

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Южный федеральный университет»

На правах рукописи



Корниевский Александр Сергеевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ СВОЙСТВ
ПОРИСТЫХ АНИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ
ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ И ПОВЕРХНОСТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ**

1.2.2 — математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Ростов-на-Дону
2023

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет» на кафедре математического моделирования Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича.

Научный руководитель **Наседкин Андрей Викторович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,
заведующий кафедрой математического
моделирования

Официальные
оппоненты: **Голуб Михаил Владимирович**,
доктор физико-математических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный
университет», заведующий кафедрой теории
функций

Беляк Ольга Александровна,
доктор физико-математических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Ростовский государственный
университет путей сообщения», профессор
кафедры теоретической механики

Защита диссертации состоится «25» декабря 2023 г. в 16:30 на заседании диссертационного совета ЮФУ801.01.09 на базе Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета по адресу: 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке им. Ю.А. Жданова Южного федерального университета по адресу: 344000, г. Ростов-на-Дону, ул. Зорге, 21Ж и на сайте www.sfedu.ru

Автореферат разослан « ___ » _____ 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Говорухин Василий Николаевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Популярность высокопористых материалов в последнее время значительно выросла. Это напрямую связано с тем, что они начали широко использоваться в различных областях нашей жизни. Также благодаря современным методам производства и, в частности, технологиям 3D-печати, можно создавать высокопористые материалы, обладающие правильными структурами. В таких упорядоченных структурах основные физические характеристики материала зависят не только от пористости, но и от геометрической конфигурации самой структуры. Более того, в настоящее время наблюдается значительный рост интереса в изучении наноразмерных пористых материалов, что связано как с развитием нанотехнологий, так и с возникновением у материалов на наноуровне некоторых аномальных физических свойств, которые невозможно описать в рамках обычной механики. Важной задачей является создание предсказательных моделей не только для определения эффективных механических свойств, но и для поиска оптимальной геометрической структуры пористого материала. Кроме того, актуальность темы подтверждается наличием значительного числа исследований подобных материалов, проведенных другими авторами. В связи с очень большим числом работ, посвященных вопросам, относящимся к данной тематике, ограничимся только упоминанием некоторых монографий и статей обзорного характера последних лет. Так, современные методы гомогенизации композитов представлены в монографиях^{1,2}, и др. Исследования высокопористых пенообразных, клеточных, ячеистых и сотовых структур описаны в монографиях^{3,4}, в обзорах^{5,6,7}, и др.

Статья⁸ включает более 700 ссылок на работы, посвященные композитным структурам с различными несовершенствами на интерфейсах. К несовершенным контактным условиям на интерфейсе можно отнести и модель поверхностной упругости Гуртина-Мурдоха (Gurtin M.E., Murdoch Ian A.), которая широко используется в наномеханике. Модель Гуртина-Мурдоха поверхностных напряжений является лишь одной из теорий, описывающих наноразмерные

¹ Kachanov M., Sevostianov I. *Micromechanics of materials, with applications. Serie: Solid mechanics and its applications*, vol. 249, Springer Int. Publ. AG, 2018. doi: 10.1007/978-3-319-76204-3

² Milton G.W. *Mechanics of Composites*. Cambridge University Press, 2002. DOI: 10.1017/CBO9780511613357

³ *Cellular Ceramics: Structure, Manufacturing, Properties and Applications*. Scheffler M., Colombo P. (eds.). John Wiley & Sons, 2005. doi: 10.1002/3527606696

⁴ Gibson L.J., Ashby M.F. *Cellular solids: structure and properties*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997. doi: 10.1017/CBO9781139878326

⁵ Hössinger-Kalteis A., Reiter M., Jerabek M., Major Z. Overview and comparison of modelling methods for foams // *J. Cell. Plast.* – 2021. – Vol. 57, No. 6. – P. 951–1001. doi: 10.1177/0021955X20966329

⁶ Pan C., Han V., Lu J. Design and optimization of lattice structures: A review // *Appl. Sci.* – 2020. – Vol. 10. – 6374. doi: 10.3390/app10186374

⁷ Srivastava V., Srivastava R. On the polymeric foams: modeling and properties // *J. Mater. Sci.* – 2014. – Vol. 49. – P. 2681–2692. doi: 10.1007/s10853-013-7974-5

⁸ Firooz S., Steinmann P., Javili A. homogenization of composites with extended general interfaces: Comprehensive review and unified modeling. *Appl. Mech. Rev.* – 2021. – Vol. 73, No. 4. – 040802. doi: 10.1115/1.4051481

эффекты^{9, 10, 11, 12}, и др. Настоящее исследование пористых композитов проводится в рамках отмеченных выше актуальных направлений с акцентом на применение конечно-элементных технологий и компьютерного моделирования.

Цель и задачи диссертационной работы. Целью данной работы является разработка математических и компьютерных моделей для решения задач гомогенизации композитов и численное исследование эффективных механических свойств пористых и высокопористых материалов как на макро, так и на наноуровне, включая исследование механических свойств таких материалов при различных конфигурациях геометрической структуры.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

в области математического моделирования –

- постановка задач гомогенизации для каркаса пористого анизотропного упругого материала и для композита, составленного из двух фаз: анизотропного упругого материала и пустот, моделируемых гипотетическим упругим материалом с малыми упругими жесткостями;
- постановка задач гомогенизации для наноструктурированных пористых материалов гексагонального класса сингонии при учете размерного эффекта по теории поверхностных или интерфейсных напряжений Гуртина-Мурдоха в представительных объемах гексагональной структуры;

в области численных методов –

- разработка конечно-элементных моделей кубических представительных объемов для пористых композитов с возможностями учета поверхностных или интерфейсных напряжений;
- разработка конечно-элементных моделей регулярных и нерегулярных решеток, основанных на ячейках Гибсона-Эшби, для материалов с различной пористостью;

в области разработки программных комплексов –

- разработка комплексов компьютерных программ для построения кубических конечно-элементных представительных объемов двухфазных композитов с возможностями размещения интерфейсных элементов и конечно-элементных представительных объемов для структур, состоящих из ячеек Гибсона-Эшби;
- разработка компьютерных программ для расчета полного набора эффективных модулей упругих пористых материалов рассматриваемых классов с возможностями учета поверхностных или интерфейсных напряжений.

⁹ Chandel V.S., Wang G., Talha M. Advances in modelling and analysis of nano structures: a review // Nanotechnol. Rev. – 2020. – Vol. 9. – P. 230–258. doi: 10.1515/ntrev-2020-0020

¹⁰ Eremeyev V.A. On effective properties of materials at the nano- and microscales considering surface effects // Acta Mech. – 2016. – Vol. 227. – P. 29–42. doi: 10.1007/s00707-015-1427-y

¹¹ Wang J., Huang Z., Duan H., Yu S., Feng X., Wang G., Zhang W., Wang T. Surface stress effect in mechanics of nanostructured materials // Acta Mech. Solida Sin. – 2011. – Vol. 24, No. 1. – P. 52–82. doi: 10.1016/S0894-9166(11)60009-8

¹² Wang K.F., Wang B.L., Kitamura T. A review on the application of modified continuum models in modeling and simulation of nanostructures // Acta Mech. Sin. – 2016. – Vol. 32, No. 1. – P. 83–100. doi: 10.1007/s10409-015-0508-4

Методы исследования. Для пористых композитных материалов развивались методы гомогенизации смесевых упругих композитов, состоящих из матрицы основного материала; из пор, которые рассматриваются как частный случай включений с пренебрежимо малыми жесткостями; и из интерфейсных слоев с поверхностными материальными модулями, моделирующими размерный эффект. При исследованиях задач на микро- и наноуровнях использовались методы гомогенизации для неоднородных задач с краевыми условиями, принятыми в методе эффективных модулей, а также с интерфейсными условиями для поверхностных эффектов на границах раздела фаз. Также в работе использовались методы осреднения механики композитов, основанные на моделях для неоднородных анизотропных упругих сред с поверхностными эффектами, методы эффективных модулей и многомасштабного моделирования.

Научная новизна. При определении эффективных модулей пористых упругих материалов с интерфейсными свойствами на границах пор и высокопористых материалов получены следующие новые результаты:

- разработаны модели гомогенизации пористых анизотропных упругих композитов с возможностями учета поверхностных или интерфейсных напряжений по методу эффективных модулей, поддерживающие энергетические соотношения Хилла;
- разработаны конечно-элементные модели нанокompозитов, учитывающие поверхностные напряжения Гуртина-Мурдоха;
- разработаны специальные алгоритмы для размещения интерфейсных конечных элементов на гранях контакта элементов различных фаз композита;
- разработаны алгоритмы для расчета полного набора эффективных модулей жесткости для композитов с произвольными типами как физической, так и геометрической анизотропии;
- разработаны конечно-элементные модели композитов различной геометрической конфигурации, основанные на ячейке Гибсона-Эшби;
- разработаны алгоритмы для генерации регулярных и нерегулярных решеток, составленных из ячеек Гибсона-Эшби;
- проведены численные эксперименты и последующий анализ результатов решения задач гомогенизации пористых композитов с поверхностными напряжениями и высокопористых ячеистых композитов.

На защиту выносятся следующие результаты и положения:

в области математического моделирования –

- модели двухфазных пористых композитов и трехфазных композитов, состоящих из упругой матрицы, пор и интерфейсных границ со своими поверхностными свойствами;
- математическое обоснование методов гомогенизации пористых композитов с учетом поверхностных или интерфейсных напряжений;

в области численных методов –

- модели и алгоритмы построения представительных объемов, учитывающие внутреннюю структуру пористых композитов с мембранными элементами на границах между матрицей материала и порами;
- модели и алгоритмы построения представительных объемов высокопористых композитов, составленных из регулярных и нерегулярных ячеек Гибсона-Эшби;
- модификации моделей и алгоритмов построения представительных объемов композитов, составленных из ячеек Гибсона-Эшби при средней и малой пористости;
- конечно-элементные методы и алгоритмы, реализующие технологию вычисления эффективных механических свойств;

в области программного обеспечения –

- специализированные программы, разработанные для APDL ANSYS и предназначенные для вычисления в ANSYS эффективных модулей пористых упругих композитов, в том числе с учетом наличия поверхностных или интерфейсных напряжений;

общие результаты –

- результаты компьютерных экспериментов, анализ эффективных модулей жесткости пористых композитов.

Теоретическая и практическая значимость работы. Научная значимость заявляемых результатов связана с комплексным развитием методов моделирования, конечно-элементных технологий и программного инструментария для определения эффективных свойств пористых и высокопористых композитов с усложненными механическими свойствами, такими как поверхностные напряжения и/или анизотропия. Разработанные программы и инструменты позволяют прогнозировать механические свойства пористых композитов с различной геометрией и, следовательно, упростить и удешевить процесс создания материалов с наиболее подходящей структурой для определенных целей.

На разных этапах выполнения настоящее диссертационное исследование было поддержано следующими грантами: РФФ 15-19-10008 «Методы микроструктурного нелинейного анализа, волновой динамики и механики композитов в исследовании и дизайне современных метаматериалов и элементов конструкций на их основе», РФФИ 16-01-00785 «Размерное моделирование пьезоэлектрических композитов с граничными и межфазными поверхностными эффектами», госзадания Минобрнауки 9.1001.2017/ПЧ «Моделирование микро- и наноструктурированных композитных материалов со связанностью физико-механических полей: теория, алгоритмы и программный инструментарий», Правительства РФ 075-15-2019-1928 «Модели, алгоритмы и программные средства для многомасштабного анализа новых материалов и физически активных сред», РФФИ (Аспиранты) 20-31-90057 «Моделирование и определение эффективных свойств пористых анизотропных упругих материалов с учетом внутренней структуры и поверхностных напряжений» и РФФ 22-11-00302 «Моделирование гидроакустических пьезопреобразователей и пьезогенераторов «зеленой энергии» с активными элементами, выполненными из композитной пьезокерамики».

Достоверность. Точность и корректность полученных результатов основана на использовании классических методов гомогенизации композитов в совокупности с методом конечных-элементов. Моделирование поверхностных эффектов было основано на теории Гуртина-Мурдоха, а в качестве высокопористой структуры была взята модель, базирующаяся на ячейке Гибсона-Эшби. Оба подхода являются достаточно популярными, неоднократно применялись при исследовании композитных структур и подтверждались экспериментально. Кроме того, все предложенные в данной работе модели сравнивались с известными частными случаями.

Апробация работы. Результаты по теме научно-квалификационной работы были представлены на следующих научных мероприятиях: XVI Всероссийская школа «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», с. Дивноморское (2022); XVIII Ежегодная молодежная научная конференция «Наука Юга России: достижения и перспективы», г. Ростов-на-Дону (2022); XXVIII научная конференция «Современные информационные технологии: тенденции и перспективы развития» (СИТО), г. Ростов-на-Дону (2021); XV Всероссийская школа «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», с. Дивноморское (2021); International Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA), Kitakyushu, Japan (2020); XXII Зимняя школа по механике сплошных сред, г. Пермь (2021); XVII Ежегодная молодежная научная конференция «Наука и технологии Юга России», Ростов-на-Дону (2021); XIV Всероссийская школа «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», с. Дивноморское (2019); XIX Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды», г. Ростов-на-Дону (2018); XII Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций», г. Екатеринбург (2018); XXVII International Conference «Mathematical and Computer Simulation in Mechanics of Solids and Structures» (MCM), St. Petersburg, Russia (2017); XII Всероссийская Школа-семинар «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», пос. Дивноморское (2017); XVIII Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды», г. Ростов-на-Дону (2016); XII Ежегодная научная конференция студентов и аспирантов базовых кафедр Южного научного центра РАН, г. Ростов-на-Дону (2016).

Публикации и личный вклад автора. Основные результаты диссертации изложены в 31 работе, из которых 3 статьи [1-3] опубликованы в журналах, индексируемых в РИНЦ, Web of Science или в Scopus, 7 статей [4-10] – в прочих изданиях, индексируемых в Web of Science или в Scopus, 4 статьи [11-14] – в сборниках трудов конференций и 17 тезисов докладов [15-31].

В опубликованных работах совместно с научным руководителем и другими соавторами осуществлены постановки задач и разработаны общие математические подходы, все соавторы участвовали вместе в обсуждении общих выводов и в подготовке публикаций. Автор диссертационной работы осуществлял алгоритмическую и компьютерную части исследований, разрабатывал методы и алгоритмы конструирования представительных объемов,

специализированные программные средства и проводил анализ результатов вычислительных экспериментов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, списка литературы и приложения. Объем работы составляет 120 страниц, включая 59 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 110 наименований.

Содержание работы

Во введении приведен краткий обзор диссертации, обоснована актуальность исследований, определены цели и задачи, описана научная новизна, значимость и методы исследования, а также представлены список публикаций и структура работы.

Первая глава содержит краткий обзор литературы, посвященной композитным и пористым материалам, представлены некоторые модели для работы с ними, в том числе и на наноуровне. Приводится постановка задачи теории упругости для анизотропного композитного представительного объема, ее обобщенная постановка и конечно-элементные аппроксимации.

В § 1.1 дано описание видов рассматриваемых композитов и пористых материалов, их характеристики и свойства. Представлены две наиболее популярные в использовании аналитические формулы для вычисления эффективного модуля Юнга: первая – для материалов с низкой пористостью, вторая – для материалов с высокой пористостью. Отмечено, что основная проблема таких моделей заключается в том, что они, как правило, применимы только для материалов, обладающими определенным узким набором рабочих свойств.

В § 1.2, как частный случай, рассматриваются высокопористые или пенообразные материалы. Описаны преимущества таких материалов и их уникальные свойства. В качестве базовой была принята аналитическая модель Гибсона-Эшби, согласно которой трехмерный пенообразный материал с открытыми порами может быть представлен, как массив определенных кубических элементов, называемых ячейками Гибсона-Эшби (рис.1а). В таком случае эффективный модуль Юнга пористого материала вычисляется по формуле:

$$\frac{E}{E_0} = C_1 \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^2 \quad (1)$$

где E и E_0 – модули Юнга пористого и сплошного материала, соответственно, ρ/ρ_s – массовая доля пористого материала, C_1 – константа, равная единице при открытой ячейке.

Данная модель очень проста в использовании и подтверждается многими экспериментами, хотя у нее есть также и очевидные недостатки. Во-первых, она применима только для высокопористых структур, поскольку модель была построена из решения задачи о прогибе балки. Во-вторых, данная модель не является универсальной, поскольку она не подходит для ячеек различной геометрической формы, следовательно, ее невозможно расширить на нерегулярные решетки со случайными ячейками (рис.1б).

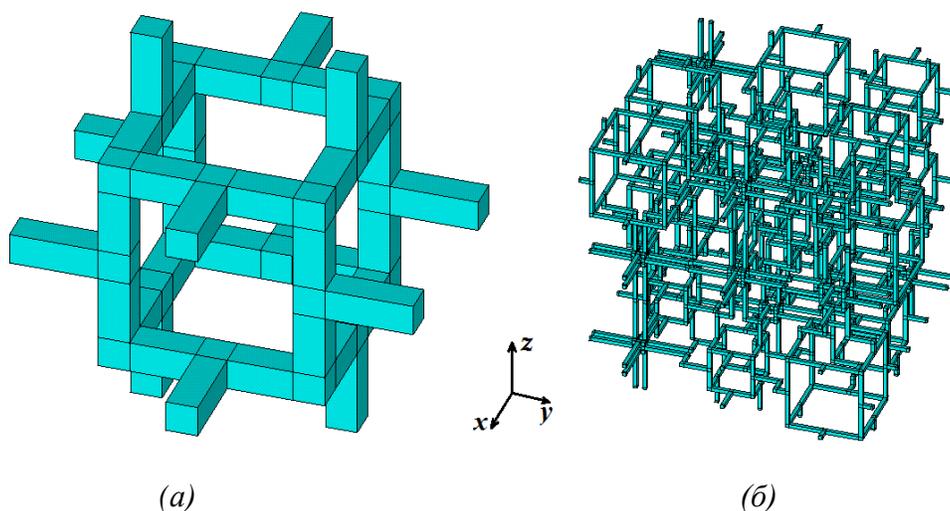


Рис. 1. Ячейка Гибсона-Эшби (а) и нерегулярная решетка, составленная из ячеек Гибсона-Эшби с произвольными размерами внутреннего каркаса (б)

Параграф 1.3 посвящен наноразмерным материалам. Здесь отмечается, что обычные модели макромеханики не корректно работают в наномасштабе из-за наличия различных аномальных свойств, отличающих наноматериалы от тел обычных размеров. Для учета размерного эффекта было разработаны разные модели наномеханики: методы молекулярной динамики, нелокальные теории, приближенные инженерные формулы, теории поверхностной упругости и др. В рамках теории поверхностной упругости размерный эффект объясняется наличием поверхностных напряжений на внешних или на интерфейсных границах материала. Среди различных моделей поверхностной упругости сейчас наиболее популярной, по-видимому, является модель Гуртина-Мурдоха. С физической точки зрения эту модель можно рассматривать как модель упругого тела с приклеенной на ее поверхности эластичной мембраной. Тензор усилий, действующий в мембране, может быть тогда интерпретирован как тензор поверхностных напряжений.

В § 1.4 представлена постановка задачи теории упругости с поверхностными и интерфейсными напряжениями для анизотропных неоднородных тел. Представительный композитного материала рассматривается, как объединение двух областей $V = V^f \cup V^p$, где V^f – материал первой (основной) фазы или матрицы композита, V^p – поры. В данном представительном объеме рассматривается статическая задача теории упругости для вектора перемещений $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \{u_1(\mathbf{x}), u_2(\mathbf{x}), u_3(\mathbf{x})\}$ со специальными граничными условиями на внешней границе $\Gamma = \partial V$. Для последующего применения метода конечных элементов классические уравнения линейной статической задачи теории упругости записываются в следующей форме

$$\mathbf{L}^*(\nabla) \cdot \mathbf{T} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{S}, \quad (3)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{L}(\nabla) \cdot \mathbf{u}, \quad (4)$$

$$\mathbf{L}^*(\nabla) = \begin{bmatrix} \partial_1 & 0 & 0 & 0 & \partial_3 & \partial_2 \\ 0 & \partial_2 & 0 & \partial_3 & 0 & \partial_1 \\ 0 & 0 & \partial_3 & \partial_2 & \partial_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $\mathbf{T} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}\}$ – массив, состоящий из компонент тензора напряжений σ_{ij} , $\mathbf{S} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{23}, 2\varepsilon_{13}, 2\varepsilon_{12}\}$ – массив, состоящий из компонент тензора деформаций $\varepsilon_{kl} = (u_{k,l} + u_{l,k})/2$, \mathbf{c} – матрица 6×6 упругих жесткостей $c_{\alpha\beta}$, $(\dots)^*$ – операция транспонирования.

Задача гомогенизации состоит в том, чтобы, зная материальные модули и геометрические характеристики фаз композита, определить эффективные свойства $c_{\alpha\beta}^{eff}$ «эквивалентной» гомогенной среды, а затем при необходимости получить из них другие эффективные упругие модули, как например, эффективные модули Юнга E_i^{eff} , эффективные модули сдвига G_{ij}^{eff} и эффективные коэффициенты Пуассона ν_{ij}^{eff} . При этом в случае изотропной гомогенной среды достаточно определить каких-либо два упругих модуля, например, эффективный модуль Юнга E^{eff} и коэффициент Пуассона ν^{eff} .

В соответствии с моделью Гуртина-Мурдоха предполагается, что на наноразмерных межфазных границах Γ^s существуют поверхностные напряжения и выполняется условие

$$\mathbf{L}^*(\mathbf{n}) \cdot [\mathbf{T}] = \mathbf{L}^*(\nabla^s) \cdot \mathbf{T}^s, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^s, \quad (6)$$

где $[\mathbf{T}] = \mathbf{T}^{(1)} - \mathbf{T}^{(2)}$ – скачок напряжений на границе раздела фаз; ∇^s – поверхностный nabla-оператор, который определяется равенством $\nabla^s = \nabla - \mathbf{n} \left(\frac{\partial}{\partial r} \right)$, где r – координата, отсчитываемая по нормали \mathbf{n} к Γ^s ; $\mathbf{T}^s = \{\sigma_{11}^s, \sigma_{22}^s, \sigma_{33}^s, \sigma_{23}^s, \sigma_{13}^s, \sigma_{12}^s\}$ – массив, состоящий из компонент тензора поверхностных напряжений σ_{ij}^s . Для напряжений \mathbf{T}^s в предположении отсутствия остаточных поверхностных натяжений используется «поверхностный» закон Гука

$$\mathbf{T}^s = \mathbf{c}^s \cdot \mathbf{S}^s, \quad (7)$$

$$\mathbf{S}^s = \mathbf{L}(\nabla^s) \cdot \mathbf{u}^s, \quad (8)$$

$$\mathbf{u}^s = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{I} - \mathbf{n}\mathbf{n}^*, \quad (9)$$

где \mathbf{c}^s – матрица размера 6×6 поверхностных упругих модулей жесткости $c_{\alpha\beta}^s$; $\mathbf{S}^s = \{\varepsilon_{11}^s, \varepsilon_{22}^s, \varepsilon_{33}^s, \varepsilon_{23}^s, \varepsilon_{13}^s, \varepsilon_{12}^s\}$ – массив, состоящий из компонент ε_{kl}^s тензора поверхностных деформаций; \mathbf{u}^s – вектор поверхностных перемещений, \mathbf{I} – единичная матрица размера 3×3 .

Для того, чтобы найти все компоненты эффективной матрицы жесткости \mathbf{c}^{eff} рассматриваемого анизотропного композита, на внешней границе Γ представительного объема задавались граничные условия в перемещениях

$$\mathbf{u} = \mathbf{L}^*(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{S}_0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad (10)$$

где $\mathbf{S}_0 = \{S_{01}, S_{02}, S_{03}, S_{04}, S_{05}, S_{06}\}$ – некоторые постоянные величины.

В общем случае анизотропии требуется решить шесть задач (2) – (10), положив лишь одну из компонент массива \mathbf{S}_0 отличной от нуля

$$S_{0\beta} = \delta_{\beta\zeta} S_0, \quad (11)$$

где $\delta_{\beta\zeta}$ – символ Кронекера, индекс ζ принимает какое-то определенное целое число от 1 до 6; S_0 – некоторая постоянная величина.

Решение задач (2)–(11) с фиксированными $\zeta = 1, 2, \dots, 6$, в совокупности позволяют найти эффективные модули для всех шести столбцов матрицы \mathbf{c}^{eff}

$$c_{\alpha\zeta}^{eff} = \frac{\langle \sigma_{ij} \rangle}{\varepsilon_0}, \quad (12)$$

где $\varepsilon_0 = S_0$ при $\zeta = 1, 2, 3$; $\varepsilon_0 = 2S_0$ при $\zeta = 4, 5, 6$; используются формулы соответствия между греческими и латинскими индексами $\alpha \Leftrightarrow (ij)$: $1 \Leftrightarrow (11)$, $2 \Leftrightarrow (22)$, $3 \Leftrightarrow (33)$, $4 \Leftrightarrow (23) \sim (32)$, $5 \Leftrightarrow (13) \sim (31)$ и $6 \Leftrightarrow (12) \sim (21)$; а символом $\langle \dots \rangle$ обозначено осреднение по представительному объему

$$\langle \dots \rangle \geq \langle \dots \rangle_V + \langle \dots \rangle_\Gamma, \quad \langle \dots \rangle_V = \frac{1}{|V|} \int_V (\dots) dV, \quad \langle \dots \rangle_\Gamma = \frac{1}{|\Gamma^s|} \int_{\Gamma^s} (\dots) d\Gamma^s. \quad (13)$$

Как видно, краевые задачи (2)–(11) отличаются от обычных упругих задач наличием для наноразмерных структур граничных условий на интерфейсе (6)–(9), которые типичны для модели поверхностных напряжений Гуртина-Мурдоха. Кроме того, для определения эффективных модулей по (12) (13) необходимо использовать не только интегрирование по объему с осреднением $\langle \dots \rangle_V$, как в обычных макроразмерных задачах гомогенизации, но и интегрирование по поверхностям раздела фаз с осреднением $\langle \dots \rangle_\Gamma$.

В § 1.5 описан переход от поставленных задач (2)–(10) к слабым или обобщенным постановкам, которые необходимы для того, чтобы далее использовать классическую технику конечно-элементных аппроксимаций.

В § 1.6 описаны конечно-элементные аппроксимации для решения задач (2)–(11), представленных в слабой форме. Приближенное решение $\mathbf{u}_h \approx \mathbf{u}$ здесь ищется в виде

$$\mathbf{u}_h(x) = \mathbf{N}_u^*(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{U}, \quad (14)$$

на конечно-элементной сетке $V_h \subseteq V$, $V_h = \cup_k V^{ek}$, где \mathbf{N}_u^* – матрица базисных функций (функций формы) для перемещений, \mathbf{U} – вектор узловых перемещений, V^{ek} – конечный элемент с номером k .

При необходимости моделирования наноразмерных композитов по теории Гуртина-Мурдоха дополнительно на границе двух фаз располагается сетка $\Gamma_h^s = \partial V_h^f \cup \partial V_h^p$, $\partial V_h^f \subseteq V^f$, $\partial V_h^p \subseteq V^p$, состоящая из поверхностных конечных элементов Γ_{em}^s . Сетка Γ_h^s строилась согласованной с V_h , в которой все узлы каждого элемента сетки Γ_h^s совпадали с соответствующими узлами сетки V_h , а элементы Γ_{em}^s совпадали с гранями элементов V^{ek} , являющимися границами раздела фаз.

После подстановки (14) и аналогичных представлений проекционных функций в слабую постановку задачи теории упругости для V_h приходим к конечно-элементной системе

$$\mathbf{K}_{uu} \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (15)$$

где \mathbf{K}_{uu} – глобальная конечно-элементная матрица жесткостей, которая получается в результате ансамблирования (\sum^a) соответствующих элементных матриц:

$$\mathbf{K}_{uu} = \sum^a \mathbf{K}_{uu}^{ek}. \quad (16)$$

Элементные матрицы \mathbf{K}_{uu}^{ek} состоят из матриц двух видов: \mathbf{K}_{uuV}^{ek} и $\mathbf{K}_{uu\Gamma}^{ek}$. Здесь \mathbf{K}_{uuV}^{ek} – элементные матрицы жесткости, соответствующие объемным элементам с номером k , $\mathbf{K}_{uu\Gamma}^{ek}$ – элементные матрицы жесткости плоских (поверхностных) элементов. Эти матрицы вычисляются по формулам

$$\mathbf{K}_{uuV}^{ek} = \int_{V^{ek}} \mathbf{B}_u^{ek*} \cdot \mathbf{c} \cdot \mathbf{B}_u^{ek} dV, \quad \mathbf{K}_{uu\Gamma}^{ek} = \int_{\Gamma_{ek}^s} \mathbf{B}_u^{sek*} \cdot \mathbf{c}^s \cdot \mathbf{B}_u^{sek} d\Gamma, \quad (17)$$

где

$$\mathbf{B}_u^{ek} = \mathbf{L}(\nabla) \cdot \mathbf{N}_u^{ek*}, \quad \mathbf{B}_u^{sek} = \mathbf{L}(\nabla^s) \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{N}_u^{ek*}, \quad (18)$$

\mathbf{N}_u^{ek*} – матрицы функций формы для перемещений, заданных на отдельных объемных или поверхностных конечных элементах.

Результирующая система метода конечных элементов получается из (15) после удовлетворения главных граничных условий (10), (11). Эта система для наноразмерных композитов отличается от аналогичных систем для макроразмерных тел наличием в (16), (17) матриц $\mathbf{K}_{uu\Gamma}^{ek}$, вычисляемых с учетом второй формулы (18). Данные матрицы получаются при учете поверхностных эффектов по (6)–(9), возникающих на границах раздела фаз.

Вторая глава содержит описание алгоритмов и методов генерации различных представительных объемов. Все вычисления и построения проводились в конечно-элементном программном комплексе ANSYS.

В § 2.1 описан общий подход для моделирования пористых материалов. В данном разделе рассматривается представительный объем, имеющий форму куба со стороной равной \tilde{L} , который разбивается на n^3 конечных элементов, где n – количество элементов вдоль одной оси. Далее полученные элементы разделяются на два типа. Элементам первой фазы присваиваются материальные свойства упругого тела, а элементам второй фазы – пренебрежимо малые модули жесткости. При простом случайном алгоритме элементы, которым назначаются материальные свойства второй фазы, выбираются случайным образом в соответствии с заданным значением пористости. Например, слева на рисунке 2 изображен один из вариантов представительного объема со случайной пористостью $P = 20\%$, а справа на этом же рисунке показаны

интерфейсные элементы на межфазных границах, которые используются при решении задач с поверхностными напряжениями.

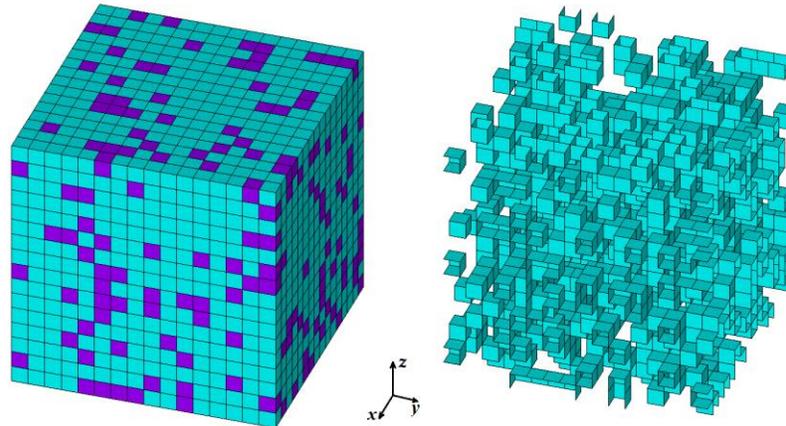


Рис. 2. Представительный объем со случайным расположением пор и мембранные элементы, расположенные на границах двух фаз

В § 2.2 рассматривается моделирование композитов со связностью 3-3, т.е. композиты с открытой пористостью. Приведенный выше алгоритм, как правило, при небольшой пористости моделирует композит со связностью 3-0, т.е. с закрытой пористостью, однако из-за случайного распределения пор связность основной фазы не гарантируется. В данном разделе описывается алгоритм построения 3-3 композитов, в которых сохраняется связность как первой, так и второй фазы. Моделирование таких композитов проводилось в пакете ACELAN-COMPOS, разработанном на кафедре математического моделирования Южного федерального университета. В программном комплексе ACELAN-COMPOS изначально генерировалась сетка композита 3-3 с заданными параметрами. Затем построенная модель сохранялась в файл. Также был разработан алгоритм, который считывал полученный файл и на его основе строил модель в пакете ANSYS, в котором проводились все дальнейшие вычисления.

В § 2.3 рассматривается базовая ячейка Гибсона-Эшби (рис. 3), ее геометрические особенности и построение. Принято, что безразмерная длина ячейки равна $L = 1$, h – сторона поперечного сечения ребра, a – размер внутреннего каркаса (рис. 3б). В оригинальной работе Гибсона и Эшби размер внутреннего каркаса a предполагался равным половине размера всей ячейки L , то есть $a = L/2$, тогда длина всех соединительных ребер равна $L/4$. Далее эту ячейку будем называть базовой. Пример такой модели приведен на рис. 3а, где V_{in} – внутренние ребра, V_{out} – соединительные ребра, V_c – специальные кубические части для обеспечения правильного разбиения сетки.

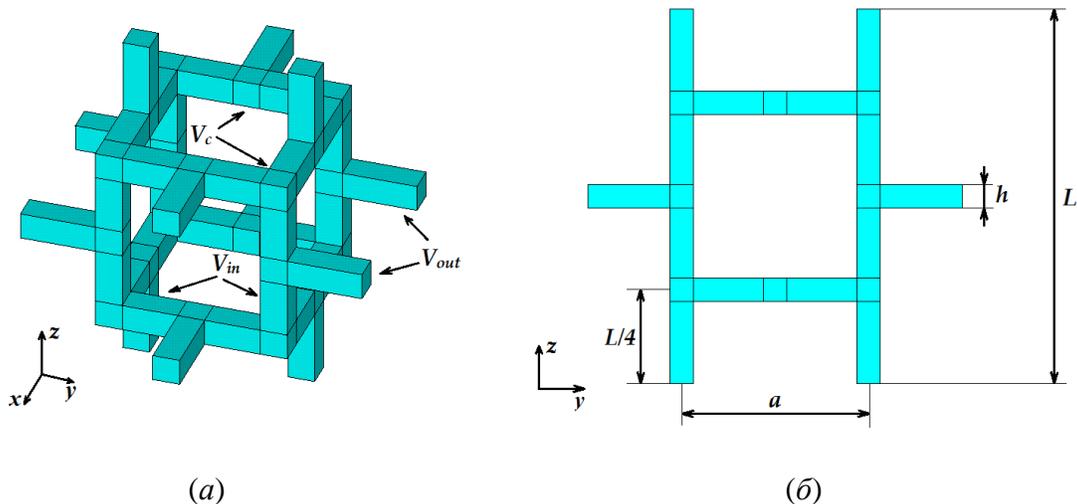


Рис. 3. Пример ячейки Гибсона-Эшби: (а) – общий вид, (б) – вид в плоскости YZ

Заметим, что при фиксированном размере каркаса пористость базовой ячейки зависит только от толщины ребер h . Следовательно, можно получить формулу, связывающую толщину ребер и пористость:

$$p = 1 + 10h^3 - 9h^2. \quad (19)$$

Задавая в (19) пористость p и решая кубическое уравнение относительно h при $0 < h < 0,5$, были получены соответствующие табличные значения зависимости толщины ребра ячейки от ее пористости.

В § 2.4 рассмотрены различные варианты конфигураций ячейки и методы построения нерегулярных решеток из таких ячеек. Нерегулярной решеткой были названы структуры, составленные из ячеек Гибсона-Эшби, размеры внутренних кубических каркасов которых выбираются случайным образом и, соответственно, могут отличаться друг от друга.

В § 2.5 представлен процесс моделирования ячеек различной геометрической конфигурации с фиксированной пористостью. В данном разделе было предложено обобщение формулы (19), при котором пористость ячейки p зависит не только от толщины ребра h , но и от размера внутреннего каркаса a , когда между этими тремя параметрами имеется связь

$$a(p, h) = \frac{(1-p)L^3}{6h^2} + \frac{5}{3}h - L, \quad (20)$$

где размер ячейки принят равным $L = 1$.

Таким образом, в новой компьютерной модели были расширены представленные ранее исследования, основанные на базовой ячейке Гибсона-Эшби.

В § 2.6 описан процесс разбиения модели конечными элементами и продемонстрирована сходимость построенной модели. В качестве элементов из библиотеки ANSYS был выбран объемный восьмиузловой гексаэдральный элемент структурного анализа SOLID185 с тремя степенями свободы перемещений в каждом узле и оболочечный четырехузловой элемент SHELL181 с шестью степенями свободы перемещений и углов поворота в каждом узле,

который при задаваемой мембранной опции также имеет только три степени свободы перемещений. Элементы первого типа необходимы для построения объемной конечно-элементной сетки, а элементы второго типа являются мембранными, и используются для построения интерфейсной сетки в модели Гуртина-Мурдоха. Для определения оптимального размера конечных элементов l_e была проведена серия численных экспериментов при различном количестве n_e объемных элементов в отдельной ячейке вдоль оси, но при фиксированной пористости $P = 90\%$ и геометрической конфигурации с безразмерными значениями $h = 0.165$, $a = 0.5$. Полученные результаты продемонстрировали сходимость представленной модели и, следовательно, ее корректность.

В § 2.7 представлен процесс моделирования мембранных элементов. В данном разделе описан алгоритм наложения мембранных элементов на интерфейсных границах объемных элементов и процесс вычисления эффективных модулей с учетом мембран. Оболочечные элементы SHELL181 с опцией мембранных напряжений генерировались здесь автоматическим образом. Для этого вначале выделялись конечные элементы с материальными свойствами пор. Полученный массив элементов по своим внешним границам покрывался ответными контактными четырехузловыми элементами TARGE170 вида QUAD. Затем контактные элементы, находящиеся на внешней границе представительного объема, удалялись, а оставшиеся контактные элементы заменялись на четырехузловые оболочечные элементы SHELL181 с опцией только мембранных напряжений.

Для оболочечных элементов необходимо было еще обеспечить тип анизотропии, согласованный с анизотропией объемных конечных элементов. Для материала гексагональной сингонии данная процедура была реализована путем перестановки коэффициентов жесткости по строкам и столбцам, соответствующим осям z и y , для оболочечных элементов, расположенных перпендикулярно плоскости изотропии Oxy . В итоге все грани соприкосновения упругих структурных элементов с порами оказывались покрытыми мембранными упругими конечными элементами, моделирующими наличие поверхностных напряжений (6)–(9) на интерфейсных границах Γ^s .

При расчетах с использованием модели с поверхностными мембранами возникают еще две проблемы. Во-первых, при рассмотрении ячейки, как совокупности основного объема и поверхностного слоя, необходимо знать физические характеристики обеих фаз, но данные по поверхностным модулям до сих пор нельзя считать полными и надежными. Во-вторых, в построенной конечно-элементной модели для мембран задаются объемный модуль Юнга E_m и толщина мембраны \tilde{h}_m . Для удобства расчетов было принято использовать безразмерную толщину мембраны $h_m = 1$. Также был введен коэффициент пропорциональности $k_{ss} = E_m/E_f$, где E_f – модуль Юнга основного материала. Мембранный элемент описывает эффект поверхностных напряжений, если $E_s = \tilde{h}_m E_m$. Таким образом, варьируя k_{ss} можно менять значения поверхностных модулей: $E_s = \tilde{h}_m k_{ss} E_f$.

В реальности поверхностный эффект возникает, когда размеры пористого композита соответствуют наномасштабу, и анализ размерности показывает, что чем больше значение k_{SS} , тем меньше размер рассматриваемого материала. Также эмпирическим путем были получены соотношения, которые связывают значения модулей на мембранах с реальными размерами ячейки.

Третья глава посвящена вычислительным экспериментам по определению эффективных модулей пористых изотропных и анизотропных упругих материалов с интерфейсными напряжениями и анализу полученных результатов.

В § 3.1 проводились численные эксперименты для композитов кубической формы. Распределение пор осуществлялось как случайным образом, так и по алгоритмам 3-3 связности из программного комплекса ACELAN-COMPOS. На границах двух фаз накладывались мембранные элементы, модули жесткости которых были пропорциональны соответствующим модулям основного материала: $c_{ij}^m = k_{SS}c_{ij}$. В данном разделе и далее для оценки и анализа численных экспериментов вычислялись относительные эффективные модули по формулам

$$r(E_i) = \frac{E_i^{eff}}{E_i^f}, \quad r(G_{\alpha\beta}) = \frac{G_{ij}^{eff}}{G_{ij}^f}, \quad r(\nu_{ij}) = \frac{\nu_{ij}^{eff}}{\nu_{ij}^f}, \quad r(c_{ij}) = \frac{c_{ij}^{eff}}{c_{ij}^f} \quad (21)$$

где E_i^{eff} , G_{ij}^{eff} , ν_{ij}^{eff} , c_{ij}^{eff} – значения эффективных модулей пористого тела, а E_i^f , G_{ij}^f , ν_{ij}^f , c_{ij}^f – соответствующие значения этих же модулей для материала матрицы композита (т.е. для тела с нулевой пористостью).

Некоторые из полученных результатов приведены на рис. 4.

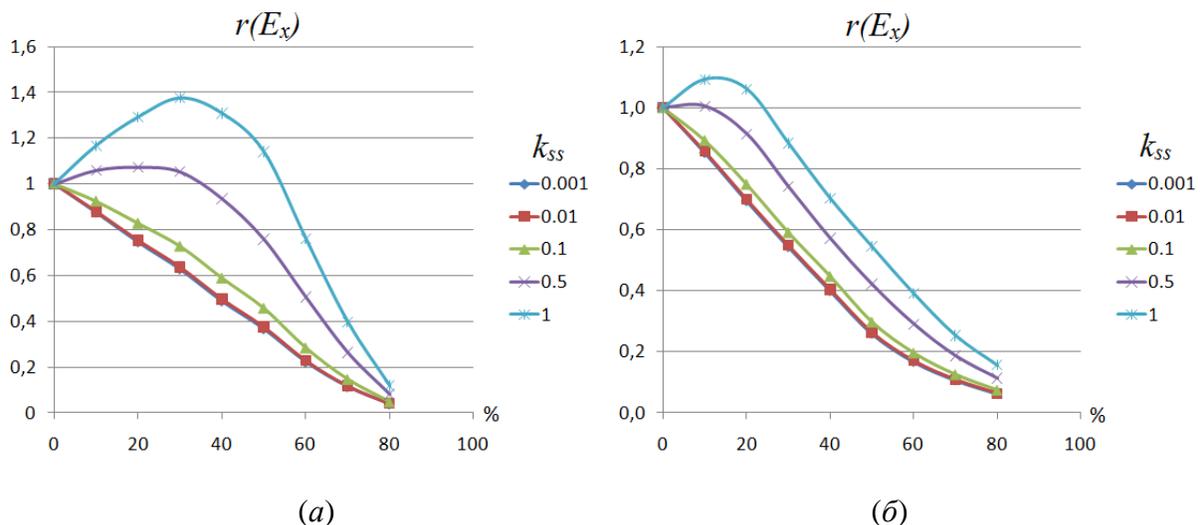


Рис. 4. Значения компоненты E_x относительного модуля Юнга от пористости при случайном расположении пор (а) и при связности 3-3 (б)

Из рис. 4 видно, что при малых значениях $k_{ss} (\leq 10^{-2})$ кривые накладываются друг на друга, что говорит о незначительном влиянии поверхностных напряжений на мембранных элементах на эффективные свойства. Также было отмечено, что при значениях коэффициента пропорциональности $k_{ss} \geq 0.1$ в построенной конечно-элементной модели проявляется поверхностный эффект, возникающий в пористых композитах в наноразмерных масштабах.

Обратим внимание, что при $k_{ss} = 0.5$ и $k_{ss} = 1$, при определенной пористости относительные значения могут быть выше единицы, то есть $r(E_i) > 1$. Данный результат демонстрирует, что при малой пористости наноразмерный материал может обладать не только более высокой жесткостью по сравнению с аналогичным пористым макроразмерным материалом, но также даже превосходить значения жесткости сплошного материала. Из разницы графиков на рис. 4а и рис. 4б можно заключить, что данный эффект проявляется сильнее при случайном распределении пор, когда при одинаковых значениях p площадь интерфейсных границ для композита со случайной пористостью больше площади интерфейсных границ для композита 3-3 связности.

В § 3.2 проводились численные эксперименты для базовой ячейки Гибсона-Эшби и для регулярных решеток, составленных из таких ячеек. Численные результаты сравнивались с аналитическими, полученными из формулы, основанной на (1):

$$r(E^{GA}) = \frac{E^{GA}}{E_f} = \left(\frac{\rho^{GA}}{\rho_f} \right)^2 = (1 - p)^2 \quad (22)$$

где p – пористость материала.

Формула (22) дает значения, близкие к значениям, вычисленным в ANSYS, но только при пористости выше 75%. Данное отклонение объясняется тем, что аналитическая модель Гибсона-Эшби основана на задаче о прогибе балки, и поэтому формула (22) справедлива только для ячеек, длина ребер которых значительно больше, чем толщина.

В § 3.3 описаны результаты проведения численных экспериментов для регулярных и нерегулярных решеток. Размеры ячеек нерегулярных решеток выбирались произвольно, в соответствии с равномерным и нормальным случайным распределением. Следует отметить, что для нерегулярных решеток размеры ячеек выбирались случайным образом, и поэтому итоговые результаты варьировались от эксперимента к эксперименту. Чтобы уменьшить влияние случайности, было выполнено по десять вычислений для каждой фиксированной толщины балки и осуществлялось дополнительное усреднение коэффициентов матрицы эффективных упругих модулей до модулей изотропного материала. Для дальнейшей обработки результатов использовались статистические методы с вычислением доверительных интервалов.

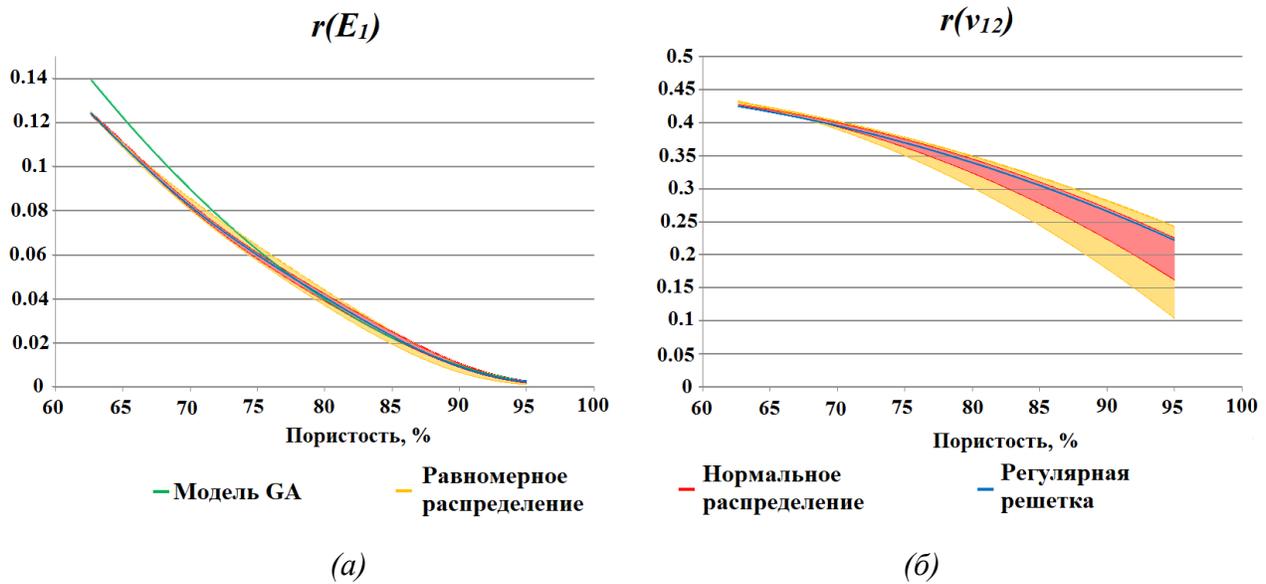


Рис. 5. Зависимости (а) – относительного модуля Юнга и (б) – коэффициента Пуассона от пористости для модели Гибсона-Эшби и для регулярных и нерегулярных решеток

Из приведенных графиков (например, из рис. 5) видно, что значения, полученные для нерегулярных решеток, могут иметь достаточно большой разброс, особенно при равномерном распределении случайной величины, однако общие тенденции изменения упругих модулей сохраняются. Особенно большой разброс эффективных значений наблюдается у коэффициента Пуассона. Это связано с тем, что данная величина в большей степени зависит от структуры материала, чем от пористости.

В § 3.4 рассмотрены результаты численных экспериментов для ячеек с различной геометрической конфигурацией. Для анализа влияния геометрии внутреннего каркаса при фиксированной пористости проводилось три численных эксперимента. Рассматривались ячейки с минимально и с максимально возможными значениями толщины h . Также рассматривалась соответствующая классической модели Гибсона-Эшби базовая ячейка, у которой размер внутреннего каркаса был равен половине полного размера $a = L/2$.

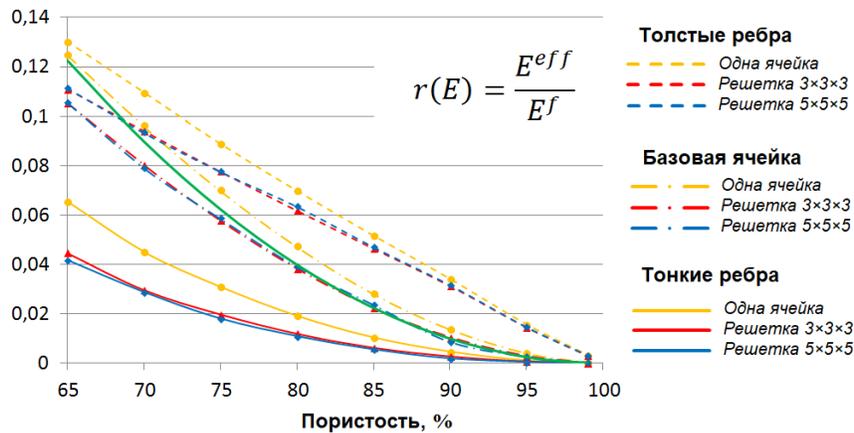


Рис. 6. Зависимости относительного модуля Юнга от пористости при различной конфигурации ячеек

Важным результатом данного численного эксперимента является заключение, что эффективные модули упругости зависят не только от пористости, как в формуле Гибсона-Эшби, но и от геометрической конфигурации самой ячейки. Так из рис. 6 видно, что при одинаковой пористости значения эффективных модулей могут существенно отличаться. Причем, при одинаковой пористости ячейка с более толстыми ребрами обладает большей жесткостью, чем ячейка с тонкими ребрами.

В § 3.5 проводились численные эксперименты для наноразмерных базовых ячеек Гибсона-Эшби. Результаты вычислений показали, что при увеличении коэффициента пропорциональности k_{ss} увеличиваются и значения эффективного модуля, т.е. здесь наблюдались такие же тенденции, как и в численных экспериментах для представительных объемов в форме куба из раздела 3.1.

Поскольку ячейки Гибсона-Эшби не инвариантны относительно поворотов вокруг осей декартовой системы координат на углы, отличные от 90° , то в §§ 3.4, 3.5 были проанализированы также зависимости коэффициента Зенера от пористости, характеризующего анизотропию для эффективного сдвигового модуля для композита с каркасом, выполненным из изотропного материала. Было отмечено, что уровень анизотропии рассматриваемых структур возрастает, причем наиболее существенно для решеток из ячеек Гибсона-Эшби с толстыми ребрами.

В § 3.6 приведены результаты исследования совместного влияния геометрической структуры и поверхностных эффектов на эффективные свойства композита. Проведенные численные эксперименты позволили выявить аналогичные тенденции, как и в рассмотренных ранее разделах. А именно, было отмечено, что с ростом коэффициента пропорциональности или с увеличением толщины ребер возрастают и эффективные модули. Также было определено, что влияние размерного эффекта на упругие характеристики пористых композитов выше, чем влияние геометрической структуры данного композита.

В заключении изложены основные результаты и выводы диссертационной работы.

1. В диссертационной работе было проведено исследование эффективных упругих свойств композитов со случайной и с частично случайной структурами пористости и пористых пенных материалов, моделируемых массивами ячеек Гибсона-Эшби с регулярной и нерегулярной структурой.
2. Исследования проведены как на макро-, так и на наноуровне по теории поверхностной упругости Гуртина-Мурдоха.
3. Разработан комплекс программ на языке APDL ANSYS, позволяющих строить представительные объемы со случайной структурой пористости, со связностью обеих фаз по алгоритмам пакета ACELAN-COMPOS, массивы ячеек Гибсона-Эшби различной конфигурации, получать из них конечно-элементные модели с управляемыми характеристиками, решать численно задачи гомогенизации и определять полный набор эффективных модулей жесткости для материалов произвольного типа анизотропии.

4. Для наноструктурированных композитов с учетом интерфейсных эффектов по модели Гуртина-Мурдоха данные программы были дополнены реализацией разработанных алгоритмов автоматической генерации интерфейсных мембранных конечных элементов, заданием материальных свойств мембранных элементов, согласованных с материальными свойствами соседствующих объемных элементов, и вычислением осредненных напряжений как по объемным элементам, так и по поверхностным.
5. Для композитов с поверхностными напряжениями со случайной и с частично-случайной структурами пористости были обнаружены тенденции, аналогичные отмеченным в работах других авторов. Например, при небольшой пористости наноразмерное тело может обладать большей жесткостью, чем тело обычных размеров. Кроме того, эффективные упругие жесткости для тел обычных размеров убывают с ростом пористости, но для наноразмерного композита данные характеристики могут как уменьшаться, так и увеличиваться.
6. Вычислительные эксперименты для нерегулярных решеток из ячеек Гибсона–Эшби показали, что может наблюдаться достаточно существенный разброс значений упругих модулей. Отмечено, что для нерегулярных решеток характерно появление геометрической анизотропии эффективных свойств композита.
7. Численные эксперименты показали, что при одинаковой пористости значения эффективных модулей могут значительно отличаться в зависимости от конфигурации ячеек Гибсона–Эшби. При одинаковой пористости ячейка с более толстыми ребрами обладает большей жесткостью, чем ячейка с тонкими ребрами.
8. Выводы, полученные для композитов с поверхностными напряжениями со случайной и с частично-случайной структурами пористости, были распространены на композиты, составленные из наноразмерных ячеек Гибсона–Эшби.
9. Численные эксперименты для комбинированных моделей показали, что поверхностные напряжения имеют большее влияние на эффективные свойства пористого композита, чем геометрическая конфигурация ячеек.

В приложении представлена программа, используемая для решения задач гомогенизации (2)–(10) для ячейки Гибсона-Эшби при учете поверхностных напряжений.

Публикации автора по теме диссертации

1. Kornievsky, A. Numerical Investigation of Mechanical Properties of Foams Modeled by Regular Gibson–Ashby Lattices with Different Internal Structures / Kornievsky A., Nasedkin A. // *Materialia*. – 2022. – Vol. 26. – P. 101563. – DOI: 10.1016/j.mtla.2022.101563.
2. Корниевский, А.С. Сравнение моделей пен, составленных из регулярных и нерегулярных массивов открытых ячеек Гибсона-Эшби / А. С. Корниевский, А. В. Наседкин // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2021. – №3. – С. 70-83. – DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.07.
3. Наседкин, А.В. Конечно-элементное моделирование эффективных свойств анизотропных упругих материалов со случайной наноразмерной пористостью / А. В.

- Наседкин, А. С. Корниевский // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10, № 4. – С. 375-387. – DOI: 10.7242/1999-6691/2017.10.4.29.
4. Kornievsky, A. Finite element study of effective moduli of nanoporous materials composed of regular Gibson-Ashby cells with surface stresses / Kornievsky A., Nasedkin A. // *Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications. Springer Proceedings in Materials*. 2023. – Vol. 20. – Ch. 22. – P. 276-289. – DOI: 10.1007/978-3-031-21572-8_22.
 5. Kornievsky, A. S. Finite element analysis of foam models based on regular and irregular arrays of cubic open cells having uniform or normal distributions / A. S. Kornievsky, A. V. Nasedkin // *Advanced Materials Modelling for Mechanical, Medical and Biological Applications. Advanced Structured Materials*. 2022. – Vol. 155. – Ch. 15. – P. 251-269. – DOI: 10.1007/978-3-030-81705-3_15.
 6. Nasedkin, A.V. Numerical investigation of effective moduli of porous elastic material with surface stresses for various structures of porous cells / A. V. Nasedkin, A. S. Kornievsky // *Wave Dynamics, Mechanics and Physics of Microstructured Metamaterials. Advanced Structured Materials*. 2019. – Vol. 109. – Ch. 15. – P. 217-228. – DOI: 10.1007/978-3-030-17470-5_15.
 7. Nasedkin, A.V. Finite element modeling and computer design of anisotropic elastic porous composites with surface stresses / A. V. Nasedkin, A. S. Kornievsky // *Wave Dynamics and Composite Mechanics for Microstructured Materials and Metamaterials. Advanced Structured Materials*. 2017. – Vol. 59. – Ch. 6. – P. 107-122. – DOI: 10.1007/978-981-10-3797-9_6.
 8. Nasedkin, A.V. Finite element homogenization of elastic materials with open porosity at different scale levels / A. V. Nasedkin, A. S. Kornievsky // *AIP Conference Proceedings*. – 2018. – Vol. 2046. – P. 020064. – DOI: 10.1063/1.5081584.
 9. Nasedkin, A.V. Modeling of nanostructured porous thermoelastic composites with surface effects / A. V. Nasedkin, A. A. Nasedkina, A. S. Kornievsky // *AIP Conference Proceedings*. – 2017. – Vol. 1798. – P. 020110. – DOI: 10.1063/1.4972702.
 10. Nasedkin, A.V. Finite element modeling of effective properties of nanoporous thermoelastic composites with surface effects / A. V. Nasedkin, A. A. Nasedkina, A. S. Kornievsky // *Proceedings of the 7th International Conference on Coupled Problems in Science and Engineering, COUPLED PROBLEMS 2017*. – 2017. – P. 1140-1151. – Режим доступа: <http://congress.cimne.com/coupled2017/frontal/Doc/Ebook2017.pdf>.
 11. Корниевский, А.С. Численное моделирование пенообразных материалов при различной конфигурации ячеек Гибсона–Эшби / А. С. Корниевский // *Современные информационные технологии: тенденции и перспективы развития: материалы XXVIII научной конференции, (Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, 13 – 15 мая 2021 г.)*. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2021. – С. 219-222.
 12. Корниевский, А.С. Численное исследование эффективных свойств анизотропных упругих композитов со случайной и с открытой пористостью при учете поверхностных

- напряжений / А. С. Корниевский // Современные проблемы механики сплошной среды: труды XIX Международной конференции (Ростов-на-Дону, 15–18 октября 2018 г.): в 2 т. Т. 2. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2018. – С. 138-142.
13. Корниевский, А.С. Конечно-элементная гомогенизация нанопористого упругого материала гексагонального класса симметрии с учетом поверхностных эффектов / А. С. Корниевский, А. В. Наседкин // Инновационные технологии в науке и образовании (ИТНО-2018): материалы VI Международной научно-практической конференции (с. Дивноморское, 5-9 сентября 2018 г.). – Ростов-на-Дону: ДГТУ-Принт, 2018. – С. 290-295.
 14. Корниевский, А.С. Конечно-элементный анализ наноструктурированных пористых термоупругих композитов с поверхностными эффектами / Корниевский А. С., Наседкин А. В., Наседкина А. А. // Современные проблемы механики сплошной среды: труды XVIII Международной конференции (Ростов-на-Дону, 7–10 ноября 2016 г.) : в 2 т. Т. 2. – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2016. – С. 25-29.
 15. Корниевский, А.С. Конечно-элементное моделирование высокопористых наноразмерных материалов, основанных на ячейке Гибсона-Эшби, с учетом поверхностных напряжений / А. С. Корниевский // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: тезисы докладов XVI Всероссийской школы, (пос. Дивноморское, 26 мая — 31 мая 2022 г.). – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2022. – С. 51.
 16. Корниевский, А.С. Конечно-элементное моделирование высокопористых материалов, составленных из регулярных ячеек Гибсона – Эшби различной конфигурации / А. С. Корниевский // XVIII Ежегодная молодежная научная конференция «Наука Юга России: достижения и перспективы», 18–29 апреля 2022 г.: тезисы докладов. – Ростов-на-Дону: ЮНЦ РАН, 2022 – С. 241.
 17. Компьютерный анализ эффективных свойств пенообразных пьезоэлектрических материалов / А. В. Наседкин, А. И. Волков, А. С. Корниевский, Я. В. Толмачева // Сборник тезисов XXII Всероссийской конференции по физике сегнетоэлектриков (ВКС-XXII), (Екатеринбург, 25-28 августа 2021 г.). – Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2021. – С. 110.
 18. Корниевский, А.С. Конечно-элементное моделирование пен, основанных на ячейках Гибсона — Эшби, с регулярными и нерегулярными решетками / А. С. Корниевский // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: тезисы докладов XV Всероссийской школы, (с. Дивноморское, 26 мая – 31 мая 2021 г.), – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2021. – С. 81.
 19. Kornievsky, A.S. Computer Investigation of Nanoporous Elastic Composites with Various Sizes and Structure of Pores / A. S. Kornievsky, A. V. Nasedkin // 2020 International

- Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA 2020), Kitakyushu, Japan, March 26–29, 2021: Abstracts & Schedule. – Rostov-on-Don; Taganrog: Southern Federal University Press. – P. 152.
20. Корниевский, А.С. Конечно-элементный анализ пен, моделируемых регулярными и нерегулярными решетками из ячеек Гибсона-Эшби / Корниевский А. С., Наседкин А. В. // XXII Зимняя школа по механике сплошных сред, 22-26 марта 2021г.: тезисы докладов. – Пермь, 2021. – С. 176.
 21. Корниевский, А.С. Численный анализ высокопористых структур с регулярной и нерегулярной решетками, основанными на ячейках Гибсона – Эшби / А. С. Корниевский // Наука и технологии Юга России: XVII Ежегодная молодежная научная конференция, г. Ростов-на-Дону, 15–30 апреля 2021 г.: тезисы докладов. – Ростов-на-Дону: ЮНЦ РАН, 2021. – С. 269.
 22. Корниевский, А.С. Численное исследование эффективных модулей пористого упругого материала с поверхностными напряжениями в кубической ячейке с различными формами пор / А. С. Корниевский // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: тезисы докладов XIV Всероссийской школы (с. Дивноморское, 27-31 мая 2019 г.). – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2019. – С. 85.
 23. Корниевский, А.С. Численное исследование эффективных свойств анизотропных упругих композитов со случайной и с открытой пористостью при учете поверхностных напряжений / А. С. Корниевский // Современные проблемы механики сплошной среды: тезисы докладов XIX Международной конференции, Ростов-на-Дону, 15-18 октября 2018 года. – Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2018. – С. 73.
 24. Наседкин, А.В. Анализ эффективных модулей нанопористых упругих материалов на основе безразмерного конечно-элементного моделирования и поверхностных эффектов / А. В. Наседкин, А. С. Корниевский // XII Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций», (Екатеринбург, 21–25 мая 2018 г.): сборник материалов. – Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН, 2018. – С. 259.
 25. Nasedkin, A.V. Modeling of increased stiffness for anisotropic nanoporous composites based on ANSYS finite element software / A. V. Nasedkin, A. S. Kornievsky // XXVII International conference “Mathematical and computer simulation in mechanics of solids and structures - MCM 2017”. Fundamentals of static and dynamic fracture, September 25-27, 2017, Saint Petersburg, Russia: book of abstracts. – Saint Petersburg: VVM publ., [2017]. – P. 143-144.
 26. Nasedkin, A.V. Modeling of Nanostructured Porous Piezoceramics with Membrane and Volumetric Elements Taking into Account Surface Effects / A. V. Nasedkin, A. A. Nasedkina, A. S. Kornievsky // 2017 International Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA 2017), Jabalpur, India, October 14-16, 2017: Abstracts & Schedule. – Jabalpur, India: PDPM Indian Institute of Information Technology, Design and Manufacturing, Jabalpur, India. P. 161-162.

27. Корниевский, А.С. Компьютерное моделирование эффективных упругих свойств бериллия со случайной наноразмерной пористостью с учетом поверхностных напряжений Гуртина-Мурдоха / А. С. Корниевский // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: тезисы докладов XII Всероссийской школы-семинара, (пос. Дивноморское, 29 мая – 3 июня 2017 г.). – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2017. – С. 74.
28. Корниевский, А.С. Модели гомогенизации смесевых композитов с пограничными свойствами в межфазных зонах / Корниевский А. С., Наседкин А. В., Наседкина А. А. // Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования: тезисы докладов XIV Международной научной конференции (с. Цей, 3-8 июля 2017 г.). – Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2017. – С. 154-155. – Режим доступа: http://smath.ru/upload/iblock/034/sborka_tez_tcey_30062017.pdf.
29. Корниевский, А.С. Конечно-элементный анализ наноструктурированных пористых термоупругих композитов с поверхностными эффектами / Корниевский А. С., Наседкин А. В., Наседкина А. А. // Современные проблемы механики сплошной среды: тезисы докладов XVIII Международной конференции, Ростов-на-Дону, 7-10 ноября 2016 года. – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2016. – С. 103.
30. Корниевский, А.С. Моделирование наноразмерного пористого упругого тела с учетом поверхностных напряжений в пакете ANSYS / А. С. Корниевский // XII Ежегодная научная конференция студентов и аспирантов базовых кафедр Южного научного центра РАН, г. Ростов-на-Дону, 15-28 апреля 2016 г.: тезисы докладов. – Ростов-на-Дону: ЮНЦ РАН, 2016. – С. 291-292.
31. Корниевский, А.С. Моделирование в ANSYS пористых композитов с учетом поверхностных напряжений / А. С. Корниевский, А. В. Наседкин // Мехмат: студенческая наука – 2015: в 2 ч. Ч.2. – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2015. – С. 51-53.

Корниевский Александр Сергеевич

Моделирование и определение эффективных свойств пористых анизотропных упругих материалов с учетом внутренней структуры и поверхностных напряжений

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____.2023 г.

Бумага офсетная. Формат 60x84 1/16. Тираж 110 экз.

Усл. печ. лист. 1,0. Уч. изд. л. 1,0. Заказ №_____.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
Издательско-полиграфического комплекса КИВИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ.

3440090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, тел. (863) 243-41-66.