.
? руб.	15 шт.	150 руб.

Процесс **ДВИЖЕНИЕ**

Величины, характеризующие процесс, обозначение

СКОРОСТЬ (V), ВРЕМЯ (t), РАССТОЯНИЕ (S).

Единицы измерения величин

Формулы $S=V \cdot t$, $t=S:V$, $V=S:t$

Определение величин

Основные задачи/ табличное оформление

СКОРОСТЬ (V)	ВРЕМЯ (t)	РАССТОЯНИЕ (S)
100 км/ч	5 ч	? км
100 км/ч	? ч	500 км
? км/ч	5 ч	500 км

Процесс **РАБОТА**

Величины, характеризующие процесс, обозначение

ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ (P), ВРЕМЯ (t),

ОБЪЕМ РАБОТЫ (Vили A).

Единицы измерения величин

Формулы $V=P \cdot t$, $t=V:P$, $P=V:t$,

$A=P \cdot t$, $t=A:P$, $P=A:t$,

Определение величин

Основные задачи/ табличное оформление

ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ (P)	ВРЕМЯ (t)	ОБЪЕМ РАБОТЫ (V)
100 дет/ч	5 ч	? дет
100 дет/ч	? ч	500 дет
? дет/ч	5 ч	500 дет

4 курс Арсланова Арина

Демидова 4 кл. 2 ч. №5 (б) с. 91

Расстояние между Брянском и Костромой равно 750 км. Из Брянска в Кострому выехал автобус со скоростью 60 км/ч, а навстречу ему из Костромы - автомобиль со скоростью 90 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

Тип задачи: одновременное встречное движение.

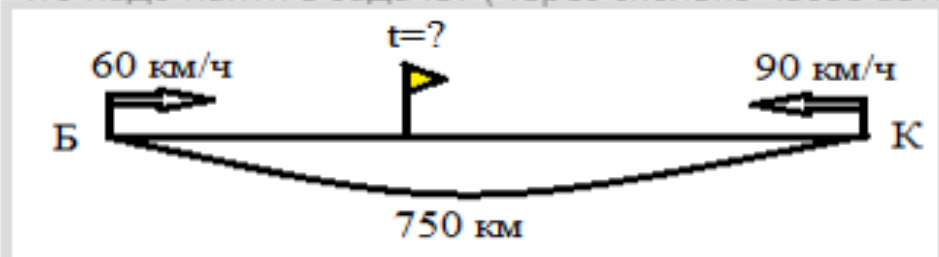
Работа над текстом задачи (читают задачу, уточняют тип движения)

Какое расстояние между городами? (750 км)

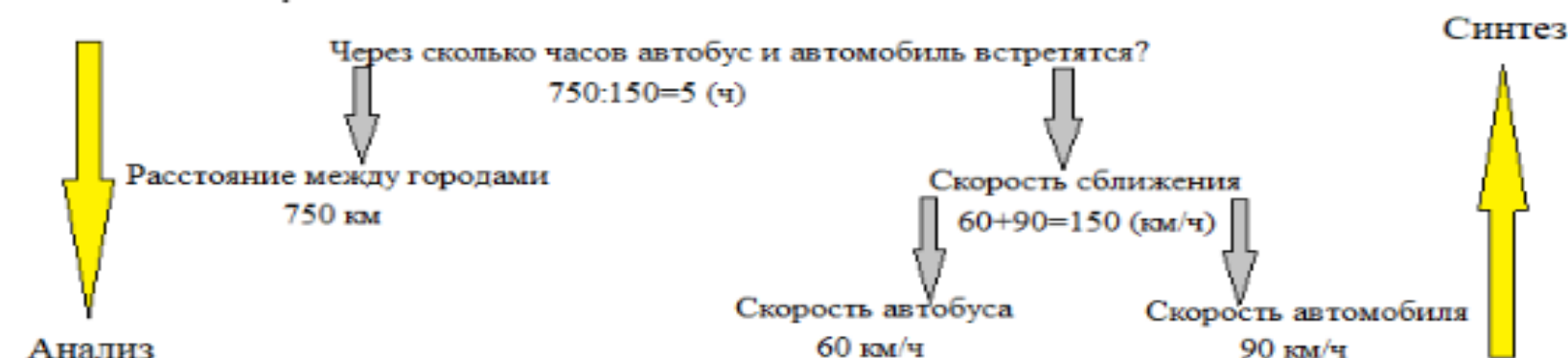
Чему равна скорость автобуса? (60 км/ч)

Чему равна скорость автомобиля? (90 км/ч)

Что надо найти в задаче? (Через сколько часов автобус и автомобиль встретятся)



Поиск способа решения



План решения:

- Найти скорость сближения автобуса и автомобиля
- Ответить на вопрос задачи

Оформление решения:

По действиям с пояснениями

- $60+90=150$ (км/ч) - скорость сближения автобуса и автомобиля.
- $750:150=5$ (ч) - автобус и автомобиль встретятся.

Выражение

$750:(60+90)=5$ (ч)

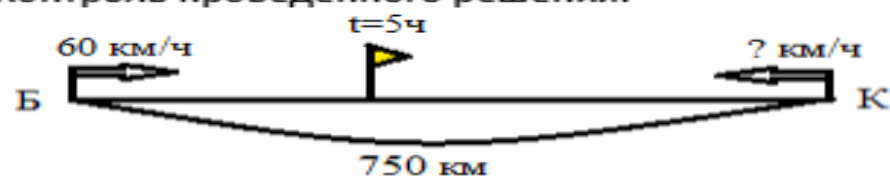
Таблица синтеза

Если знаю	Могу найти	Решение
Скорость автобуса и скорость автомобиля	Скорость сближения	$60+90=150$ (км/ч)
Расстояние между городами и скорость сближения	Время встречи автобуса и автомобиля	$750:150=5$ (ч)

Таблица анализа

Чтобы найти	Надо знать	Решение
Время встречи автобуса и автомобиля	Расстояние между городами и скорость сближения	$750:150=5$ (ч)
Скорость сближения	Скорость автобуса и скорость автомобиля	$60+90=150$ (км/ч)

Ответ: 5 ч.

Контроль проведенного решения:

Решение:

- $750:5=150$ (км/ч) - скорость сближения автобуса и автомобиля.
- $150-60=90$ (км/ч) - скорость автомобиля.

Ответ: 90 км/ч.

Подготовительные упражнения к задаче.

Задача 1.

Найти скорость сближения $U_1=40$ км/ч $U_2=30$ км/ч

$U_1=20$ км/ч $U_2=70$ км/ч

Задача 2.

S	t	U
200 км	? ч	50 км/ч
450 км	? ч	150 км/ч

МЕТОД ТАБЛИЦ

Алгоритм применения метода таблиц при решении задач

- определить какой размер таблицы (чем больше героев в задаче, тем больше размер таблицы);
- по фразам задачи выставлять «плюсы» и «минусы», пока таблица не будет полностью заполнена;
- ответить на вопрос задачи.

Задача. Четверо друзей – Алик, Володя, Миша и Юра – **собрались в доме у Миши.** Мальчики оживленно беседовали о том, как они провели лето.

- Ну, Балашов, ты, наконец, научился плавать? – спросил Володя.
- О, еще как, - ответил Балашов – могу теперь потягаться в плавании с тобой и Аликом.
- Посмотрим, какой я гербарий собрал – сказал **Петров, прерывая разговор друзей, и достал из шкафа большую папку.** Всем, особенно Лунину и Алику, гербарий очень понравился. А Симонов обещал показать товарищам собранную им коллекцию минералов. Назови имя и фамилию каждого мальчика?

Образец решения

- Сколько героев в задаче? (4)
- Какого размера строим таблицу (4+1=6, т.е. 5 на 5).

Строим таблицу, подписываем строки и столбца:

	Балашов	Лунин	Симонов	Петров
Алик				
Володя				

Миша				
Юра				

- Какой вывод можно сделать из следующих утверждений: – **собрались в доме у Миши; Петров, прерывая разговор друзей, и достал из шкафа большую папку.**

Петров Миша – хозяин дома, где собрались друзья.

В таблицу поставили соответствующие плюсы и минусы.

	Балашов	Лунин	Симонов	Петров
Алик				-
Володя				-
Миша	-	-	-	+
Юра				-

- Работа со следующими фразами:

Ну, Балашов, ты, наконец, научился плавать? – спросил Володя.

О, еще как, - ответил Балашов – могу теперь потягаться в плавании с тобой и Аликом.

- заполняем таблицу, учитывая следующий вывод: Балашов не может быть Володей или Аликом, следовательно, Балашов Юра; по строке заполняем минусы Лунин и Симонов – не Юра

	Балашов	Лунин	Симонов	Петров
Алик	-			-
Володя	-			-

Миша	-	-	-	+
Юра	+	-	-	-

- Работа со следующими фразами:

Всем, особенно Лунину и Алику, гербарий очень понравился.

- заполняем таблицу, учитывая следующий вывод: Лунин не может быть Аликом, следовательно, Лунин Володя.

	Балашов	Лунин	Симонов	Петров
Алик	-	-		-
Володя	-	+	-	-
Миша	-	-	-	+
Юра	+	-	-	-

- смотрим на результаты в таблицу и получаем, что Симонов не может быть Володей, т.е. Симонов Алик.

	Балашов	Лунин	Симонов	Петров
Алик	-	-	+	-
Володя	-	+	-	-
Миша	-	-	-	+
Юра	+	-	-	-

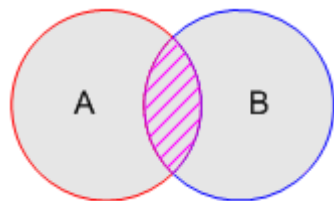
Ответ: Алик Симонов, Володя Лунин, Миша Петров, Юра Балашов.

КРУГИ ЭЙЛЕРА

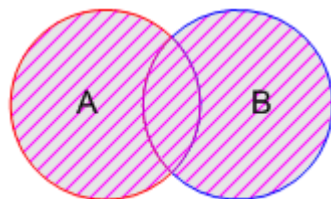
Основатель теории множеств немецкий математик Георг Кантор (1845–1918) так определил множество – «многое, мыслимое как единое, целое».

Часто множество изображают кругами, эти круги обычно называют «кругами Эйлера» по имени величайшего математика Леонарда Эйлера.

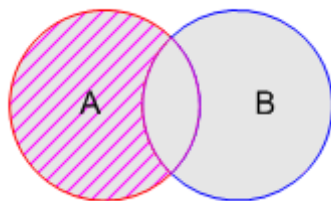
Над множествами, как и над числами, производят операции. Рассмотрим некоторые из них: пересечение, объединение, разность, которые доступны для восприятия младшему школьнику.



Пересечение множеств, обозначение $A \cap B$



Объединение множеств, обозначение $A \cup B$

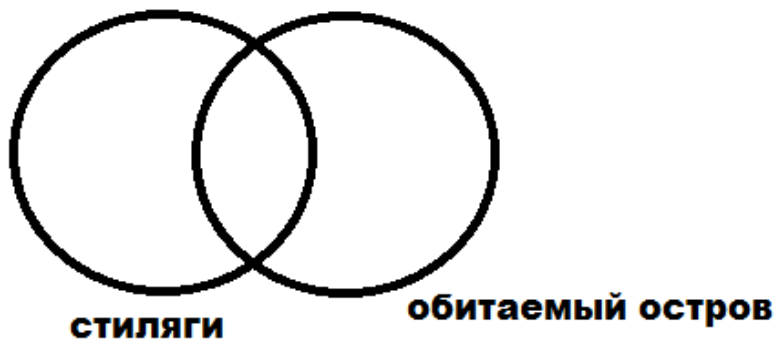


Разность множеств, обозначение $A \setminus B$

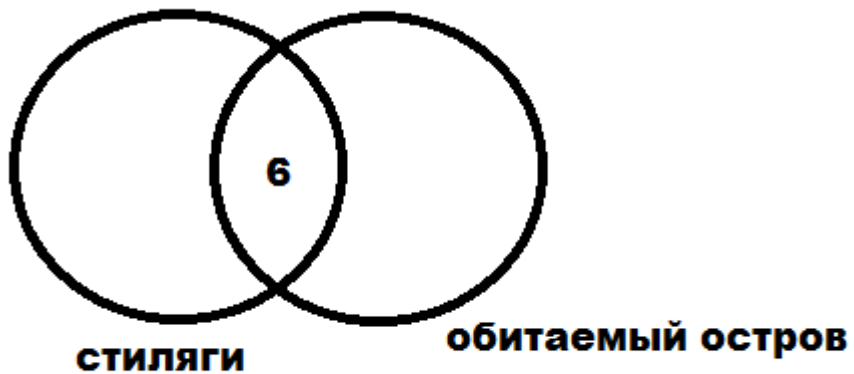
Задача. Ребята из нашего класса любят ходить в кино. Известно, что **15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги».** Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»? Сколько человек смотрели только фильм «Обитаемый остров»? Сколько всего человек в классе?

Образец решения

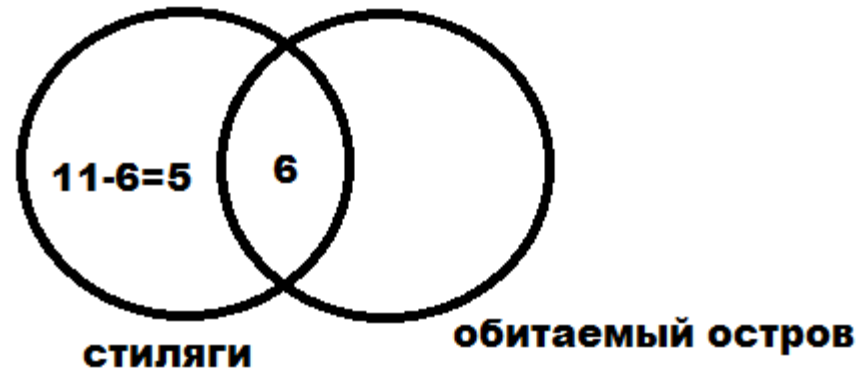
- начертить два пересекающихся круга;



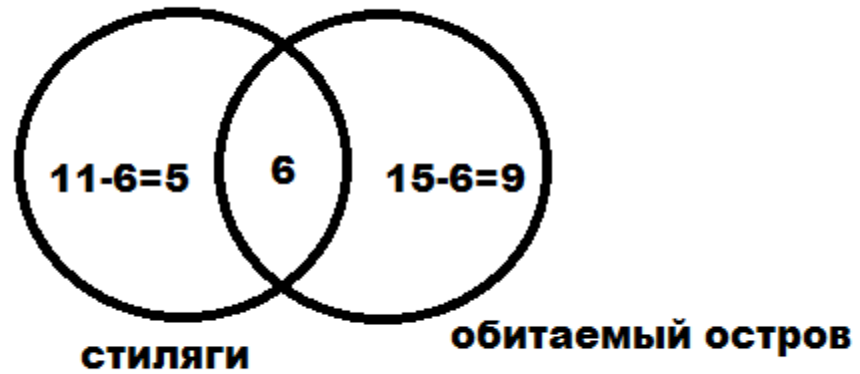
- смотрели Обитаемый остров и Стиляги – 6 человек: на пересечении кругов число 6;



- определяем, сколько ребят смотрели только фильм Стиляги



- определяем, сколько ребят смотрели только фильм Обитаемый остров



- определяем, сколько человек в классе

$$5+6+9=20$$

Ответ:

- смотрели только фильм «Стиляги» - 5 человек;
- смотрели только фильм «Обитаемый остров» - 9 человек;
- всего в классе - 20 человек.

ДЕРЕВО ВЫБОРА

Задача. Сколько двузначных чисел (без повторения цифр в числе) можно записать, используя цифры 1, 2, 4?

(Ранее решали данную задачу без использования «дерева выбора»)

Образец решения

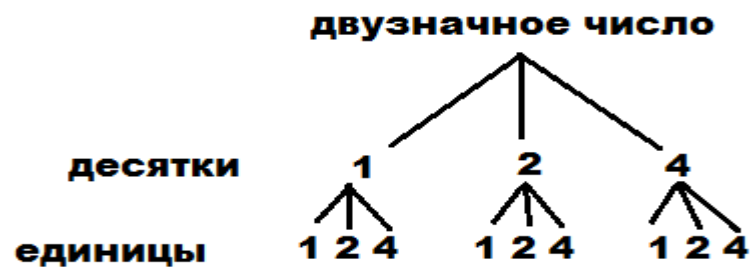
К данной задаче построим дерево возможностей



Получаем: 12, 14, 21, 24, 41, 42 – 6 чисел.

Ответ: 6 чисел.

Усложним задачу: Сколько двузначных чисел (с повторением цифр в числе) можно записать, используя цифры 1, 2, 4?



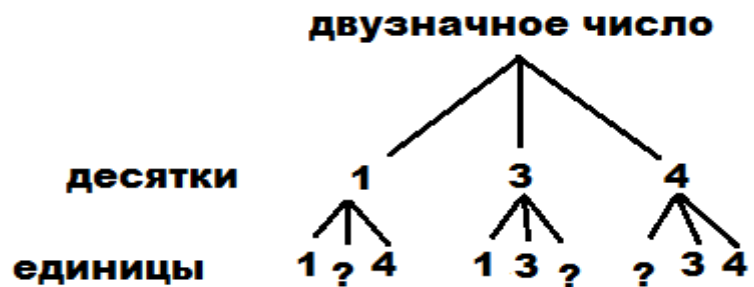
Выделить цветом ветки, задающие числа 12, 24, 41 и т.д.

Получаем: 11, 12, 14, 21, 22, 24, 41, 42, 44 – 9 чисел.

Ответ: 9 чисел.

Следующим шагом в работе с такими задачами может быть задание: закончить дерево возможностей.

Сколько двузначных чисел можно записать, используя цифры 1, 3, 4?



Учащиеся дописывают дерево возможностей и отвечают на вопрос задачи.

Далее предложите учащимся составить задачу по дереву возможностей



Учащиеся составляют задачу и отвечают на вопрос задачи.

Задача. Для похода на рыбалку Андрею надо выбрать костюм. У него есть джинсы (Д) и шорты (Ш), белая (Б), красная (К) и синяя (С) футболки. Сколько различных костюмов для рыбной ловли он может составить?

Образец решения

Костюм для рыбной ловли, из каких предметов одежды может состоять?

(джинсы или шорты с футболкой какого-то цвета)

Составим дерево возможностей



Получаем: ШБ ШК ШС ДБ ДК ДС – 6 костюмов.

Ответ: 6 костюмов.

Задачи с избыточными данными

- формирование умений анализировать условие задачи;
- формирование умений составлять задачи с *избыточными данными*.

Задание: провести анализ условия задачи, обязательно вернувшись к предыдущему заданию.

а) Одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 15 км/ч, скорость второго – 10 км/ч, скорость сближения 25 км/ч. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пунктами 150 км?

б) Одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста и встретились через 10 часов. Какова скорость первого велосипедиста, если скорость второго – 10 км/ч, скорость сближения 21 км/ч, а расстояние между пунктами 210 км?

в) Два велосипедиста двигаются навстречу друг другу. Скорость первого 15 км/ч, скорость второго 12 км/ч. Через 3 ч велосипедисты встретились. Какое расстояние между пунктами, если скорость сближения 27 км/ч?

Задачи с недостаточными данными

- формирование умений анализировать условие задачи;
- формирование умений составлять задачи с *недостаточными данными*.

а) Одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 15 км/ч. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пунктами 150 км?

б) Одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста и встретились через несколько часов. Какова скорость первого велосипедиста, если скорость второго – 10 км/ч, а расстояние между пунктами 210 км?

в) Два велосипедиста двигаются навстречу друг другу. Скорость первого 15 км/ч. Через 3 ч велосипедисты встретились. Какое расстояние между пунктами?

Задачи нереальные (противоречивые)

- формирование умений находить противоречие в условии или решении задачи.

Задание: выяснить, какую максимальную скорость может развить велосипедист. Составить задачи с нереальными данными. (1996 г. – англичанин Крис Бортмэн на треке в Манчестере развил скорость 56 км/ч)¹.

¹ Энциклопедия для детей. Т. 20. Спорт / Глав. ред. В.А. Володин. – М.: Аванта+, 2001. С.467.

Пример такой задачи: «За 3 ч велосипедист проехал 210 км. Какова скорость велосипедиста?»

Задачи могут быть разнообразными, как простыми, так и сложными.

Старинные задачи

- формирование умений решать старинные задачи на движение (ранее они назывались задачи на путешествие);
- формирование умений использовать старинную систему мер для решения старинных задач.

Задание: решить следующие задачи с использованием старинной системы мер.

а) Идет один человек в другой город и проходит в день по 40 верст, а другой человек идет навстречу ему из другого города и в день проходит по 30 верст. Расстояние между городами 700 верст. Через сколько дней путники встретятся?

б) Один путешественник идет из одного города в другой 10 дней, а второй путешественник тот же путь проходит за 15 дней. Через сколько дней встретятся путешественники, если выйдут одновременно навстречу друг другу из этих городов?²

² Олехник Н.С. Старинные занимательные задачи – М.: Дрофа, 2002. С.15.

Тема. Величины. Единицы длины.

<i>Алгоритм конструирования урока открытия нового знания:</i>	
выделить и сформулировать новое знание;	Единицы длины для измерения больших расстояний
смоделировать способ открытия нового знания;	№166, с.38 выполнить практическое задание
вычленить мыслительные операции, используемые при открытии нового знания;	Анализ, сравнение различных объектов по длине
определить необходимые ЗУН и способы его повторения;	Вспомнить см, мм, дм. Использование линейки. Серия устных заданий и заданий на выполнение измерений с помощью линейки
подобрать упражнения для этапа актуализации, опираясь на перечень необходимых мыслительных операций и ЗУНов;	Задания с использованием линейки: 20 мм = см, 20 см = дм и т.д, №168, с 38
смоделировать затруднение и способ его фиксации;	Попросить с помощью линейки измерить длину класса Какие затруднения испытываете?
смоделировать проблемную ситуацию и диалог;	Проблема: с помощью линейки можно измерить длину комнаты, коридора? Диалог между учащимися, обмен мнением
составить самостоятельную работу и объективно обоснованный эталон;	Изучить страницу 38 учебника, объяснить какая единица длины используется для больших расстояний, рассмотреть эталон перевода №169
определить приемы организации и проведения первичного закрепления;	Решить №169 Решение упражнений учебника №170
подобрать задания для этапа повторения по уровням;	№171 по уровням 1) – низкий уровень, 2) – средний, 3) – высокий
провести анализ урока по конспекту;	После проведения урока
внести при необходимости коррективы в план конспекта.	После проведения урока
<i>Структура урока открытия нового знания:</i>	
этап мотивации (самоопределения) к учебной деятельности;	Надо ли измерять большие расстояния? Обосновать поче-

	му? Темы, цель урока (формулирую ученики)
этап актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии;	Задания с использованием линейки: $20 \text{ мм} = \text{ см}$, $20 \text{ см} = \text{ дм}$ и т.д, №168, с 38. Попросить с помощью линейки измерить длину класса Какие затруднения испытываете?
этап выявления места и причины затруднения;	Проблема: с помощью линейки можно измерить длину отрезку, карандаша, комнаты, коридора? Диалог между учащимися, обмен мнением
этап построения проекта выхода из затруднения;	Построим проект выхода из затруднений: - изучить учебник; - узнать единицы измерения больших расстояний - узнать, с помощью каких инструментов можно измерить большие расстояния
этап реализации построенного проекта;	Выполнить действия по плану.
этап первичного закрепления с проговариванием во внешней речи;	Объяснить, какая единица длины используется для больших расстояний, рассмотреть эталон перевода решить №169. Измерить длину комнаты или коридора.
этап самостоятельной работы с самопроверкой по эталону;	Решение упражнений учебника №170
этап включения в систему знаний и повторения;	№171 по уровням 1) – низкий уровень, 2) – средний, 3) – высокий
этап рефлексии учебной деятельности на уроке;	Какая цель была поставлена на уроке? Достигнута? Какие испытывали затруднения? Опрос отдельных учеников!

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА ОНЗ

Тема урока Величины. Единицы длины. (Математика 4 класс, часть 1, автор Моро М.И. и др)

Класс 4

Цель урока открытие учащимися знания единиц длины для измерения больших расстояний

- деятельностная: формирование умений измерять большие расстояния
- содержательная: расширение понятия величина.

Тип урока. Открытие нового знания

Задачи урока

- дидактические – сформировать знания **единиц длины для измерения больших расстояний, сформировать умения измерять большие расстояния;**
- развивающие – развитие мышления: **анализ, сравнение.**
- воспитательные – воспитание **интереса к математике, умение видеть математические задачи в окружающем мире.**

ХАРАКТЕРИСТИКА ЭТАПОВ УРОКА

ЭТАП УРОКА							Планируемые результаты обучения		
Образовательная задача (с.74)	Методы и приемы работы (с.74)	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формы организации учебной деятельности (Ф – фронтальная, И – индивидуальная, П – парная, Г – групповая)	Средства обучения	Формы контроля (контроль учителя, взаимоконтроль, самоконтроль)	предметные	метапредметные (П-познавательные, Р-регулятивные, К-коммуникативные)	личностные
Этап мотивации (самоопределения) к учебной деятельности									
Обеспечить мотивацию учения школьников, принятие ими целей урока	Беседа Сообщение цели в виде эвристического вопроса	Посмотрите на карту нашей области. Надо ли знать расстояния между городами и населенными пунктами нашей области? Надо ли измерять	Отвечают на вопросы учителя Высказываются Формулируют тему и цель урока	Фронтальная	Карта области	Контроль учителя		К – умеет с достаточной полнотой выразить свои мысли	Понимают значение знаний данного материала для человека и принимают

		большие расстояния? Обосновать почему?							его, имеют желание учиться, проявляют интерес к изучаемому предмету
Этап актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии									
Актуализация опорных знаний и способов действий	Метод целесообразных задач: упражнения на измерение длины и перевод единиц измерения длины	Задания с использованием линейки: 20мм=...см, 20см=...дм и тд №168, с 38. Просит с помощью линейки измерить длину класса. Какие затруднения испытываете (обращение к конкретному ученику)?	Выполняют задания, отвечают на вопросы учителя	Фронтальная Индивидуальная	Линейка	Контроль учителя	Читать, измерять, записывать единицы измерения длины	П - осуществлять анализ, сравнение объектов, предложения для измерения Р - фиксировать индивидуальные затруднения	Осознают свои возможности в учении, способны адекватно рассуждать о причинах своего успеха или неуспеха в учении
Этап выявления места и причины затруднения									
Выявление места и причины затруднений	Создание проблемной ситуации, диалог	Проблема: с помощью линейки можно измерить длину отрезка, карандаша, комнаты, коридора?	Диалог между учащимися, обмен мнением	Фронтальная	Речь			К – принимают активное участие в работе, используют умение вести диалог	
Этап построения проекта выхода из затруднения									
Построение проекта выхода из затруднений	Частично-поисковый метод: построение проекта	Предлагает построить проект выхода из затруднения Показывает проект на интерактивной доске	Предлагают следующий проект - изучить учебник; - узнать единицы измерения больших расстояний - узнать с помощью, каких инструментов можно измерить большие расстояния	Фронтальная	Интерактивная доска	Контроль учителя		Р – планировать свое действие с поставленной задачей и условиями ее реализации	
Этап реализации построенного проекта									
Реализация построенного	Исследовательский метод	Предлагает учащимся выполнить действия	Изучают учебник, обмениваются	Групповая	Учебник	Взаимоконтроль	Ориентируются в	П – поиск и выделение необходимой	Развитие познаватель-

проекта	тод	по плану, указывает страницу учебника	мнениями в группах				своей системе знаний.	информации из различных источников в разных формах К - слушать собеседника	ных интересов
Этап первичного закрепления с проговариванием во внешней речи									
Установить правильность и осознанность изученного материала Выявить пробелы первичного осмысления изученного материала Провести коррекцию выявленных пробелов в осмыслении уч-ся изученного материала	Комментировать упражнения Метод упражнений	Просит объяснить, какая единица длины используется для больших расстояний, рассмотреть эталон перевода решить №169. Измерить длину комнаты или коридора.	Отвечают на вопросы учителя Проговаривают решение №169 друг другу. Измеряют длину комнаты, коридора	Парная Индивидуальная	Учебник Рулетка для измерения https://www.kakras.ru/mobile/txt/izmerenie-rasstoyanij-na-mestnosti.html	Взаимоконтроль	Знание единиц длины для измерения больших расстояний	Р – выполнять учебные действия в громкоречевой форме К – владеют способами конструктивного взаимодействия со взрослым и сверстниками.	Формирование ценностных ориентиров и смыслов учебной деятельности на основе развития познавательной деятельности.
Этап самостоятельной работы с самопроверкой по эталону									
Обеспечить формирование у учащихся умений самостоятельно применять знания в разнообразных ситуациях	Репродуктивный метод: решение заданий по образцу	Дает задание решить упражнения учебника №170 Показывает заранее подготовленный образец решения Решение всех примеров №170 высвечивается на интерактивной доске Рекомендует проверить решение и оценить свою работу	Решают Проверяют свое решение	Фронтальная Парная	Учебник Интерактивная доска	Самоконтроль	Переводить единицы измерения длины из высших наименований в низшие и наоборот	П – использовать образец для выполнения задания Р – оценивать правильность выполнения задания К – строить понятные высказывания при решении задания	Проводить самоконтроль результатов учебной деятельности

Этап включения в систему знаний и повторения									
Обеспечить включение новых знаний в систему знаний и повторения	Решение прикладных задач на применение единиц длины при измерении больших расстояний Разноуровневая самостоятельная работа	Разбивает учащихся на группы, дает задание каждой группе №171 по уровням 1) – низкий уровень, 2) – средний, 3) – высокий	Решают задание по группам Каждая группа защищает решение, вывешивает свою карточку на доске Третья группа проверяет решение 1 и 2 групп	Групповая	Учебник Карточки с изображением схем к задачам	Взаимоконтроль	Решать задачи на движение с использованием единиц измерения длины	П - использовать знаково – символические средства, в том числе модели и схемы для решения задач; К - учитывать разные мнения и стремиться к координации различных позиций в сотрудничестве	Ориентация на понимание причин успеха в учебной деятельности
Этап рефлексии учебной деятельности на уроке									
Инициировать рефлексию учащихся	Вопросно-ответный метод Незаконченные предложения	Задаёт вопросы: Какая цель была поставлена на уроке? Достигнута? Какие испытывали затруднения? Опрос отдельных учеников! Уделяет особое внимание учащимся, которые испытывали затруднения. Предлагает закончить предложения Мне было сложно... Я не смог... Мне больше всего понравилось... Мне надо повторить ... и т.д.	Отвечают на вопросы	Индивидуальная	Речь	Контроль учителя Самоконтроль	Выбирать единицу длины для измерения больших расстояний	Р - устанавливать соответствие полученного результата поставленной цели	Способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности

ДОРОЖНАЯ КАРТА УРОКА-ИССЛЕДОВАНИЯ

Класс 3 (учебник Моро М.И. и др. 1 часть, стр. 92-93)

Тема урока: ДОЛИ

Объект исследования: числовые множества

Предмет исследования: доли

Цель исследования:

организация исследования, направленного на овладение учащимися понятием доли, использование данного понятия при выполнении заданий практического характера

Гипотеза исследования: что, если эти числа особенные

Задачи исследования:

- создать ситуацию «разрыва» между имеющимися у учащихся знаниями (способами деятельности) и подлежащими освоению: разрезать яблоко на части и попросить назвать каждую часть
- подвести учащихся к формулированию проблемы исследования и выдвижению гипотез: могут высказать несколько гипотез
- организовать групповую работу по сбору информации (определению способов решения проблемы) и проверке гипотез;
- обобщить результаты исследования и применить «открытые» знания и способы деятельности к новому кругу явлений.

Методы исследования (выбрать использующийся на уроке):

- «Подумать самостоятельно»
- «Спросить у другого человека»
- «Посмотреть в книгах»
- «Посмотреть по телевизору» (познакомиться с кино- и телефильмами по теме своего исследования)
- «Получить информацию у компьютера»
- «Понаблюдать»
- «Провести эксперимент»
- «Связаться со специалистом»

		ные вами предположения в науке называются гипотезами Мы с вами сформулировали несколько гипотез Кто готов определить тему и цель исследования? Проверим верно ли вы определили тему и цель исследования Давайте составим план исследования	таких чисел Что, если это особенные числа и т.д. Высказывания учащихся Высказывания учащихся		Слайд 3: формулировка темы и цели исследования Слайд 4: план и методы исследования	
Этап отбора методов исследования						
Дать характеристику отдельным методам исследования Создать ситуацию выбора методов для проведения намеченного исследования	Анализ ситуации	Предлагает ученикам рассмотреть методы представленные на карточках и поднять те, которые будем использовать при реализации плана исследования	Рассматривают карточки с методами Показывают учителю наиболее подходящие и обосновывают	Ф	Слайд 4: план и методы исследования Карточки с названием методов исследования	Отбирает и обосновывает выбор методов исследования
Этап организации исследования по плану с использованием выбранных методов						
Поиск решения проблемы, фактов для обоснования или опровержения гипотезы	Самостоятельной работы	Предлагает внимательно изучить материал учебника на странице на стр.92	Действуют по плану	И	Учебник	Находит необходимую информацию в учебнике Действует по составленному плану
Этап представления результатов исследования						
Обмен информацией, изложение результатов исследования	Демонстрации результатов	Предлагает обсудить результаты с соседом по парте	Обсуждают результаты	П	Учебник	Определяет понятие «Доли» Сравнивает доли

<p>Организация информации (сортировка или классификация полученных в результате исследования фактов) Связывание информации (открытие и формулирование нового знания, подтверждение или опровержение гипотезы исследования)</p>	<p>исследования Беседа, диалог</p> <p>Обобщение результатов исследования</p>	<p>Вы изучили эксперимент с яблоком. Как называется часть яблока, если его разрезать пополам? Сравните одну вторую долю и одну четвертую долю яблока Как называются особенные числа? Вернемся к нашим гипотезам, прошу вас высказаться, какая гипотеза подтвердилась? Итак, обобщим результаты нашего исследования Какая проблема перед нами встала? Теперь можете?</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя</p> <p>Доли</p> <p>Высказывания школьников Не смогли назвать числа на слайде После проведения исследования можем – это доли одна шестая и одна третья</p>	<p>Ф</p>	<p>Доска, где записаны гипотезы</p> <p>Слайд 2</p>	<p>Представляет результаты исследования Обосновывает правильность выдвинутой гипотезы Принимает на себя ответственность за результат своих действий</p> <p>Использует полученные знания для решения проблемы</p>
<p>Этап использования результатов исследования для решения заданий практического характера</p>						
<p>Применение (использование приобретённого нового знания в новых условиях для достижения подлинного понимания открытия)</p>	<p>Практических упражнений разного характера</p>	<p>Разбивает учеников на группы, каждая группа получает задание из учебника 1) №1; 2) №2; 3) №8</p>		<p>Г</p>	<p>Раздаточный материал для каждой группы подготовленный по тексту задачи (прямоугольники, многоугольники и др)</p>	<p>Умеет слушать собеседника и вести диалог, умеет работать в команде (группе)</p>
<p>Этап обсуждения итогов проведенного исследования. Рефлексия</p>						
<p>Оценивание того, в</p>		<p>Мы сегодня с ва-</p>	<p>В исследо-</p>	<p>Ф</p>	<p>Слайд 3</p>	<p>Умеет анализировать и осмысливать</p>

<p>какой мере достигнуто решение проблемы, обсуждение перспективы дальнейшей работы</p>	<p>Создание ситуации успеха Незаконченные предложения</p>	<p>ми в кого превратились? Какое открытие мы сделали? Давайте уточним, какая тема урока, достигнута цель? Закончите предложение, сформулированное на слайде «Лестница успеха»</p>	<p>вателей Мы открыли особенные числа, которые называются долями Высказывание школьников</p>		<p>Слайд 5: Лестница успеха</p>	<p>свои достижения Осуществляет самооценку деятельности</p>
---	---	---	--	--	---------------------------------	---