

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский
Томский политехнический университет»

На правах рукописи



Колпашиков Дмитрий Юрьевич

**Метод и алгоритмы обратной кинематики и планирования
движения для многосекционных непрерывных роботов**

Специальность: 2.5.4 – «Роботы, мехатроника и робототехнические системы»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
Доктор технических наук, профессор
Гергет Ольга Михайловна

Томск – 2023 г.

Список обозначений

φ, ω	–	Углы поворота секции
θ	–	Угол изгиба секции – угол между касательными в начале и конце секции
N	–	Количество секций в роботе
M	–	Количество подсекций в секции
J	–	Матрица Якоби
S	–	Длина секции изгиба
S_C	–	Длина постоянной части секции
S_Δ	–	Максимальная длина переменной части секции
S'_Δ	–	Текущая длина переменной части секции
W	–	Вес подсекции по длине
w	–	Вес подсекции по углу изгиба
α	–	Угол между хордой и касательной к началу секции (угол хорды)
ε_L	–	Линейный допуск
ε_A	–	Угловой допуск
L	–	Длина звена касательной
k	–	Отношение между углом изгиба и углом хорды: $\theta = k \cdot \alpha$
θ_{max}	–	Глобальный максимум угла изгиба – максимально возможный угол изгиба секции при S_Δ
θ_{crit}	–	Критический угол изгиба
θ'_{max}	–	Локальный максимум угла изгиба, максимально возможный угол изгиба секции при S'_Δ

Оглавление

Оглавление	3
Введение.....	5
Глава 1. Актуальность исследования, обзор и анализ решений прямой и обратной задач кинематики непрерывных роботов	12
1.1. Актуальность исследования.....	12
1.2. Обзор методов решения прямой задачи кинематики.....	16
1.2.1. Геометрические подходы	16
1.2.2. Механические подходы.....	22
1.2.3. Подходы, основанные на обучении	25
1.3. Обзор методов обратной кинематики.....	26
1.3.1. Аналитические решения.....	27
1.3.2. Численные методы.....	29
1.3.3. Решения, основанные на обучении	37
1.4. Обзор методов планирования движения и уклонения от препятствий.....	38
Выводы по первой главе.....	41
Глава 2. Разработка метода и алгоритмов обратной кинематики и планирования движения для многосекционных непрерывных роботов	43
2.1. Допущения и ограничения	43
2.2. Прямая кинематика.....	46
2.3. Обратная кинематика.....	48
2.3.1 Метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба	48
2.3.2 Алгоритм решения обратной задачи кинематики для многосекционного робота	55
2.4 Алгоритм для предотвращения столкновений непрерывного робота с препятствием	59

2.5 Алгоритм планирования движения непрерывных роботов с огибанием препятствий.....	62
Выводы по второй главе	65
Глава 3. Результаты применения разработанных метода и алгоритмов в симуляции	67
3.1. Проверка работоспособности метода и алгоритмов обратной кинематики для многосекционного непрерывного робота	67
3.1.1. Оценка работоспособности предложенного метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба	67
3.1.2. Оценка работоспособности предложенного алгоритма FABRIKх.....	73
3.1.3. Сравнение результатов решения обратной задачи кинематики разработанного алгоритма и алгоритма использующего матрицы Якоби.....	82
3.1.4. Сравнение результатов решения обратной задачи кинематики разработанного алгоритмов использующих FABRIK.....	83
3.1.5. Результат решения обратной задачи кинематики для многосекционных роботов с различным составом секций изгиба.....	88
3.1.6. Сравнение результатов решения обратной задачи кинематики для непрерывных роботов переменной кривизны	91
3.2. Проверка алгоритма уклонения от препятствий	96
3.3. Проверка работоспособности алгоритма огибания препятствий.....	97
Выводы по третьей главе.....	99
Заключение	102
Список литературы	104
ПРИЛОЖЕНИЕ А	120
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	125

Введение

Актуальность темы исследования.

Непрерывные роботы, так же известные как мягкие роботы, двигаются в пространстве за счет упругой деформации собственного тела. Данное свойство позволяет им проникать в труднодоступные места, избегая столкновений с препятствиями, или маневрировать за счет контакта с препятствиями, осуществляя захват объектов без дополнительной оснастки.

Однако, большие деформации в упругой зоне обуславливают сложное и нелинейное поведение непрерывных роботов, что значительно усложняет их кинематику по сравнению с традиционными роботами из жестких звеньев.

В связи со сложностью моделирования, непрерывные роботы управляются напрямую оператором. Для обеспечения автоматического управления и планирования движения в реальном времени с учетом окружающих препятствий необходимы методы и алгоритмы, способные точно и быстро решать прямую и обратную задачи кинематики.

В настоящее время для решения прямой задачи кинематики существует множество подходов, которые можно условно сгруппировать на: геометрические; механические; основанные на обучении. Среди них следует выделить те, что используют допущение о кусочно-постоянной кривизне с допущением об отсутствии деформации кручения. Такие подходы позволяют достичь компромисса между точностью и скоростью, а также могут быть применены к большинству конструкций непрерывных роботов.

Для обратной задачи кинематики также существует широкое многообразие решений. Условно их можно разделить на: аналитические; численные; основанные на обучении. Аналитические решения обратной задачи кинематики представляют собой математические выражения, в которых применяется конечное число математических операций. Аналитические решения наиболее предпочтительны, поскольку позволяют наиболее быстро определить все возможные решения. Однако, получение разрешимого аналитического выражения, особенно для

многосекционных непрерывных роботов с переменной кривизной, не всегда возможно. Подходы, основанные на обучении, используют данные реального робота для создания модели, на основе которой можно предсказать решение обратной задачи кинематики. Этот подход не требует предварительных знаний о роботе и позволяет быстро и точно решать обратную задачу кинематики. Однако такая модель не масштабируема и не универсальна. В связи с этим для каждой новой конструкции робота требуется обучать новую модель. Численные методы решают обратную задачу кинематики как задачу оптимизации и достигают приближенного решения с заданной точностью, однако для них заранее неизвестно время сходимости для получения решения.

Несмотря на достигнутые результаты, все вышеперечисленные методы решения обратной задачи кинематики имеют как минимум один из следующих недостатков: низкая надежность; не способность работать в режиме реального времени; высокая вычислительная сложность; отсутствие масштабируемости; работа только с позиционной составляющей, а также введение допущений не позволяют достаточно точно моделировать робота. Перечисленные выше недостатки сдерживают развитие непрерывных роботов и негативно влияют на возможность планировать движение в пространствах с препятствиями. Основным способом планирования движения с уклонением от препятствий для непрерывных роботов является использование модификаций алгоритмов, применяемых для планирования движения жестких роботов. Заметим, что алгоритмы, позволяющие маневрировать через контакты с препятствиями и осуществлять захват объектов, проработаны слабо.

В связи с этим не вызывает сомнений актуальность разработки новых методов и алгоритмов решения обратной задачи кинематики и планирования движения для непрерывных роботов.

Степень разработанности темы исследования. Развитие методов и алгоритмов решения обратной задачи кинематики для непрерывных роботов во многом обусловлено достижениями зарубежных ученых: G. Robinson, J. B. C. Davies, R. J. Webster, B. A. Jones, I. D. Walker, G. S. Chirikjian, J. W. Burdick, J.

Burgner-Kahrs, P. Sears, P. Dupont, I. S. Godage, T. Mahl, T. D. Nguyen, D. C. Rucker, D. B. Camarillo, S. Neppalli, M. A., Z. Li, R. Du, S. Djefal, A. Amouri, H. Mochiyama, E. Shimemura, H. Kobayashi, C. Mahfoudi и многие другие. Среди отечественных исследователей можно выделить: Романов В. В., Шутин Д. В., Пилипенко А. В., Щелкунов Е. Б., Виноградов С. В., Щелкунова М. Е и др.

Среди методов решения обратной задачи кинематики наиболее распространённым является метод, основанный на построении матрицы Якоби. Однако, наиболее перспективным является использование алгоритма FABRIK (Forward And Backward Reaching Inverse Kinematics). Для планирования движения в основном используются модификации алгоритмов планирования движения для жестких роботов.

Объект исследования: непрерывные роботы.

Предмет исследования: метод и алгоритмы решения обратной задачи кинематики и планирования движения для непрерывных роботов.

Целью диссертационной работы является разработка эффективных метода и алгоритмов решения обратной задачи кинематики и планирования движения для непрерывных роботов.

Научная задача, решаемая в диссертации – разработка метода и алгоритмов решения обратной задачи кинематики и планирования движения, обеспечивающих минимальное время при максимальной доле успешных решений.

Для достижения поставленной цели и решения научной задачи необходимо:

1. Провести анализ существующих методов и алгоритмов решения прямой и обратной задач кинематики и планирования движения для непрерывных роботов.
2. Разработать метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба с переменной кривизной, переменной длиной и возможностью линейного смещения базы.
3. Разработать алгоритм решения обратной задачи кинематики для многосекционного непрерывного робота на основе разработанного метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба.

4. Разработать алгоритм планирования движения на основе разработанного решения обратной задачи кинематики, реализация которого позволит предотвращать столкновения непрерывного робота со статическими препятствиями.

5. Разработать алгоритм планирования движения на основе разработанного решения обратной задачи кинематики, реализация которого позволит учитывать способность робота маневрировать при столкновении с препятствием.

6. Разработать программное обеспечение и провести вычислительные эксперименты с целью оценки результатов, полученных на основе предлагаемых метода и алгоритмов.

Методы исследования. Проведенные и представленные в работе исследования основаны на использовании метода аналитической геометрии, алгебры, статистического анализа, вычислительной математики, прикладного программирования, математического и имитационного моделирования.

Научная новизна работы состоит в том, что в ней разработаны:

1. Новый метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба непрерывного робота с переменной кривизной, переменной длиной и возможностью линейного смещения базы, **отличающийся** от существующих итеративным поиском отношения между углом хорды (угол между хордой и касательной к началу секции) и углом изгиба и итеративным подбором линейного смещения базы.

2. Новый алгоритм решения обратной задачи кинематики для многосекционных непрерывных роботов (FABIKx), в основе которого лежит модифицированный алгоритм FABRIK, **отличающийся** от существующих использованием касательных (для определения предварительной позы робота) и хорд (для определения конфигурации и истинной позы робота через алгоритмы прямой и обратной кинематики одиночной секции).

3. Новый алгоритм планирования движения на основе разработанного алгоритма FABRIKx, который позволяет предотвращать столкновения с

препятствиями, **отличающийся** использованием виртуальных звеньев при описании непрерывных роботов.

4. Новый алгоритм планирования движения, который позволяет учитывать способность непрерывных роботов маневрировать при контакте с препятствием, **отличающийся** от существующих использованием способности непрерывных роботов маневрировать при контакте с препятствиями.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработанный метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба позволяет решать обратную задачу кинематики для секций с переменной кривизной, переменной длиной и возможностью линейного смещения базы в режиме реального времени.

2. Предложенный алгоритм FABRIKx обеспечивает минимальное время при максимальной доле успешных решений задач обратной кинематики для многосекционного непрерывного робота.

3. Разработанный алгоритм планирования движения непрерывного робота, на основе алгоритма FABRIKx, обеспечивает: уклонение от столкновений с препятствиями и маневрирование через контакты с препятствиями, в режиме реального времени.

Теоретическая значимость исследования заключается в развитии и совершенствовании методов и алгоритмов управления непрерывными роботами. Автором доказано, что разработанный метод и алгоритм решения обратной задачи кинематики превосходят аналоги по скорости работы и по доле успешных решений, а разработанные алгоритмы планирования движения имеют высокую эффективность и способны работать в реальном времени.

Практическая значимость. Разработанные алгоритмические и программные средства предназначены для решения обратной задачи кинематики и планирования движения многосекционных непрерывных роботов в режиме реального времени. Использование предложенных метода и алгоритмов позволило осуществить уклонение от препятствий в режиме реального времени и планировать движение, учитывая возможность робота маневрировать, используя контакты с

препятствиями. Внедрение разработанных метода и алгоритмов в программное обеспечение, установленное для проведения работ в области неразрушающего контроля в ООО «Инспайр», дало возможность увеличить маневренность робота при оценке дефектов деталей.

Реализация и внедрение результатов. Результаты диссертационного исследования использовались при выполнении: х/д 15.10-421 от 18.10.2021 «Реализация алгоритмов управления роботизированной системой на прототипе программно-аппаратного комплекса», гранта РФФИ 20-38-90143 «Методы планирования и управления движением непрерывного робота при учете контактов робота с препятствиями». Проведена адаптация предложенных алгоритмов и метода на базе: ООО «Инспайр», г. Томск (акт о внедрении от 26.05.2021).

Апробация. Основные результаты, представленные в диссертации, докладывались и обсуждались на конференциях: 18th International Conference on Mechatronics «Mechatronika 2018» (Брно, 2018); XV и XVI Международных научно-практических конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и современные информационные технологии» (Томск, 2017 и 2018); «2019 Twelfth International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD)» (Москва, 2019); XIV международная конференция по электромеханике и робототехнике «Завалишинские чтения 2019» (Курск, 2019); III Международная научная конференция по проблемам управления в технических системах (ПУТС-2019) (Санкт-Петербург, 2019).

Личное участие автора. Автором лично предложены метод и алгоритм решения обратной задачи кинематики и алгоритмы планирования движения представленные в диссертации. Автором лично реализован программный продукт на основе разработанных метода и алгоритма и проведены эксперименты.

Достоверность и обоснованность диссертационной работы обеспечивается корректностью постановок задач, строгостью применения математического аппарата, результатами компьютерного моделирования.

Публикации. По материалам работы опубликовано 13 научных работ, из них: 3 статьи опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК; 9 публикаций из

источников, индексируемых в базах Scopus и Web of Science. Оформлен 1 патент и 3 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 147 наименований и 2 приложений. Содержание работы составляет 126 страниц текста, 33 рисунков и 13 таблиц.

Соответствие паспорту специальности. Диссертация соответствует п. 5 («Методы, алгоритмы, программные и аппаратные средства управления роботами, робототехническими и мехатронными системами, включая адаптивное, оптимальное, распределенное, интеллектуальное и супервизорное управление») в части «Методы и алгоритмы управления роботами, робототехническими и мехатронными системами» паспорта специальности 2.5.4 – «Роботы, мехатроника и робототехнические системы», технические науки.

Глава 1. Актуальность исследования, обзор и анализ решений прямой и обратной задач кинематики непрерывных роботов

1.1. Актуальность исследования

Робот – исполнительный механизм, программируемый по двум или более степеням подвижности, обладающий определенной степенью автономности и способный перемещаться во внешней среде с целью выполнения задач по назначению [1]. В настоящее время роботы являются важными компонентами автоматизированных систем. Они расширяют возможности людей или заменяют их в различных областях, таких как уборка [2], спасательные операции [3], операции под водой [4] и в открытом космосе [5,6], обеспечение бытовых нужд [7], сфера обслуживания [8], развлечения [9], образование [10,11], производство [12], здравоохранение [13,14], военное дело [15] и т. д.

Наиболее распространенными роботами являются роботы-манипуляторы. Они предназначены для работы в структурированном и хорошо известном пространстве, где легко предсказать результат взаимодействия робота с внешней средой. В средах, о структуре которых заранее ничего не известно, использование традиционных роботов с жесткими звеньями осложнено или вовсе невозможно из-за нежелательных столкновений, которые могут нанести ущерб роботу или объектам среды. Нежелательные столкновения могут также возникнуть в динамических средах, для которых отсутствуют модели, достаточно полно описывающие среду и ее взаимодействие с роботом. Также проблематично использовать роботов с жесткими звеньями в известных и структурированных средах со множеством препятствий.

Для работы в средах, где высока вероятность нежелательного столкновения, более эффективным является использование роботов с избыточным числом степеней свободы. Избыточные степени свободы позволяют роботу достигать цели несколькими способами и маневрировать, избегая столкновений с препятствиями. Однако увеличение степеней свободы требует разработки более сложных и ресурсоемких алгоритмов управления, а также повышает стоимость робота.

В 1999 G. Robinson и J.B.C. Davies впервые ввели термин непрерывный робот для описания экстремального случая гиперизбыточного робота [16], хотя структуры схожие с непрерывными роботами были известны с 1960х годов, когда создавались роботы, имитирующие особенности позвоночников змей [17]. Непрерывный робот – это гиперизбыточный робот, который представляет собой единую непрерывную (неделимую) структуру, состоящую из бесконечного числа вращательных шарниров, которых нельзя четко выделить, и жестких звеньев между ними, длина которых стремится к нулю [18].

Такая конструкция обеспечивает непрерывного робота бесконечным числом степеней свободы, наличие которых позволяет такому роботу изгибаться в любой точке своего тела, тем самым обеспечивая максимально возможную маневренность. Поскольку структура робота едина и непрерывна, то все элементы связаны между собой и воздействие на один элемент приводит к воздействию на остальные. Как следствие, роботы с описанной структурой совершают движение с помощью упругой деформации собственного тела целиком или его части.

Непрерывные роботы конструируются таким образом, чтобы оставаться в зоне упругой деформации, даже несмотря на большую относительную деформацию, и при этом гибкими, то есть легко деформируемыми. Большие относительные деформации обеспечивают большую рабочую область, а гибкость необходима для того, чтобы усилие необходимое для деформации было небольшим. Этим они кардинально отличаются от традиционных жестких роботов, которые конструируются так, чтобы деформации во время эксплуатации были минимальны даже при высоких нагрузках.

Таким образом жёсткие роботы и непрерывные роботы по-разному взаимодействуют с препятствиями во время столкновения. В случае, если жёсткий робот сталкивается с препятствием, дальнейшее движение в сторону препятствия без появления пластических деформаций у робота или препятствия невозможно. Непрерывный робот во время столкновения с препятствием способен адаптировать свою форму под действием внешних нагрузок [19,20]. Эта особенность позволяет непрерывным роботам осуществлять захват объектов произвольной формы,

используя собственное тело, тогда как жестким роботам для этого требуется специальная оснастка (рисунок 1.1). Также это свойство позволяет непрерывным роботам функционировать в пространствах со множеством препятствий без ущерба для себя и окружающих объектов (рисунок 1.2).



Рисунок 1.1 – Непрерывный манипулятор осуществляет захват объекта [19]

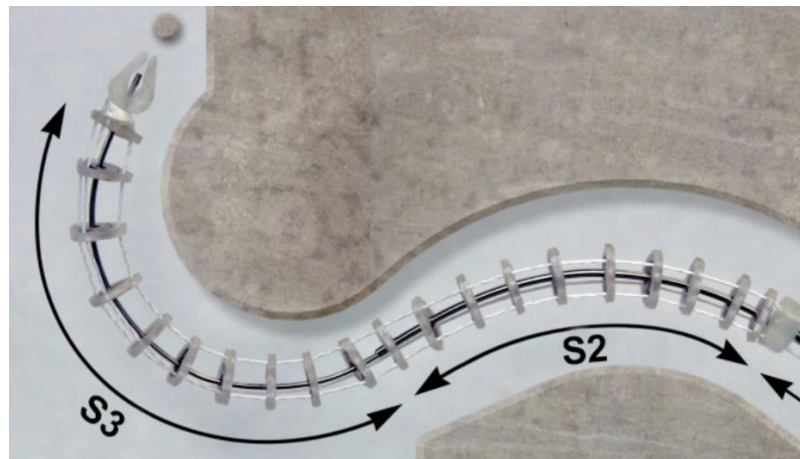


Рисунок 1.2 – Непрерывный манипулятор проходит через пространство с препятствиями без столкновений [21]

Конструкция непрерывного робота оказывает влияние на их кинематику и способ управления. Наиболее простыми являются серийные непрерывные роботы, которые состоят из последовательно соединенных секций изгиба постоянной длины изгиба (см. рисунок 1.1) [22,23]. Длина изгиба – расстояние вдоль нейтральной линии секции от базы секции до точки приложения силы. Более редкими и сложными являются секции, способные менять свою длины изгиба. Секция может менять свою длину увеличивая или уменьшая себя (секции переменной длины) [21,24,25] (см. рисунок 1.2), также может иметь

телескопическое соединение, когда один непрерывный робот является управляемой оболочкой для другого непрерывного робота [26]. Различие рабочих областей непрерывных роботов показаны на рисунок 1.3.

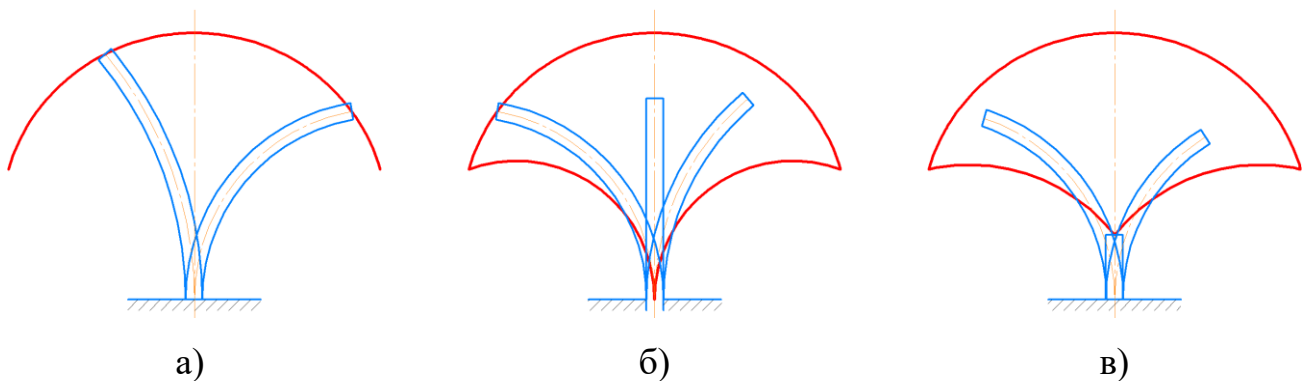


Рисунок 1.3 – Рабочие области непрерывных роботов. Выделенные красным цветом кривые определяют поверхность вращения рабочей области. Красные замкнутые контуры – тела вращения рабочей области. а) Непрерывный робот с постоянной длиной секции. б) Телескопический непрерывный робот. в) Робот с переменной длиной секции.

Для дополнительного увеличения манёвренности или рабочей области, между секциями могут быть помещены дополнительные жесткие звенья и/или шарниры. Также шарниры могут быть помещены внутрь секции изгиба переменной длины [27]. В этом случае при минимальной длине секции изгиба, секция перестает быть непрерывной и рассматривается с позиции двух жестких звеньев с шарниром между ними.

Непрерывные роботы различаются исполнительными механизмами: сплавы с памятью формы, нити, пневматические актуаторы и т.д. [28]. Некоторые из этих механизмов также способны оказывать влияние на кинематику робота. Например, непрерывный робот с пневматическим активатором вовремя изгиба также может менять свою длину.

Благодаря этим особенностям, а также малым габаритам, непрерывные роботы активно используются в средах со сложной геометрией для различных манипуляций. В промышленности они применяются для механической обработки [29], неразрушающего контроля и ремонта внутри газотурбинных двигателей

[30,31] и ядерных реакторов [32], в опасных для человека средах – в открытом космосе [33,34] и под водой [35]. Также непрерывные роботы предложены для использования в спасательных операциях [36] и строительстве [37].

Основной сферой применения непрерывных роботов на данный момент является медицинская робототехника [38]. Они используются в качестве эндоскопов, средств доставки лекарств и хирургических инструментов для проведения малоинвазивных операций. Области применения включают, но не ограничиваются такими областями медицины как нейрохирургия [39], отоларингология [40], сердечно-сосудистая хирургия [41–43], урология [44], офтальмохирургия [45] и колоноскопия [46].

1.2. Обзор методов решения прямой задачи кинематики

Прямая задача кинематики – определение пространственного положения и ориентации элементов робота исходя из его конфигурации. С точки зрения решения прямой задачи кинематики, непрерывные роботы сильно отличаются от традиционных жестких роботов. У жестких роботов конфигурация определяется через конечное число кинематических пар, из которых состоит робот. Непрерывные роботы состоят из бесконечного числа взаимосвязанных кинематических пар. При этом, поскольку секция изгиба представляют из собой единую структуру, то изменение конфигурации одного элемента приводит к цепному изменению конфигурации соседних элементов. Все вышеперечисленное значительно усложняет моделирование непрерывных роботов по сравнению с жесткими роботами.

На данный момент разработано множество подходов для описания прямой кинематики непрерывных роботов. Условно их можно разделить на несколько групп: геометрические, механические и основанные на обучении.

1.2.1. Геометрические подходы

В основе геометрических подходов лежит упрощение непрерывного робота до виртуального жесткого робота, состоящего из конечного числа звеньев и

шарниров или простых кривых. Все геометрические подходы являются в той или иной степени приближенными, поэтому реальная форма нейтральной оси робота не всегда совпадает с расчетной. Также эти подходы не способны учитывать внешние и внутренние нагрузки, которые могут оказать значительное влияние на форму нейтральной оси робота.

Первые подходы к моделированию непрерывных роботов пришли из области кинематики гиперизбыточных роботов. В частности, в работе [47] для решения прямой задачи кинематики для гиперизбыточного робота его ось была представлена в виде кривой, что позволило определить положение и ориентацию конечного элемента через уравнение кривой, которое в свою очередь определяется через сумму конечного числа модальных функций: тригонометрических [47] или вейвлет преобразования [48]. Основным преимуществом такого подхода является то, что для описания кривой нейтральной оси пользователь может выбрать любой удобный набор функций [19]. Однако, для достижения многих форм нейтральной оси может потребоваться бесконечное число модальных функций и при этом существует возможность того, что даже бесконечного числа модальных функций может быть недостаточно для формирования произвольной нейтральной оси. Альтернативным вариантом описания нейтральной оси робота является использование репера Френе [49,50].

Дальнейшее развитие геометрических методов связано с допущением о постоянстве кривизны. Допущение о постоянстве кривизны, говорит о том, что если секция построена оптимально, то она будет изгибаться так, что кривизна и кручение будут постоянны по всей длине нейтральной оси [51]. Это свойство присуще всем непрерывным роботам в независимости от конструкции [19], подтверждено экспериментально [52] и описывает форму непрерывного робота достаточно хорошо, чтобы на основе этого допущения можно было генерировать данные для улучшения качества сегментации катетера в сердце [53]. Свойство постоянства кривизны возникает как естественный результат механических взаимодействий внутри секции робота во время изгиба и выражается в том, что

кривизна нейтральной оси отдельной секции изгиба непрерывного робота постоянна по всей длине секции:

$$k = 1/r = \text{const} \quad (1.1)$$

где k – кривизна, r – радиус кривизны.

Вместе с этим допущением, также используется допущение о том, что конструкция робота исключает возможность деформации кручения. Эти предположения позволяют нам представить кривую изгиба нейтральной оси робота как дугу круга.

Использование в работе [51] дуги круга как основы для нейтральной оси позволило представить секцию изгиба непрерывного робота через виртуального жесткого робота (см. рисунок 1.4), состоящего от трех до пяти вращательных шарниров и одного жесткого звена переменной длины. Дуга начинается из базы секции, ось Z базы является касательной к дуге (прямая секция лежит на оси Z), ось Y базы является нормалью к плоскости, в которой совершается изгиб.

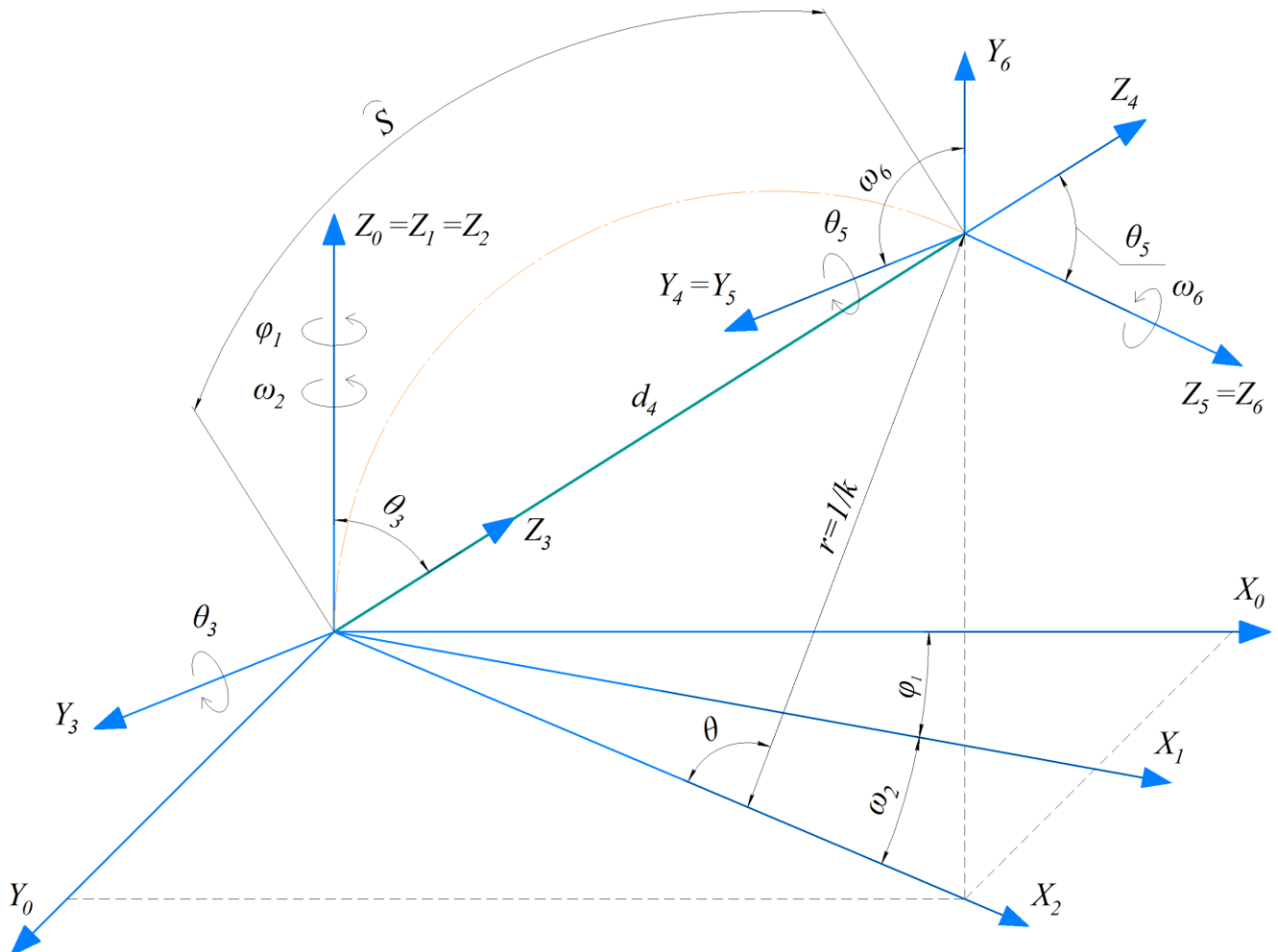


Рисунок 1.4 – Кинематика виртуального робота, описывающего изгиб секции

Пространственное положение и ориентация конечного элемента секции определяется посредством от четырех до шести преобразований в зависимости от количества задействованных шарниров (в соответствии с обозначениями на рисунок 1.4.):

1. Вращение на угол поворота φ_1 ;
2. Вращение на угол поворота ω_2 ;
3. Вращение на угол θ_3 , для совмещения оси Z_3 с вектором, соединяющим начало и конец дуги;
4. Перемещение по оси Z_4 на расстояние d_4 равное длине хорды, соединяющей начало и конец дуги. Длина хорды d_4 зависит от длины секции изгиба S и кривизны.
5. Вращение на угол θ_5 , для совмещения оси ориентации секции Z_5 с касательной к дуге робота.
6. Вращение на угол поворота ω_6 ;

Важно отметить, что $\omega_2 = -\omega_6 = \omega$ и $\theta_3 = \theta_5 = \theta/2$, где θ центральный угол дуги изгиба секции. Центральный угол – угол между векторами Z_0 и Z_6 , который определяется как:

$$\theta = S \cdot k \quad (1.2)$$

где S – длина секции изгиба.

Матрица преобразования, описывающая изгиб секции, определяется как:

$$B = T_Z(\varphi) \cdot T_Z(\omega) \cdot T_Y(\theta/2) \cdot T_D(\theta, S) \cdot T_Y(\theta/2) \cdot T_Z(-\omega) \quad (1.3)$$

где T_Z – 4x4 матрица вращения вокруг оси Z , T_Y – матрица вращения вокруг оси Y , T_D – матрица смещения, которое зависит от угла изгиба θ и длины секции S . Использование углов поворота φ и/или ω зависит от конструкции робота, в частности, от того каким образом производится пространственный изгиб. Для секций, совершающих пространственный изгиб только путем вращения относительно базы робота, $\varphi \neq 0$ и $\omega = 0$, что характерно для непрерывных роботов с телескопическим соединением. Для секции, которая совершает

пространственный изгиб путем одновременного изгиба в нескольких плоскостях, $\varphi = 0$ и $\omega \neq 0$ [54]. Это характерно для секций, которые не могут вращаться вокруг своей базы. Оба варианта поворота могут быть использованы одновременно. В этом случае «лишняя» степень подвижности используется для контроля вращения вокруг вектора ориентации секции. Итоговая матрица преобразования для одиночной секции изгиба:

$$B = \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & \cos(\omega + \varphi) \cdot \sin(\theta) & B_{1,4} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & \sin(\omega + \varphi) \cdot \sin(\theta) & B_{2,4} \\ -\cos(\omega) \cdot \sin(\theta) & -\sin(\omega) \cdot \sin(\theta) & \cos(\theta) & B_{3,4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$B_{1,1} = \sin(\omega + \varphi) \cdot \sin(\omega) + \cos(\omega + \varphi) \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\theta) \quad (1.5)$$

$$B_{2,1} = \sin(\omega + \varphi) \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\theta) - \cos(\omega + \varphi) \cdot \sin(\omega) \quad (1.6)$$

$$B_{1,2} = \cos(\omega + \varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\omega) - \sin(\omega + \varphi) \cdot \cos(\omega) \quad (1.7)$$

$$B_{2,2} = \cos(\omega + \varphi) \cdot \cos(\omega) + \sin(\omega + \varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\omega) \quad (1.8)$$

$$B_{1,4} = S \cdot \cos(\omega + \varphi) \cdot (1 - \cos(\theta)) / \theta \quad (1.9)$$

$$B_{2,4} = S \cdot \sin(\omega + \varphi) \cdot (1 - \cos(\theta)) / \theta \quad (1.10)$$

$$B_{3,4} = S \cdot \sin(\theta) / \theta \quad (1.11)$$

Решение для многосекционного непрерывного робота получают путем соединения в цепочку матриц преобразования для отдельных секций [55]:

$$T_0^N = T_0 \prod_{i=1}^N B_i \quad (1.12)$$

где T_0 – матрица преобразования базы робота, N – количество секций в роботе.

Использование виртуального робота для решения прямой задачи кинематики наиболее распространено.

Допущение о постоянстве кривизны также использовалось для решения прямой задачи кинематики с использованием экспоненциальных координат [56,57], вектора вращения [58,59] и модального подхода с использованием рядов Тейлора [60,61]. Сравнение этих подходов показывает, что все они могут быть использованы для решения прямой задачи кинематики с примерно одинаковой

точностью [62]. Работа [57] примечательна тем, что учитывает кручение в работе, что позволяет моделировать спиралевидные формы робота.

Однако реальные непрерывные роботы построены неоптимально, из-за чего допущение о постоянстве кривизны не моделирует должным образом нейтральную линию секции изгиба, особенно когда внешние силы пренебрежимо малы или секция спроектирована таким образом, что постоянная кривизна не применима. Примером таких роботов являются конические непрерывные роботы, у которых радиус сечения уменьшается по мере движения по нейтральной оси. Более реалистичный способ моделирования непрерывных роботов – использовать переменную кривизну.

Кинематика переменной кривизны может быть описана с допущением о кусочно-постоянной кривизне. Кусочно-постоянная кривизна основана на следующих допущениях [63,64]:

1. Робот представляет собой цепочку из N независимых секций изгиба, каждая из которых управляется отдельно;
2. Секция представляет собой цепочку из M подсекций, управление которыми осуществляется одновременно.
3. Подсекция описывается с использованием допущений о постоянстве кривизны и отсутствия кручения;

Указанные допущения позволяют описать подсекцию используя матрицу преобразования (1.4). Таким образом изгиб i -ой секции описывается по формуле:

$$B_i = \prod_{j=1}^M B_{i,j} \quad (1.13)$$

Другой подход для моделирования непрерывных роботов с переменной кривизной предложен в работах [37,65]. В этих работах прямая кинематика моделируется с использованием клотоиды (спираль Эйлера) – кривой, кривизна которой изменяется линейно как функция длины дуги.

Прямую кинематику можно также описать через рабочую область секции. Поскольку рабочая область непрерывного робота постоянной длины представляет

собой поверхность вращения, то для описания такой поверхности можно использовать одну или несколько образующих. В работе [66] в качестве образующей использовался овоид, а в статье [67] используются два овала Кеплера.

1.2.2. Механические подходы

Механические подходы рассматривают непрерывного робота как тело, деформирующееся под действием внешних (например, гравитация) и внутренних (например, трение между актуатором и телом робота) сил. Механические подходы плотно связаны со статикой и динамикой непрерывных роботов. Это позволяет рассчитывать конфигурацию робота в зависимости от прикладываемых к нему сил и свойств материала, из которого сделан робот. Эксперименты показывают, что при влиянии нагрузок, механические модели могут быть до 10 раз точнее геометрических моделей [68].

Механический подход также позволяет моделировать исполнительные механизмы с учетом свойств их материалов, геометрии, различных эффектов возникающих в них. Связанные механические модели робота и исполнительного механизма позволяют дополнительно увеличить точность моделирования за счет учета взаимодействия между телом робота и актуатора.

Существует несколько подходов к механическому моделированию тела непрерывных роботов, которые рассматривают непрерывного робота как: одномерный стержень, консольную балку или тело дискретизированное на конечное множество элементов.

Теория эластичных стержней Коссера (Cosserat Rod Theory) позволяет определять деформации непрерывного робота, представленного как одномерный стержень [68–75]. Такой стержень способен совершать деформации изгиба, кручения, растяжения и сдвига. Ключевым предположением при моделировании стержня является то, что его длина намного больше его радиуса. Теория Коссера используется для моделирования тела непрерывных роботов с различными приводами (пневматическими [68] или нитевыми [69–75]), при варьировании числа секций изгиба, с различными конструкционными особенностями: с постоянной

[73–75] и переменной длиной секции [69,70]; конические [71] и параллельные роботы [72].

Помимо этого, теория Коссера позволяет моделировать исполнительные механизмы в виде нитей, что позволяет оценивать влияние провисания, растяжения, предварительного натяжения и разводки нитей по телу робота на его конечную конфигурацию. Связанные модели робота и нитей позволяют учитывать распределенные силы и моменты, создаваемые нитями вдоль робота [71,73,74,76].

Непрерывный робот может рассматриваться как консольная балка, совершающая большие деформации [77–83]. Чаще всего для описания такой балки используется теория балок Эйлера–Бернулли (Euler–Bernoulli beam theory). Основываясь на этой теории можно рассчитать позицию и ориентацию любой точки вдоль нейтральной оси робота в зависимости от внешней нагрузки и жесткости робота. Для этого используются следующие допущения:

- Любое сечение перпендикулярное к нейтральной оси, остается плоским в любой момент времени;
- Предполагается, что влияние сдвига и скручивания незначительно по сравнению с изгибающими (осевыми) напряжениями;
- Предполагается, что изгибающий момент вдоль балки пропорционален ее кривизне;

Сравнение моделей на основе теории Коссера и теории Эйлера–Бернулли для многосекционных непрерывных роботов с переменной длиной секций изгиба показывает, что теория Коссера точнее предсказывает форму робота, чем теория Эйлера–Бернулли, но при этом отличия незначительны [84]. Модель, использующая теорию балок более быстрая и способна работать в реальном времени. Однако, обе модели склонны наращивать ошибку с ростом длины робота.

Теории Коссера и Эйлера–Бернулли могут использоваться совместно. В этом случае теорию Эйлера–Бернулли применяют для описания тела робота, а теорию Коссера для описания исполнительного механизма в виде нитей [76].

Метод конечных элементов (Finite Element Method) основан на представлении тела непрерывного робота как совокупности отдельных конечных

элементов, взаимодействующих между собой в конечном числе узловых точек [85–89]. Он позволяет учитывать сложную геометрию тела робота и свойства использованных материалов, для точного моделирования деформаций тела непрерывного робота. Модели, полученные этим методом, позволяют учитывать такие деформации как изгиб, кручение, сдвиг, растяжение и сжатие. Метод конечных элементов более предпочтителен для пневматических исполнительных механизмов, так как они составляют почти все тело робота.

Метод конечных элементов используется для моделирования непрерывных роботов различной конструкции, состоящих из одной секции изгиба [85–87] или нескольких [88,89]. При этом данный метод работает как и с пневматическими, так и с нитевыми исполнительными механизмами.

Производительность и точность данного метода сильно зависит от количества элементов, на которые разбит робот. Элементы точных, но медленных моделей, могут использоваться как основа в других более легких моделях, которые способны работать в реальном времени [85].

Метод конечных элементов может использоваться вместе с теорией Коссера для достижения лучших результатов. В этом случае нелинейное поведение тела робота описывается методом конечных элементов, а поведение исполнительного механизма (нитей) описывается теорией Коссера [87]. Такая модель позволяет описать зависимость между силами в пространстве исполнительного механизма и смещением робота

Отметим, что помимо вышеперечисленных подходов используется принцип виртуальных работ. Согласно этому принципу, для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма виртуальных работ активных сил при любом возможном перемещении системы была равна нулю. Этот подход учитывает инерцию, трение, внешнюю нагрузку, в том числе и гравитацию, и эластичные эффекты в теле робота [90]. Однако, он достаточно редко используется.

Использование того или иного подхода зависит как от конструкции самого робота, так и от привода. Общими недостатками механических подходов, являются их привязанность к роботу и высокая вычислительная сложность.

1.2.3. Подходы, основанные на обучении

Решить прямую задачу кинематики можно без заранее известной физической модели робота, используя подходы, основанные на обучении. Во время обучения создается аппроксимированная модель робота, предсказывающую решение прямой задачи кинематики. Обучать модель можно на любых непрерывных роботах в независимости от их конструкции и способа приведения в движение.

В основном подход, основанный на обучении, опирается на регрессию нейронными сетями [91–95]. Нейронные сети для решения прямой задачи кинематики представляют собой перцептрон с одним или несколькими скрытыми слоями. Они используются для решения прямой задачи кинематики для многосекционных непрерывных роботов с постоянной и переменной кривизной [91,93]. Чаще всего данные для обучения модели берутся напрямую с робота, однако нейронная сеть может быть обучена на сложных и точных моделях непрерывного робота. Так, например, в работе [92] нейронная сеть обучалась на данных, полученных от модели на основе метода конечных элементов.

Также для построения регрессионной модели робота может использоваться метод опорных векторов и совместная адаптивная нейро-нечеткая система выводов [94]. Согласно сравнительному исследованию [94], для двухсекционного непрерывного робота отмечается лучшая точность для метода опорных векторов, быстрота сходимости для сети радиально-базисных функций и хороший компромисс между временем обучения и точностью для многослойного перцептрона. Совместная адаптивная нейро-нечеткая система выводов предлагает точность близкую к методу опорных векторов, но с гораздо более коротким временем обучения.

Моделировать работа можно не только целиком, но и отдельными секциями. Так, например, в работе [95] нейронные сети обучены моделировать прямую кинематику отдельных секций многосекционного робота.

Помимо этого используются линейные и нелинейные модели авторегрессии с экзогенными входами – ARX и NARX соответственно. Данная модель может обновляться во время работы манипулятора. В работе [96] сравнивались результаты решения прямой задачи кинематики для односекционного непрерывного робота с помощью ARX и NARX. Сравнение этих моделей авторегрессоров показало, что NARX выдает меньшую ошибку, чем ARX.

Обученные модели показывают хорошие результаты по скорости и погрешностям. Однако этот подход требует большого количества данных, качество которых сильно влияет на качество обучения. Сбор данных с реального робота требует большое количество времени. При этом обученные модели плохо масштабируются и для каждой новой конструкции робота нужно обучать новую модель.

1.3. Обзор методов обратной кинематики

Автоматизация, планирование движения в реальном времени, уклонение от столкновений с препятствиями и оптимизация траектории движения непрерывных роботов возможны благодаря алгоритмам обратной кинематики. Задачей обратной кинематики является определение конфигурации робота (в частности, длин секций изгиба, смещения базы робота, углов изгиба и углов поворота), которая необходима для достижения целевой позиции и ориентации конечным элементом робота с заданной точностью. Для непрерывных роботов сложность заключается в нелинейности их природы (поскольку при движении меняется их форма). Переход от конфигурации робота к параметрам приводов не рассматривается в данной главе, так как они специфичны для каждой конструкции робота. Однако, решения обратной задачи кинематики от требуемой позиции и ориентации напрямую к параметрам приводов рассматриваются.

1.3.1. Аналитические решения

Аналитические решения обратной задачи кинематики представляют собой математические выражения. Такие выражения получаются как обратные функции от выражений прямой кинематики. Аналитические решения являются наиболее предпочтительными, поскольку они являются наиболее быстрыми, точными и позволяют определить все возможные решения. Такие решения зависят от геометрии и конструкции робота из-за чего не для всех роботов возможно получение разрешимого аналитического выражения.

В большинстве случаев аналитические решения для возможны для непрерывных роботов с малым числом секций изгиба: в работе [66] представлено аналитическое решение обратной задачи кинематики для односекционного непрерывного робота, образующая рабочей области которого описана овоидом; в [67] представлено аналитическое решение для двухсекционного робота, описанного овалом Кеплера; в статье [57] показано аналитическое решение для односекционного робота постоянной кривизны с кручением; в статье [97] представлено аналитическое решение для трехсекционного непрерывного робота с настраиваемой жесткостью; в работах [98,99] представлено решение для двухсекционного робота на основе геометрического метода.

Наиболее полное аналитическое решение представлено в [100]. В работе приведено решение обратной задачи кинематики для многосекционных непрерывных роботов с переменной длиной секции изгиба. Такие роботы являются избыточными, что гарантирует существование бесконечного множества решений для заданных: целевой позиции и ориентации. Пользователь может выбрать наиболее подходящее ему решение с учетом препятствий и физических ограничений робота. Данное аналитическое решение способно масштабироваться на роботов с любым числом секций. Однако авторы отмечают, что их аналитическое решение не может быть напрямую использовано для непрерывных роботов с постоянной длиной секции и применимо только для роботов, описываемых допущением о постоянстве кривизны.

Иногда решение обратной задачи кинематики в аналитической форме возможно напрямую от требуемой позиции и ориентации к параметрам привода. Так, например, в работе [75] получены уравнения для односекционного непрерывного робота переменной кривизны, которые позволяют рассчитать параметры привода необходимые для достижения целевой позиции и ориентации.

Для получения аналитического решения робот может упрощаться. Так, например, в работе [101] для решения обратной задачи кинематики для многосекционного робота, авторы делают следующие допущения: изгиб всего робота происходит в одной плоскости, а радиус каждой секции изгиба, и как следствие, угол изгиба, одинаковый. Это позволяет представить многосекционного робота как односекционного и решить обратную задачу кинематики аналитически. Получаем простое решение, однако принятые допущения исключают большую часть рабочей области робота, что делает невозможным решить задачу для некоторых позиций.

Другой способ упрощения представлен в работе [102]. Авторы аналитически определяют конфигурацию всего робота исходя из знания координат окончаний всех секций робота и базы. Однако, в общем случае, координаты окончаний всех секций заранее неизвестны. Для преодоления этого авторы аппроксимируют n -секционный непрерывного робота виртуальным жестким роботом из n звеньев. Для этого задаются фиксированные длины жестких звеньев, которые в определенной мере предопределяют границы возможной конфигурации непрерывного робота. Длина звеньев выбирается исходя из соображений пользователя. Затем для виртуального жесткого робота ищется любая конфигурация, которая позволяет ему достичь целевой точки. Если такой конфигурации нет или полученная конфигурация виртуального жесткого робота не является допустимой, то авторы предлагают перебирать конфигурации и параметры жесткого робота, до тех пор пока не будет найдено решение.

Описанный подход прост, масштабируем и позволяют подбирать необходимую конфигурацию в зависимости от наличия препятствий и ограничений, наложенных на робота. Однако перебор делает описанный алгоритм

ненадежным и во многих случаях затратным по времени, так как неизвестно, сколько вариантов потребуется перебрать прежде, чем будет найдено решение.

Несмотря на все преимущества, аналитическое решение обратной задачи кинематики для многосекционных непрерывных роботов не всегда доступно вследствие нелинейности их поведения и гиперизбыточной природы, что ограничивает область их применения.

1.3.2. Численные методы

Поскольку аналитическое решение не всегда доступно для решения обратной задачи кинематики, используется большое разнообразие численных методов. Численные методы достигают приближенного решения с заданной точностью, однако для них заранее неизвестно время сходимости при получении решения.

Наиболее известным является метод Ньютона с построением матриц Якоби. Матрица Якоби – первая производная, взятая от функции $x = f(q)$, которая определяет прямую кинематику, где q – обобщённые координаты конфигурации робота, представленные в виде вектор $1 \times m$, x – обобщённые координаты робота, записанные в вектор $1 \times n$. Разница между размером пространства конфигураций m и размером пространства задач n , определяет степень избыточности робота $r = n - m$, ($r \geq 1$). Матрица Якоби определяется как:

$$J(q_n) = \left[\frac{\partial f_i(q)}{\partial q_j} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1(q)}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_1(q)}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_2(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2(q)}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_2(q)}{\partial q_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial f_n(q)}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_n(q)}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Матрица Якоби позволяет установить связь дифференциальных приращений в пространстве обобщённых координат конфигурации и дифференциальных приращений в пространстве задач:

$$\dot{x} = J(q) \cdot \dot{q} \quad (1.15)$$

где $\dot{q}$ – изменение конфигурации (скорость движения шарниров робота), $\dot{x}$ – изменение координат и ориентации конечного элемента робота (скорость движения робота).

Метод Ньютона – итеративный метод, который использует матрицу Якоби для минимизации ошибки между желаемой и расчетной позицией рабочего органа робота:

$$q_{n+1} = q_n + J(q_n)^{-1} \cdot (x_d - x) \quad (1.16)$$

где n – номер шага итерации, x_d – целевая позиция и ориентация, x – обобщенные координаты робота.

Если матрица Якоби не обратима, то применяется псевдообратная матрица:

$$J^+ = J^T (J \cdot J^T)^{-1} \quad (1.17)$$

Во время решения обратной задачи кинематики, робот может подойти близко к сингулярной конфигурации. В этом случае компоненты матрицы Якоби могут стремиться к нулю. Значения обратной матрицы Якоби будут стремиться к очень большим числам, что ведет к недостижимым физически скоростям изменения конфигурации. Для того чтобы этого избежать вводится постоянный коэффициент демпфирования λ . Эта константа гарантирует, что обратная матрица не будет стремиться к неоправданно большим числам и тем самым увеличит численную стабильность. В этом случае метод Ньютона с псевдообратными матрицами решается как:

$$q_{n+1} = q_n + (J^T \cdot J + \lambda \cdot I)^{-1} \cdot J^T \cdot (x_d - x) \quad (1.18)$$

где I – единичная матрица, размерность которой совпадает с размерностью $J^T \cdot J$.

Матрицы Якоби активно применяется к различным типам многосекционных непрерывных роботов: с постоянной кривизной [54], с переменной кривизной [63] и концентрических трубчатых механизмов [103]. Матрицы Якоби могут быть использованы для решения обратной задачи кинематики в случае, когда прямая кинематика получена от модальных функций [47]. Для улучшения численной стабильности можно также задавать приоритеты (сначала позиция или ориентация) или исключать переменные конфигурации, которые достигли предельных значений [104].

Однако подходы на основе матриц Якоби страдают от высокой вычислительной стоимости, сложных матричных вычислений и проблем сингулярности, а также не всегда способны найти существующее решение.

Обратную задачу кинематики можно рассмотреть, как задачу оптимизации. Например, в работе [87] модель односекционного непрерывного робота построена на двух связанных механических моделях: метод конечных элементов для описания тела робота и теория Коссера для описания исполнительного механизма. В этом случае обратная задача кинематики решается как задача минимизации ошибки между текущим и требуемым положением конечного элемента робота. Для минимизации ошибки используется квадратичное программирование.

Последовательное квадратичное программирование используется для решения обратной задачи кинематики двухсекционного робота с переменной длиной секций изгиба [25]. Алгоритм позволяет найти минимальные значения перемещения приводов для достижения целевой позиции и ориентации с учетом физических ограничений робота.

В статье [105] линейная ошибка между целевой и текущей позицией конечного элемента робота минимизируется методом циклического покоординатного спуска. Минимизация производится через поочередное изменение углов изгиба и длин секций, от первой секции к последней. Покоординатный спуск позволяет работать с ограничениями на углы изгиба и размер переменной длины секции. Алгоритм показывает хорошую точность, но недостаточно быстр для работы в режиме реального времени и не способен учитывать ориентацию робота.

В работе [106] приведено сравнение различных методов решения обратной задачи кинематики, а именно: псевдо-обратная матрица Якоби, матрица Якоби с ограничениями, разреженное линейное программирование, разреженное иерархическое линейное программирование, разреженная псевдо L_0 норма и разреженный итеративный алгоритм. В ходе сравнения выявлено, что разреженная псевдо L_0 норма и матрица Якоби с ограничениями показывают наилучшие результаты среди рассмотренных методов решения обратной задачи кинематики.

Различные биоинспирированные алгоритмы оптимизации также используются для решения обратной задачи кинематики. Для многосекционных непрерывных роботов с переменной кривизной использовались такие биоинспирированные алгоритмы как метод роя частиц [107–110], основанный на симуляции социального поведения косяков рыб или стай птиц; генетический алгоритм [108,109], эмитирующий естественный отбор; алгоритм пчелиной колонии [108], эмитирующий поведение пчел во время исследования ими окружающего пространства в поисках нектара.

Вышеперечисленные биоинспирированные алгоритмы, направлены на достижения минимума различных функций потерь за счет оптимизации различных параметров конфигурации. Так, например, в работе [107] была минимизирована линейная ошибка – разница между требуемым положением конечного элемента робота и текущим положением. В другой работе [108] функция потерь содержит в себе одновременно ошибки позиционирования и ориентации. В обеих работах оптимизация проводилась за счет поиска параметров конфигурации робота (углы изгиба и поворота). Совсем другая функция потерь представлена в работе [109]. В этой работе алгоритм изменяет положение конечных точек каждой секции изгиба, кроме последней. Из полученных точек с помощью обратной кинематики для одиночной секции определяются параметры конфигурации и длина секции. Алгоритм минимизирует ошибку между заданными длинами секции и длинами секции полученными, при текущем положении конечных точек секций изгиба.

Сравнение результатов работы алгоритмов между собой [108,109] показывает, что алгоритм роя частиц является наиболее быстрым и пригоден для использования в реальном времени, но при этом показывает наименьшую точность. Алгоритм пчелиной колонии является наиболее точным, но при этом самым медленным из вышеперечисленных алгоритмов. Генетическим алгоритм является золотой серединой – по точности и скорости. Он лежит между алгоритмом пчелиной колонии и алгоритмом роя частиц. Также в работе [109] отмечается, что алгоритм роя частиц более устойчив с точки зрения масштабирования и обладает хорошей способностью избегать столкновения с препятствиями. Сравнение между

биоинспирированными алгоритмами и другими методами для непрерывных роботов не проводилось. Однако результаты для жёстких роботов [111] позволяют предположить, что методы использующие матрицы Якоби точнее и быстрее биоинспирированных.

В [112] для моделей, в основе которых лежит теория Коссера, обратная задача кинематики представлена краевой задачей, которая решается численно методом стрельбы. Невязки граничных условий рассчитываются путем численного интегрирования соответствующих начальных задач с предполагаемыми неизвестными кинематическими переменными. Граничные невязки получаются путем численного интегрирования с использованием метода конечных разностей с пошаговым продвижением вперед (также известного как прямой метод Эйлера) по отношению к длине нейтральной линии (от базы до конца робота). Затем переменные кинематики итеративно обновляются путем устранения невязок граничных условий в рамках оптимизации на основе градиента. Градиенты рассчитываются методом конечных разностей. Данное решение способно работать в режиме реального времени.

Для решения обратной задачи кинематики перспективным является реализация алгоритма обратной кинематики прямого и обратного следования – FABRIK [113] (Forward And Backward Reaching Inverse Kinematics). FABRIK это быстрый и точный итеративный алгоритм решения обратной задачи кинематики для манипуляторов, состоящих из жёстких звеньев, соединенных шарнирами вращения. Сущность метода заключается в том, что алгоритм подтягивает робота к целевой точке при этом уводя базу с установленной позиции, а затем подтягивает базу к ее изначальной позиции.

Авторы модифицированного алгоритма FABRIKс представляют секцию изгиба, как два отрезка касательных к началу и концу секции изгиба [114]. Прямые касательных двух соседних секций в точке их сопряжения совпадают. Это позволяет помещать жесткие звенья, лежащие на касательных между секциями. Взаимное расположение отрезков может быть любым, поэтому точку пересечения можно представить, как сферический шарнир.

Алгоритм позволяет найти такие углы изгиба θ и поворота φ , чтобы координаты наконечника робота P_{2N} (позиционная составляющая матрицы T_N) находились в окрестностях целевой точки t на расстоянии не более, чем линейный допуск TL . Помимо целевой позиции обязательными входными переменными являются целевая ориентация Z_Q , длины секций изгиба S и длины жестких звеньев между секциями l'_i .

Пример работы прямого следования одной итерации алгоритма представлен на рисунок 1.5.

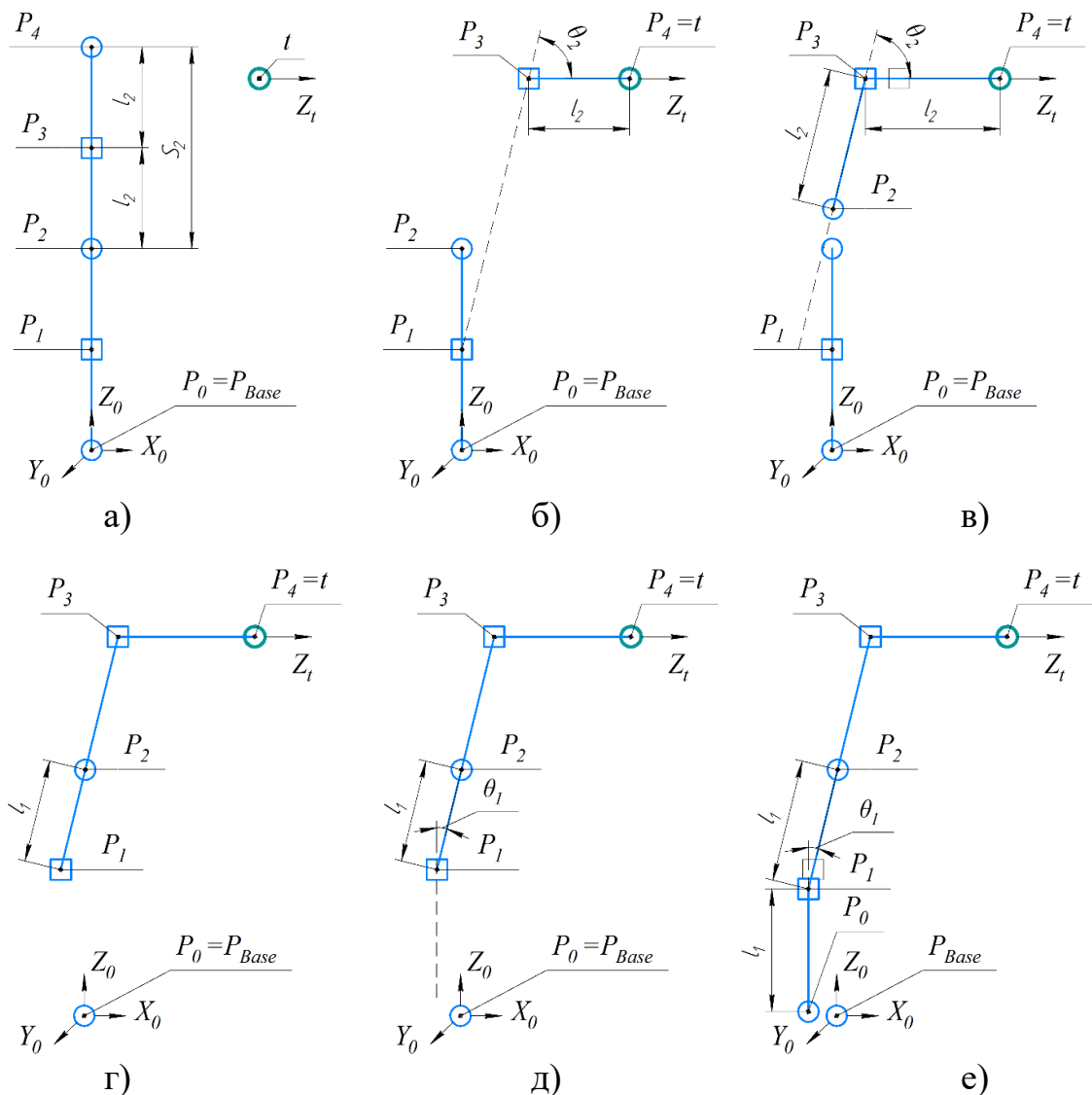


Рисунок 1.5 – Пример этапа прямого следования алгоритма, использующего касательные, для двухсекционного робота ($Q = 2$). а) – начальная конфигурация, б)-е) – этап прямого следования. Примечание: квадратами отмечены точки пересечения касательных, кругами точки начала и конца секций

Начальной конфигурацией робота может быть любая, у которой известны все углы изгиба и поворота. Точки начала $P_{2(i-1)}$ и конца P_{2i} для i -ой секции рассчитываются через прямую кинематику (1.4) и (1.12). Точка пересечения P_{2i-1} касательных i -ой секции находится по одной из следующих формул:

$$P_{2i-1} = P_{2i} - Z_i l_i \quad (1.19)$$

$$P_{2i-1} = P_{2(i-1)} - Z_{i-1} l_i \quad (1.20)$$

где $P_{2(i-1)}$ – точка начала секции, P_{2i} – точка конца секции, Z_i – вектор касательной в начале секции, Z_{i-1} – вектор касательной в конце секции, l_i — длина отрезка касательной, которая определяется по формуле:

$$l_i = \begin{cases} \frac{S_i}{2} + l'_i, & \text{если } \theta_i = 0 \\ \frac{S_i}{\theta_i} \tan\left(\frac{\theta_i}{2}\right) + l'_i, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (1.21)$$

где l'_i — длина жесткого звена между секциями изгиба i и $(i - 1)$. Жесткое звено лежит на касательной и его длина постоянна.

На первом этапе прямого следования конечная точка робота переносится в целевую точку $P_N = P_T$. Вектору ориентации первой касательной присваивается значение целевого вектора ориентации $Z_N = Z_T$. Цепь переопределяется, начиная с предпоследней точки робота P_{2N-1} до первой P_0 . Переопределение каждой точки можно представить с помощью следующих шагов:

1. Переопределение промежуточной точки P_{2i-1} осуществляем по формуле (1.19) (см. рисунок 1.5-б, г).

2. Расчет вектора второй касательной Z_{i-1} секции i :

$$Z_{i-1} = \begin{cases} Z_0, & \text{если } i = 1 \\ (P_{2i-1} - P_{2i-3})/|P_{2i-1} - P_{2i-3}|, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (1.22)$$

где $i \in [Q, \dots, 1]$.

3. Определение угла изгиба между касательными в соответствии с формулой:

$$\theta_i = \text{acos}(Z_{i-1}, Z_i) \quad (1.23)$$

4. Переопределение длины отрезка касательной l_i по формуле (1.21), исходя из нового угла θ_i .

5. Переопределение промежуточной точки P_{2i-1} (см. рисунок 1.5-в, д) по формуле (1.20) с учетом угла изгиба, определенного на шаге 3;

6. Расчет точки конца секции $P_{2(i-1)}$ по формуле:

$$P_{2(i-1)} = P_{2i-1} - Z_{i-1}l_i \quad (1.24)$$

В результате прямого следования происходит смещение базы, что невозможно (см. рисунок 1.5-е). В связи с этим производится обратное следование. Первой точке присваивается положение и ориентация базы $T_0 = T_{Base}$. Затем точки последовательно переопределяются из начала P_0 в конец P_N ($i \in [1, \dots, N]$):

1. Переопределяется промежуточная точка по формуле (1.20).

2. Определяется вектор второй касательной Z_{i+1} секции i :

$$Z_{i-1} = \begin{cases} Z_N, & \text{если } i = N \\ (P_{2i+1} - P_{2i-1})/|P_{2i+1} - P_{2i-1}|, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (1.25)$$

3. Переопределяется угол изгиба между касательными:

$$\theta_i = \arccos(Z_{i+1}, Z_i) \quad (1.26)$$

4. Определяется угол поворота секции по формуле:

$$\varphi_i = \text{atan2}(P_{2i}^X, P_{2i}^Y) \quad (1.27)$$

где P_{2i}^X и P_{2i}^Y — x и y компоненты точки P_{2i} в системе координат T_i .

5. Переопределение длины отрезка касательной l_i по формуле (1.21), исходя из нового угла θ_i .

6. Переопределение промежуточной точка P_{2i-1} по формуле (1.20) с учетом угла изгиба, полученного на шаге 3.

7. Переопределяется положение и ориентация конца секции T_i по формулам (1.4) и (1.12).

Далее осуществляется проверка принадлежности конечной точки робота к окрестности целевой точки (расстоянии допуска TL). Проверка ориентации робота не производится, поскольку на шаге 2 алгоритма обратного следования обеспечивается совпадение вектора ориентации последней секции робота и целевого вектора ориентации. Алгоритм завершает работу при достижении

целевой точки. Затем найденное решение проверяется на допустимость найденной конфигурации робота.

Данный алгоритм показывает высокую скорость работы и хорошо масштабируется по числу секций изгиба. Однако FABRIK не учитывает ограничения наложенные на секцию во время работы и способен работать только с допущением о постоянстве кривизны и при постоянной длине секции изгиба.

1.3.3. Решения, основанные на обучении

Методы, основанные на обучении, не требуют предварительных знаний о роботе, будь то геометрия или физическая модель. В результате при построении модели учитываются данные, полученные с реального робота или точной модели для предсказания решения обратной задачи кинематики [115]. Обученная модель способна быстро и точно решать обратную задачу кинематики. Однако такая модель не масштабируема и пригодна для использования только для тех роботов, на данных которого она обучена. Следовательно, для каждой новой конструкции робота требуется своя модель.

Для непрерывных роботов применяются: регрессия нейронными сетями прямого распространения с одним или несколькими скрытыми слоями; extreme learning machine (ELM); регрессия через смешанную Гауссову модель; регрессия методом К-ближайших соседей; дерево решений; каскадные нейронные сети [116]. Сравнение вышеперечисленных моделей на односекционном непрерывном роботе показало, что ELM показывает наибольшую точность, в то время как К-ближайших соседей требует наименьшее время на обучение. Также, отмечено, что точность метода К-ближайших соседей значительно падает, если цель не была в тренировочном наборе данных.

Существуют работы, где используются гибридные подходы. В работе [95] применяется несколько нейронных сетей. Первая нейронная сеть определяет позицию конечного элемента первой секции робота, исходя из требуемой позиции конечного элемента всего робота. Затем исходя из позиции первой секции робота и требуемой позиции конечного элемента, три отдельные нейронные сети

определяют: углы изгиба; углы поворота; длину хорды для каждой подсекции непрерывного робота. Подход использовался для решения обратной задачи кинематики для двухсекционного непрерывного робота.

Описанные выше подходы также используются для решения обратной задачи кинематики для роботов с переменной кривизной [117]. Нейронные сети могут не только определять параметры конфигурации для робота, но и напрямую определять параметры привода, которые необходимы чтобы достичь целевой позиции [118].

Нейронные сети могут быть обучены для решения обратной задачи кинематики через построение матрицы Якоби. Так, в работе [119] были обучены две нейронные сети: первая для расчета прямой кинематики, вторая для расчета матрицы Якоби. Вместе, эти нейронные сети использовались для предсказания решения обратной задачи кинематики. Также в работе используется дополнительная сеть обученная для переноса предсказаний с симуляции на реальную модель.

1.4. Обзор методов планирования движения и уклонения от препятствий

Непрерывные роботы предназначены для проведения манипуляций в рабочих областях с большим количеством препятствий и сложной геометрией. С этой целью необходимы эффективные алгоритмы планирования движения. Планирование движения – это задача по поиску последовательности допустимых конфигураций от начального положения рабочего органа до целевого. Алгоритмы планирования движений позволяют найти оптимальный путь от одной точки к другой, который позволяет избегать столкновений с препятствиями и используются для уклонения от столкновений (коррекции конфигурации робота для уклонения от динамических препятствий, когда конечный элемент робота удерживается в целевой позиции). Для непрерывных роботов также существуют такие задачи планирования движения как: маневрирование через контакты с препятствиями

Для мобильных роботов и жестких манипуляторов существует множество алгоритмов планирования движения в среде с множеством препятствий [120,121]. Эти алгоритмы адаптируются с учетом характерных особенностей непрерывных роботов, которые оказывают сильное влияние на планирование движения, а именно нелинейность поведения; способность упруго деформироваться в широких пределах, в том числе и за границы допустимые приводом; способность маневрировать за счет столкновений с препятствиями.

Подход «следуй-за-лидером» в качестве траектории движения принимает нейтральную линии финальной конфигурацию робота. Такой подход предполагает, что во время движения нейтральная линия непрерывного робота будет лежать в окрестностях траектории, чтобы избежать столкновения с препятствиями. Это накладывает определённые ограничение на конструкцию робота. Поэтому этот метод применяется только для роботов с переменной длиной и постоянной кривизной [70,122].

Для планирования траектории движения непрерывных роботов используется алгоритм быстрорастущего случайного дерева (RRT – Rapidly-exploring Random Tree) [123,124]. Корнем дерева является начальная позиция конечного элемента робота. Из области поиска выбирается случайная позиция P_{rand} . От ближайшего узла дерева $P_{closest}$ в сторону P_{rand} на расстоянии S (задается пользователем) создается новый узел P_{new} . Если P_{rand} ближе к $P_{closest}$, чем P_{new} , то $P_{new} = P_{rand}$. Если между узлами P_{new} и $P_{closest}$ не лежит препятствий, то узел P_{new} добавляется в дерево. Алгоритм продолжит добавлять узлы пока не достигнет целевой позиции или лимита итераций. Путь между корнем и целевой позиции является траекторией конечного элемента. Для каждой точки конфигурации определяется соответствующая конфигурация через обратную кинематику.

Для планирования движения также используются потенциальные поля [125–127]. Пространство вокруг робота заполняется виртуальными полями. Поле у цели притягивает конечный элемент робота к себе, тогда как поля у препятствий отталкивают тело робота от себя.

Уклонение от столкновений с препятствиями можно обеспечить за счет применения обратной кинематики основанной на вычислении матриц Якоби [128,129]. Для этого в обобщенные координаты робота добавляется избыточность. В частности, помимо основной цели в виде минимизации расстояния между текущим и целевым положением, можно также максимизировать расстояние от робота до препятствий. Однако, необходимо помнить, что добавление избыточности приводит к увеличению времени расчетов.

В работе [130] планирование движения осуществляется с помощью дискретизации пространств конфигурации и задач. Каждому значению из пространства конфигураций соответствует значение из пространства задач. Одному значению из пространства задач может соответствовать несколько из пространства конфигураций. Для планирования движения из дискретного пространства конфигураций строится вспомогательный граф, каждая вершина которого представляет собой конфигурацию. Вес ребер между вершинами отражает изменение в ориентации конечного элемента робота. В дискретном пространстве задач находится кратчайший путь от текущего положения до целевого с помощью алгоритма Дейкстры и определяются соответствующие ему конфигурации из вспомогательного графа. Далее все недопустимые конфигурации удаляются, например, те что пересекают препятствия. Затем во вспомогательном графе осуществляется поиск кратчайшего пути на основе алгоритма Беллмана-Форда. Следует отметить, что алгоритм очень медленный и его точность зависит от степени дискретизации.

Для уклонения от препятствий применяется оптимизация позы [131]. В этом случае с помощью обратной кинематики находится решение для целевой точки, а затем корректируется для уклонения от препятствий. Для этого определяется расстояние от робота до препятствия и рассчитывается направление движения, которое позволит избежать столкновения с препятствием.

Для планирования движения робот также может обучаться на демонстрациях [132]. Пользователь обучает робота как планировать движения от точки к точке при этом избегая столкновения с препятствиями. Обученная модель способна

самостоятельно решать задачи планирования движения. Однако такой подход очень времязатратен.

Алгоритмы планирования движения также применяются для осуществления захвата объектов телом непрерывного робота. Например, в работе [133] представлен алгоритм, предназначенный для захвата объектов в среде с динамическими и статическими препятствиями, на основе алгоритма RAMP (Real-Time Adaptive Motion Planning).

В работе [134] представлен метод для захвата объекта трехсекционным непрерывным роботом. Вокруг объектов захвата строится охватывающий круг минимального радиуса. Одна или несколько секций могут захватить объект обтекая объекта и принимая форму этого круга. Для двух секции также возможно использование дополнительного круга, который частично охватывает объект и при этом касателен к граничному кругу.

Выводы по первой главе

В данной главе описано многообразие методов и подходов, использующихся для решения прямой и обратной задач кинематики, а также планирования движения.

Обзор методов и подходов к решению прямой задачи кинематики показал, что для непрерывных роботов чаще всего применяют два основных допущения. Первое, о постоянстве кривизны – у всех непрерывных роботов в независимости от исполнительного механизма кривизна нейтральной оси постоянна по всей длине. Второе допущение о том, что конструкция робота исключает возможность деформации кручения. Эти допущения позволяют представить кривую изгиба нейтральной оси как дугу круга, что в свою очередь дает возможность описать кинематику непрерывного робота через виртуального робота, состоящего из жестких звеньев переменной длины, соединенных сферическими шарнирами. Однако, наличие указанного допущения не позволяет точно описать форму непрерывного робота. Более перспективным методом описания непрерывных роботов является метод, основанный на использовании допущения о кусочно-

постоянной кривизне, где секция изгиба представлена подсекциями, каждая из которых описывается допущением о постоянстве кривизны.

Обзор методов решения обратной задачи кинематики показал, что наиболее распространенным способом решения является построение матриц Якоби. Однако, наибольший интерес представляет реализация алгоритма FABRIK. Однако, несмотря на достигнутые результаты при решении обратной задачи кинематики остаётся нерешенным ряд проблем, в частности, низкая надежность, не способность работать в режиме реального времени, высокая вычислительная сложность, работа только с позиционной составляющей, не масштабируемость, не способность работать в условиях ограничений, наложенных на робота, а используемые допущения недостаточно точно моделируют робота.

Основным способом планирования движения с уклонением от препятствий для непрерывных роботов является использование модификаций алгоритмов, применяемых для планирования движения жестких роботов.

Одной из уникальных особенностей непрерывных роботов является их способность деформироваться при контакте с препятствием. Эта особенность позволяет им захватывать различные объекты собственным телом и осуществлять навигацию в пространствах с множеством препятствий, используя столкновения. Навигация подобного рода является крайне неизученным аспектом.

В связи с этим является обоснованной задача разработки нового метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции переменной кривизны и алгоритма решения обратной задачи кинематики для многосекционных непрерывных роботов, который является быстрым, точным, надежным, легко масштабируется, и позволяет работать с большинством существующих ограничений. Также обоснованной является задача разработки алгоритмов планирования движения на основе алгоритма обратной кинематики.

Глава 2. Разработка метода и алгоритмов обратной кинематики и планирования движения для многосекционных непрерывных роботов

В данной главе представлены разработанные метод и алгоритмы для решения обратной задачи кинематики для односекционных и многосекционных непрерывных роботов с секциями переменной кривизны и длины, алгоритм планирования движения для уклонения от препятствий и алгоритм планирования движения, использующий контакты с препятствиями для навигации. В главе приведены ограничения и допущения, которые использовались при разработке метода и алгоритмов обратной кинематики и планирования движения.

2.1. Допущения и ограничения

В работе были рассмотрены следующие типы секций изгиба, из которых может состоять многосекционный непрерывный робот:

- Секция, последовательно соединённая с предыдущей и имеющая постоянную длину изгиба (далее секция постоянной длины);
- Секция с телескопически соединённая с предыдущей и имеющая постоянную длину изгиба (далее телескопическая);
- Секция, последовательно соединённая с предыдущей и имеющая переменную длину изгиба (далее переменной длины);

Длина изгиба – расстояние вдоль нейтральной линии секции от базы секции до точки приложения силы. Перечисленные типы секций отличаются по кинематике, рабочей области (см. рисунок 1.3), ограничениям, конструкционным особенностям и степенями свободы.

Секции постоянной длины являются наиболее типичными представителями непрерывных роботов. Длина изгиба у этого типа секций остается постоянной. Рабочая область представляет собой поверхность вращения (см. рисунок 1.3-а). Секция имеет две степени свободы, которые обеспечивают всенаправленный

изгиб. Это может быть либо вращение вокруг оси и изгиб, либо одновременный изгиб в двух и более плоскостях. Чаще всего прибегают к одновременному изгибу в нескольких плоскостях, так как обеспечить вращение вокруг предыдущей секции не всегда конструктивно возможно.

Секции с *телескопическим соединением* способны расширить рабочую область робота за счет возможности изменять длину изгиба. Рабочая область представляет собой тело вращения (см. рисунок 1.3-б). Возможность изменения длины изгиба обеспечивается возможностью секции перемещаться внутри предыдущей секции – управляемой оболочки. Секция имеет три степени свободы: изменение длины изгиба и всенаправленный изгиб (две степени свободы), обеспеченный либо через изгиб и вращение вокруг оси, либо через одновременный изгиб в двух и более плоскостях. Также стоит отметить, что при уменьшении длины изгиба также уменьшается и максимальный угол изгиба.

Секция переменной длины также позволяет расширить рабочую область за счет возможности менять длину изгиба. У секции с переменной длиной изменяется непосредственно длина самой секции. Рабочая область представляет собой тело вращения (см. рисунок 1.3-в). Секция имеет три степени свободы: изменение своей длины и всенаправленный изгиб через одновременный изгиб в двух и более плоскостях. В зависимости от длины изменяется и максимальный угол изгиба. При минимальной длине секция изгиба представляет собой прямое жёсткое звено.

Для описания непрерывного робота используются следующие допущения:

1. Непрерывные роботы состоят из N последовательных секций изгиба (см. рисунок 2.1-а). Конструкция секций такова, что изменение конфигурации одной секции не приводит к изменению конфигурации остальных секций. Касательные двух соседних секций лежат на одной прямой в точке сопряжения секций. База первой секции в многосекционном непрерывном роботе может иметь возможность совершать линейные перемещения вдоль оси Z и вращаться вокруг оси Z для контроля вращения вокруг вектора ориентации секции.

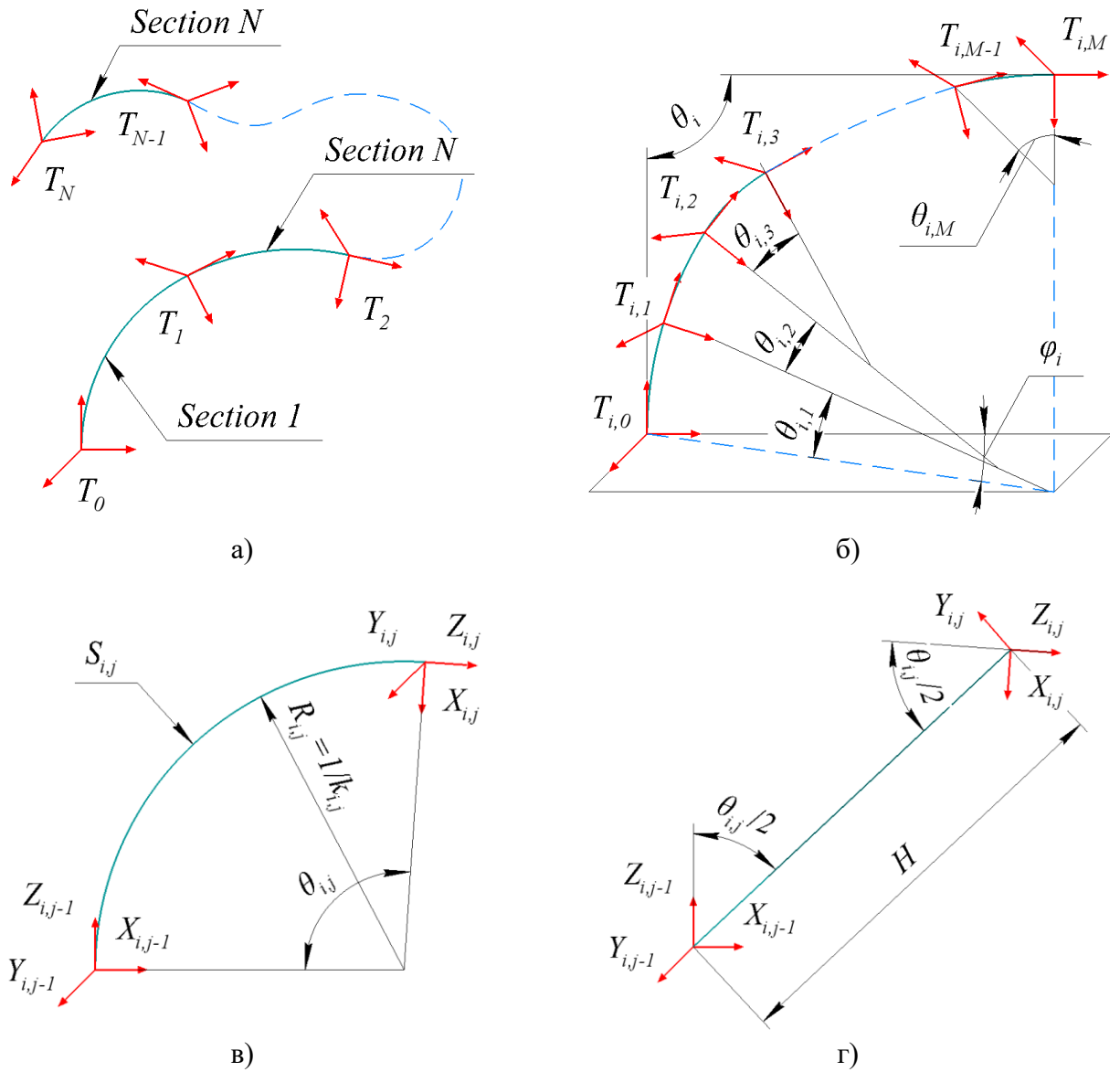


Рисунок 2.1 – Кинематическая структура многосекционного непрерывного робота переменной длины. а) Общая кинематика робота. б) Кинематика i -ой секции. в) Кинематика j -ой подсекции. г) Виртуальный жесткий робот, описывающий подсекцию.

2. Каждая секция изгиба может быть поделена на M подсекций (см. рисунок 2.1-б). Во время изгиба секций все подсекции изгибаются одновременно. Угол между первой и последней касательными секции – угол изгиба секции. Касательные двух соседних подсекций лежат на одной прямой в точке сопряжения подсекций. Изменение длин подсекций происходит одновременно, когда секция меняет свою длину. Конструкция секции исключает деформацию кручения.

3. Допущение о постоянстве кривизны используется для описания формы нейтральной линии подсекции (см. рисунок 2.1-в). Положение и ориентация конечного элемента робота определяется с использованием виртуального жесткого робота (см. рисунок 2.-1г).

2.2. Прямая кинематика

В соответствии с допущением 3, нейтральная линия подсекции представляет собой дугу окружности, положение и ориентацию конечного элемента которой можно описать виртуальным роботом. Матрица преобразования $B_{i,j}$, описывающая изгиб j -ой подсекции i -ой секции определяется как:

$$B_{i,j} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{i,j}) & 0 & \sin(\theta_{i,j}) & S_{i,j} \cdot \frac{1 - \cos(\theta_{i,j})}{\theta_{i,j}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_{i,j}) & 0 & \cos(\theta_{i,j}) & S_{i,j} \cdot \frac{\sin(\theta_{i,j})}{\theta_{i,j}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

где $S_{i,j}$ – длина подсекции, $\theta_{i,j}$ – угол изгиба подсекции.

В соответствии с допущением 2 изменение длины или изгиб происходит для всех подсекций одновременно. Поэтому $S_{i,j}$ и $\theta_{i,j}$ могут быть определены как:

$$S_{i,j} = \frac{W_{i,j} \cdot S_i}{\sum_{k=1}^M W_{i,k}} \quad (2.2)$$

$$S_i = S_{C_i} + S_{\Delta_i}' \quad (2.3)$$

$$\theta_{i,j} = \frac{w_{i,j} \cdot \theta_i}{\sum_{k=1}^M w_{i,k}} \quad (2.4)$$

где S_i – длина секции, $W_{i,j}$ – вес подсекции по длине, θ_i – угол изгиба секции, $w_{i,j}$ – вес подсекции по углу изгиба, где S_{C_i} – постоянная часть длины секции, S_{Δ_i}' – текущая длина переменной части секции. Веса секции определяются исходя из конструкции робота и показывают какая доля изменений в длине или по углу изгиба секции приходится на подсекцию.

Максимальный угол изгиба секции зависит от длины секции:

$$\frac{S_{\Delta}}{S'_{\Delta}} = \frac{\theta_{max}}{\theta'_{max}} \quad (2.5)$$

где S_{Δ} – максимальная длина переменной части секции, θ_{max} – глобальный максимум угла изгиба – максимально возможный угол изгиба секции при S_{Δ} , θ'_{max} – локальный максимум угла изгиба, максимально возможный угол изгиба секции при S'_{Δ} . При $S'_{\Delta} = 0$ максимальный угол изгиба $\theta_{max} = 0$. В этом случае секция становится жестким звеном длиной S_C .

Для секций постоянной длины $S_{\Delta} = 0$, $S = S_C = const$. Поскольку секция не меняет своей длины, то значение ее максимального угла изгиба остается постоянной. Для телескопических секций $S_{\Delta} > 0$, $S_C = 0$, поскольку секция может полностью втянуться в предыдущую. Для секций переменной длины $S_{\Delta} > 0$, $S_C \neq 0$ т.к., физически длина секции изгиба не может быть нулевой.

Исходя из допущения 2, секция – это последовательность подсекций без деформации кручения между ними. Исходя из этого можно утверждать, что подсекции одной секции изгибаются в одной плоскости. Следовательно матрица преобразования B_i , определяющая изгиб i -ой секции, определяется как:

$$B_i = T_{i,0} \cdot T_Z(\varphi_i) \cdot T_Z(\omega_i) \prod_{j=1}^M B_{i,j} \cdot T_Z(-\omega_i) \quad (2.6)$$

где T_Z – матрица вращения вокруг оси Z , $T_{i,0}$ – база секции.

В соответствии с допущением 1, непрерывный робот — это последовательность независимых секций. Также согласно допущению 1 первая секция может линейно перемещаться и вращаться вокруг оси Z . Позиция и ориентация конечного элемента робота T_N определяется как:

$$T_N = T_0 \cdot T_L(h) \cdot T_Z(\omega_0) \cdot \prod_{i=1}^N B_i \cdot T_Z(-\omega_0) \quad (2.7)$$

где T_0 – база робота, $T_L(h)$ – матрица преобразования, описывающая смещение на расстояние h , $T_Z(\omega_0)$ – матрица преобразования, описывающая вращение вокруг оси Z на угол вращения базы ω_0 , N – число секций в роботе.

2.3. Обратная кинематика

2.3.1 Метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба

Исходя из уравнений прямой кинематики в работе был предложен метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции переменной кривизны, переменной длины и возможностью линейного смещения. Метод использует угол хорды (угол между касательной к началу секции и хордой) для итеративного нахождения угла изгиба, длины секции и линейного смещения.

Сущность разработанного метода заключается в решении обратной задачи кинематики на основе итеративного поиска отношения k между углом изгиба θ и углом хорды α и подборе линейного перемещения h (смещение базы) через угол хорды α и текущую длину переменной части секции S'_Δ .

Метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба позволяет найти ближайшую к $\theta = 0$ и $h = 0$ конфигурацию секции (длина переменной части секции изгиба S'_Δ , угол изгиба θ , углы направления изгиба φ и/или ω , смещение базы h), которая удовлетворяет целевому положению рабочего органа робота P_T . Входные параметры секции для обратной кинематики: база секции T_0 , постоянная длина секции S_C , максимальная длина переменной части секции S_Δ , максимально возможный изгиб θ_{max} , максимально возможное линейное смещение h_{max} (минимальное перемещение всегда 0), Δh_{max} – максимальное линейное смещение за итерацию, веса подсекций по длине W , веса подсекций по углу изгиба w , линейный допуск ε_L и угловой допуск ε_A .

Исходя из положения базы секции T_0 и целевого положения P_T определяем угол хорды α , как угол между вектором $\overrightarrow{T_0 P_T}$ и осью Z_0 . Для определения начального отношения k между углом изгиба θ и углом хорды α делается предположение, что секция изгиба имеет постоянную кривизну. Введение данного предположения является обоснованным, поскольку для секций с постоянной кривизной известно отношение угла изгиба θ к углу хорды α . Данное отношение

постоянно и одинаково для всех секций постоянной кривизны: $k = 2$. Однако, для секций переменной кривизны соотношение k зависит от весов подсекций и текущего угла изгиба. Примеры, иллюстрирующие соотношения между углом изгиба θ и углом хорды α для трех различных секций (параметры представлены в таблице 2.1) в зависимости от угла изгиба θ , представлены на рисунке 2.2.

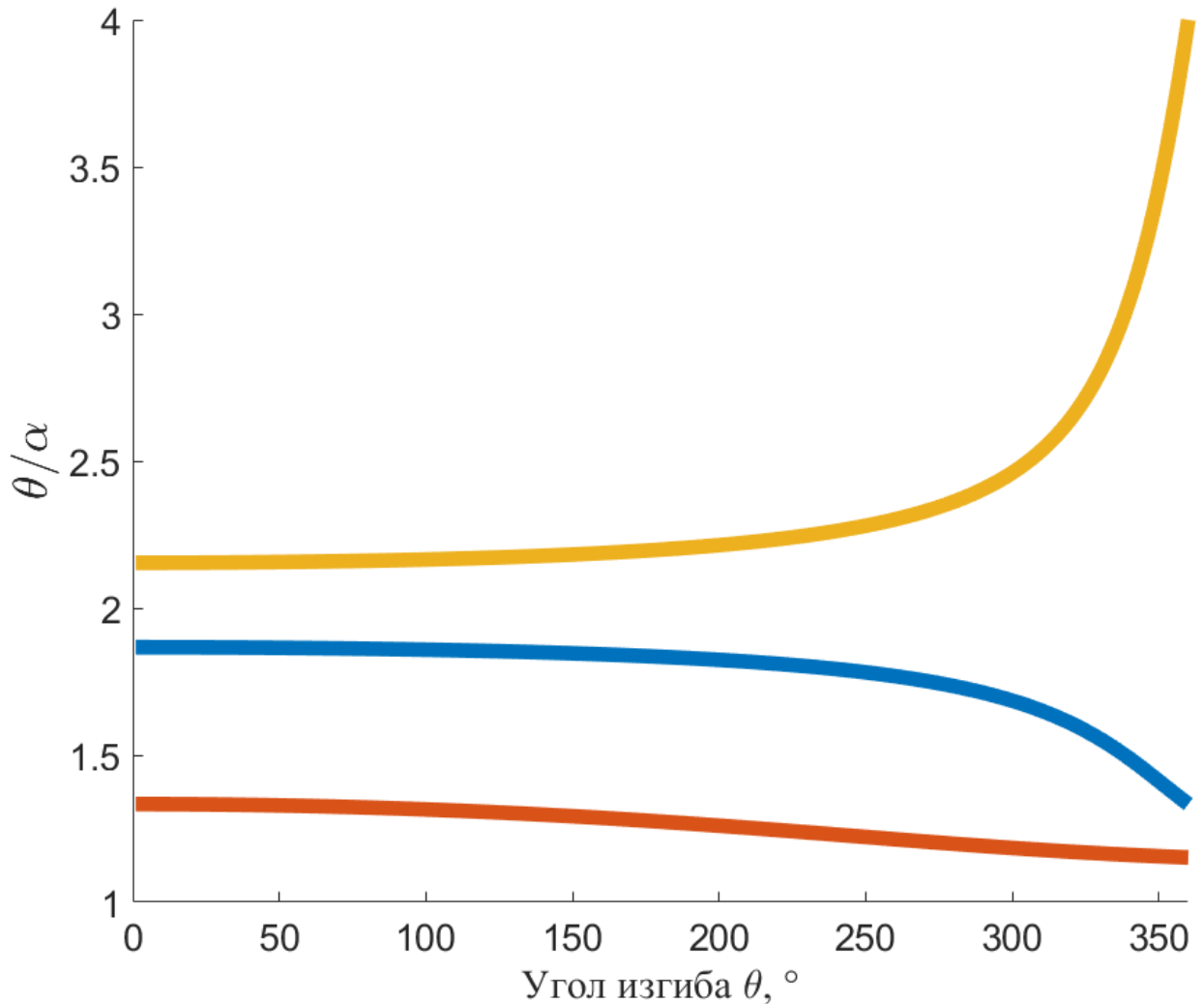


Рисунок 2.2 – Графическое представление зависимости отношения между углом изгиба θ и углом хорды α для трех различных секций в соответствии с величиной угла изгиба θ . Примечание: Цвета и параметры секций описаны в таб. 2.1.

Таблица 2.1 – Параметры секций

Цвет кривой	Веса подсекций W	Веса подсекций w
	по длине	по углу изгиба
Красный	[1, 2, 4]	[3, 2, 1]
Синий	[1, 2, 4]	[1, 2, 3]
Желтый	[4, 2, 1]	[3, 1, 1]

Отметим, что для секции переменной кривизны может существовать критический угол изгиба θ_{crit} . Для любого угла изгиба $\theta > \theta_{crit}$ существует такой угол изгиба $\theta' < \theta_{crit}$, что $\alpha(\theta) = \alpha(\theta')$. Поскольку целесообразно выбирать меньший из углов изгиба, то изгиб секции следует ограничить θ_{crit} . θ_{crit} соответствует максимальному значению угла хорды α на промежутке от $\theta \in [0 \dots \theta_{max}]$ и определяется заранее (см. рисунок 2.3).

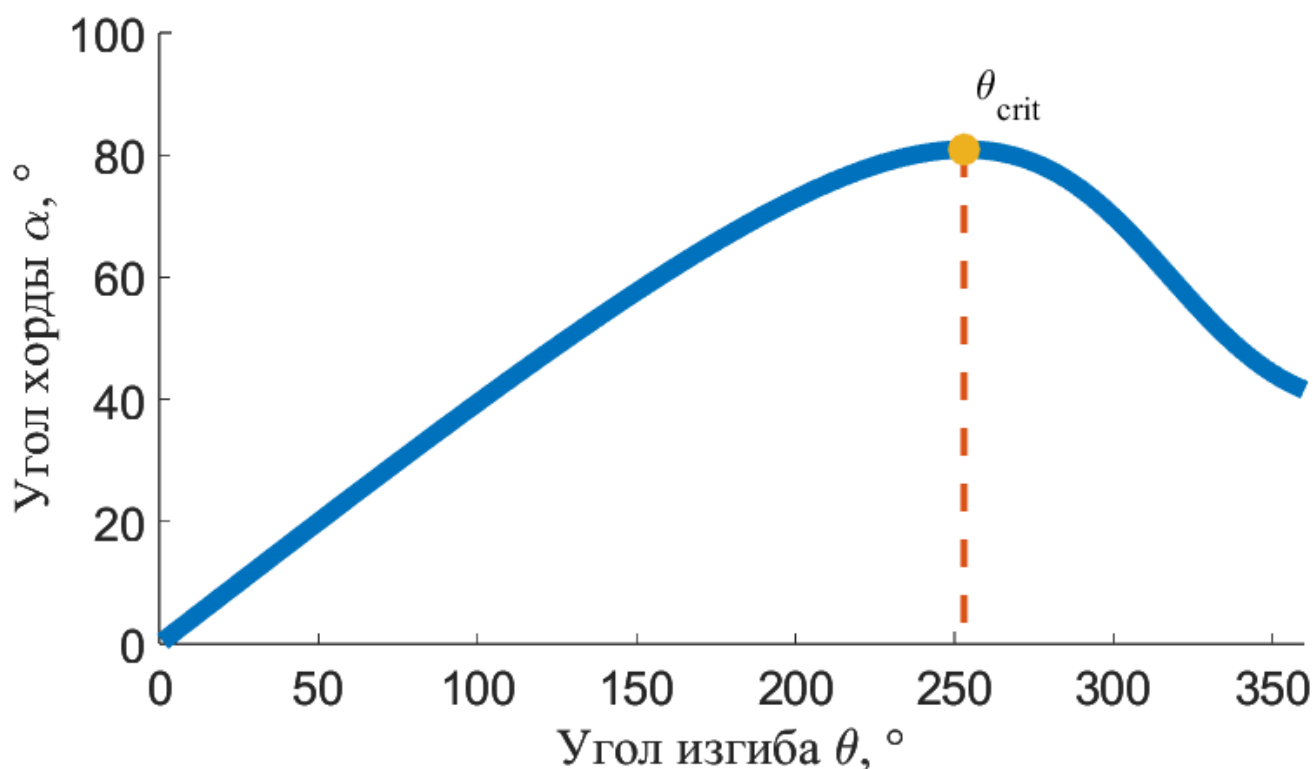


Рисунок 2.3 – Графическое представление зависимости угла хорды α от угла изгиба θ . Примечание: Веса секции: $W = [1, 2, 4]$, $w = [1, 2, 10]$.

Значение k соответствует отношению $k = \theta/\alpha$, на основании которого можно определить угол изгиба секции. Зная значения угла изгиба θ и целевой точки P_T , можно определить длину переменной части секции S'_Δ . S'_Δ может быть больше S_Δ или меньше 0 для $h_{max} > 0$, что сигнализирует о необходимости линейного смещения.

Затем через прямую кинематику определяем положение конечного элемента секции P' для угла изгиба θ и длины переменной части секции S'_Δ . Для найденного положения P' определяем угол хорды α' . В случае, если угол между α' и α больше углового допуска ε_A , то соотношение k для угла α подобрано неверно и,

соответственно, угол изгиба θ рассчитан неверно. Если расстояние между целевой точкой P_T и текущим положением конечного элемента секции P' больше линейного допуска ε_L , то соотношение k и/или длина переменной части S'_Δ подобраны неверно. В таком случае, необходимо переопределить угол изгиба, длину переменной части секции и пересчитать значение k . Исходим из известных утверждений:

1. Поскольку углу изгиба θ соответствует угол хорды α' , то соотношение можно переопределить как $k = \theta/\alpha'$;
2. Используя новое значение отношения k , можно переопределить угол изгиба $\theta = k \cdot \alpha$;
3. Так как длина хорды линейно зависит от длины секции $S = S'_\Delta + S_C$, то можно переопределить длину переменной части секции, как $S'_\Delta = S'_\Delta \cdot |P|/|P'| - S_C$.

Для $h_{max} > 0$ требуется определить линейное перемещение базы Δh . С этой целью делаем предположение, что перпендикуляр к хорде в точке P'' является касательной прямой к рабочей области секции в точке P'' (см. рисунок 2.4). Точка P'' соответствует положению конечного элемента секции при значении угла изгиба θ и максимальной длине переменной части секции S_Δ или текущей длине переменной части секции S'_Δ , если она лежит в допустимых границах $S'_\Delta \in [0..S_\Delta]$. Поскольку длина хорды при $\theta = const$ линейно зависит только от длины секции, то P'' можно определить исходя из целевой позиции P_T , максимальной S_Δ и текущей длины переменной части секции S'_Δ . Линейное смещение Δh определяется исходя из расстояния e между точками P'' и P_T и углом хорды α .

После линейного смещения базы, изменится угол хорды α . Следовательно, необходимо вновь переопределить угол изгиба θ и S'_Δ . Поиск решения осуществляется до тех пор, пока расстояние между P'' и P_T не станет меньше линейного допуска ε_L .

Углы поворота φ и ω дублируют функции друг друга и определяются с помощью компонентов P_T^X и P_T^Y целевой точки P_T в системе координат секции T_0 .

Предложенный метод был реализован в виде алгоритма, состоящего из следующих этапов:

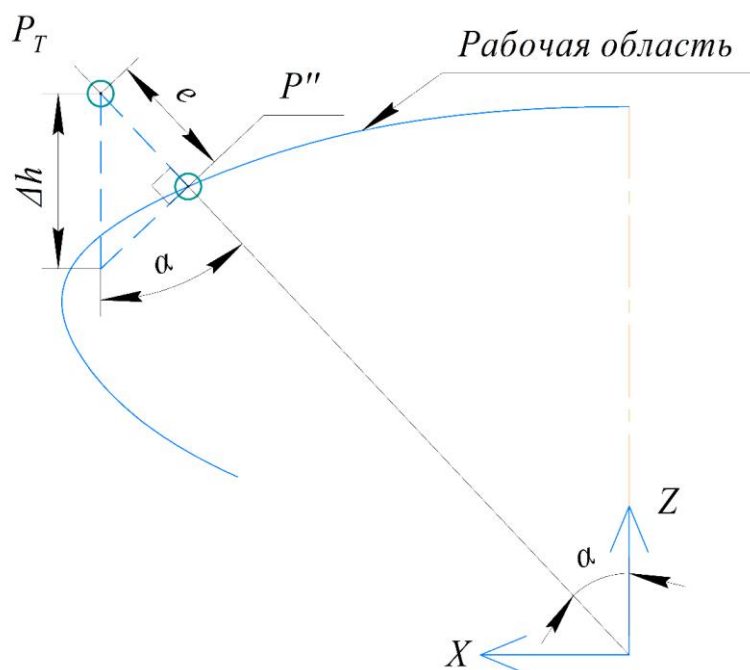


Рисунок 2.4 – Схема определения линейного смещения Δh .

1. Рассчитываем угол поворота:

$$\omega = \varphi = \text{atan2}(P_Y, P_X) \quad (2.9)$$

2. Определяем целевой угол хорды α для точки P как:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{z}_0 \cdot P}{|P|}\right) \quad (2.10)$$

где $\vec{z}_0$ – ось Z базы секции T_0 .

3. Предполагаем, что всю секцию изгиба можно описать допущением о постоянной кривизне, тогда угол изгиба θ равен:

$$\theta = 2\alpha \quad (2.11)$$

4. Текущую длину переменной части секции S'_Δ рассчитываем по формуле:

$$S'_\Delta = \frac{|P| \cdot \theta}{2 \cdot \sin(\theta/2)} - S_c \quad (2.12)$$

5. Через прямую кинематику определяем положение конечного элемента P' для длины переменной части секции S'_Δ , угла изгиба θ и угла поворота φ .

6. Определяем текущий угол хорды α' для P' по уравнению (2.10).

7. Определяем соотношение k , угол изгиба θ и длину переменной части секции S'_Δ по формулам:

$$k = \theta / \alpha' \quad (2.13)$$

$$\theta = k \cdot \alpha \quad (2.14)$$

$$S'_\Delta = S'_\Delta \cdot |P| / |P'| - S_C \quad (2.15)$$

8. Рассчитываем линейную и угловую ошибки:

$$e_L = |P - P'| \quad (2.16)$$

$$e_a = |\alpha - \alpha'| \quad (2.17)$$

9. Если $h_{max} = 0$, то переходим к шагу 17.

10. Определяем ошибку e между P и P'' :

$$S'_\Delta = \begin{cases} S'_\Delta, & \text{если } 0 < S'_\Delta < S_\Delta \\ S_\Delta, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (2.18)$$

$$e = |P| \cdot \left(1 - \frac{S_C + S_\Delta}{S_C + S'_\Delta} \right) \quad (2.19)$$

11. Если $e < \varepsilon_L$, то переходим к шагу 17.

12. Рассчитываем смещение Δh :

$$\Delta h = e / \cos(\alpha') \quad (2.20)$$

В зависимости от α' смещение Δh может быть слишком большим, поэтому его стоит ограничивать:

$$\Delta h = \begin{cases} \text{sign}(\Delta h) \cdot \Delta h_{max}, & \text{если } \Delta h_{max} < \Delta h \\ \Delta h, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (2.21)$$

13. Устанавливаем $e_L = 2 \cdot \varepsilon_L$ и $e_A = 2 \cdot \varepsilon_A$.

14. Переопределяем h и P :

$$h = h + \Delta h \quad (2.22)$$

$$P = P - [0; 0; \Delta h] \quad (2.23)$$

15. Переопределяем целевой угол хорды α по уравнению (2.10), угол изгиба θ по уравнению (2.14) и длину переменной части секции S'_Δ по уравнению (2.12).

16. Если $e > \varepsilon_L$, или $e_L > \varepsilon_L$, или $e_A > \varepsilon_A$, то переходим к шагу 7.

17. Корректируем S'_Δ , так чтобы она не выходила за лимиты:

$$S'_\Delta = \begin{cases} S_\Delta, & \text{если } S'_\Delta > S_\Delta \\ 0, & \text{если } S'_\Delta < 0 \\ S'_\Delta, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (2.24)$$

18. Определяем локальный максимум угла изгиба θ'_{max} для текущей длины переменной части секции S'_Δ , как:

$$\theta'_{max} = \begin{cases} S'_\Delta \cdot \theta_{max}/S_\Delta, & \text{если } S_\Delta \neq 0 \\ \theta_{max}, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (2.25)$$

19. Корректируем угол изгиба θ в зависимости от θ'_{max} :

$$\theta = \begin{cases} \theta, & \text{если } \theta < \theta'_{max} \\ \theta'_{max}, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (2.26)$$

20. Корректируем h :

$$h = \begin{cases} h_{max}, & \text{если } h > h_{max} \\ 0, & \text{если } h < 0 \\ h, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (2.27)$$

Блок-схема алгоритма предоставлена на рисунке 2.5.

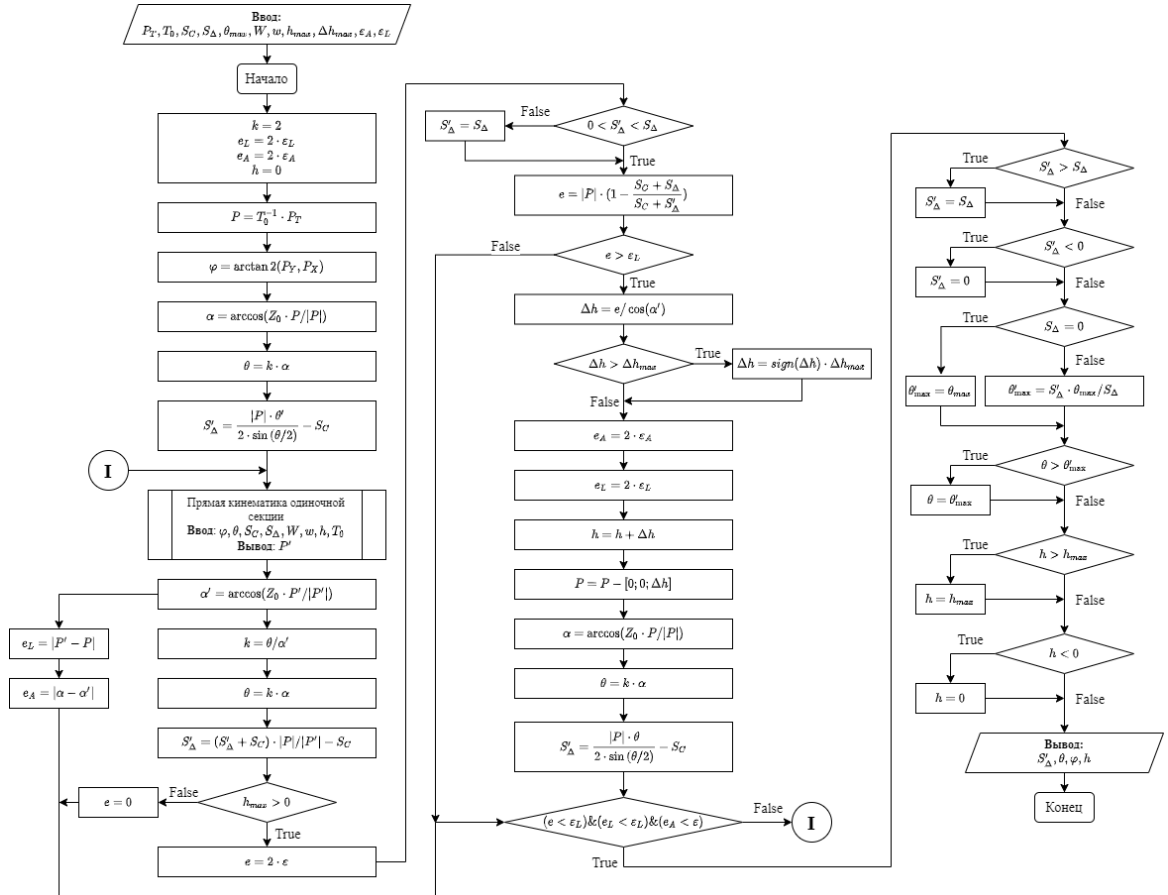


Рисунок 2.5 – Блок-схема алгоритма обратной кинематики для одиночной секции изгиба

2.3.2 Алгоритм решения обратной задачи кинематики для многосекционного робота

На основе алгоритма FABRIK и предложенного метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции в рамках диссертационного исследования разработан алгоритм FABRIKx для решения обратной задачи кинематики для многосекционных роботов. Алгоритм обратной кинематики для многосекционного робота позволяет найти конфигурацию робота достигающую целевое положение P_T с линейным допуском ϵ_P и целевую ориентацию $\vec{z}_T$ с угловым допуском ϵ_Z . Непрерывным робот чаще всего представляет собой осевой инструмент, поэтому для того, чтобы задать его ориентацию в пространстве достаточно одного вектора.

Для того, чтобы применить алгоритм FABRIK к непрерывным роботам необходимо каждую секцию изгиба представить виртуальным жестким роботом, который состоит из трех звеньев: двух отрезков касательных (к началу и концу секции) и хорды, соединяющей начало и конец секции.

Алгоритм начинает работы с некой начальной позы робота, для которой известны все $(2N + 1)$ ключевые точки или конфигурация. Ключевыми точками являются начало робота P_1 , конец i -ой секции P_{2i+1} и точки пересечения касательных i -ой секции P_{2i} . Длины касательных определяются как:

$$L_{2i-1} = |\overrightarrow{P_{2i}P_{2i-1}}| \quad (2.28)$$

$$L_{2i} = |\overrightarrow{P_{2i}P_{2i+1}}| \quad (2.29)$$

где L_{2i-1} – отрезок касательной к началу i -ой секции и L_{2i} – отрезок касательной к концу i -ой секции.

Если ключевые точки неизвестны, то углы изгиба θ и углы поворота φ устанавливаются равными нулю. Длины переменных частей S'_Δ устанавливаются так, чтобы общая длина робота была равна расстоянию от базы робота до целевой точки P_T :

$$S'_{\Delta i} = S_{\Delta i} \cdot \frac{|P_T| - \sum S_c}{\sum S_{\Delta}} \quad (2.30)$$

После этого поза робота, содержащая точки начала робота и конца каждой секции, определяется через прямую кинематику. Длины касательных определяем по теореме синусов (рисунок 2.6):

$$L_{2i-1} = |\overrightarrow{P_{2i-1}P_{2i+1}}| \cdot \sin(\theta_i - \alpha) / \sin(\pi - \theta_i) \quad (2.31)$$

$$L_{2i} = |\overrightarrow{P_{2i-1}P_{2i+1}}| \cdot \sin(\alpha) / \sin(\pi - \theta_i) \quad (2.32)$$

Для угла изгиба $\theta = 0$:

$$L_{2i-1} = L_{2i} = |\overrightarrow{P_{2i-1}P_{2i+1}}|/2 \quad (2.33)$$

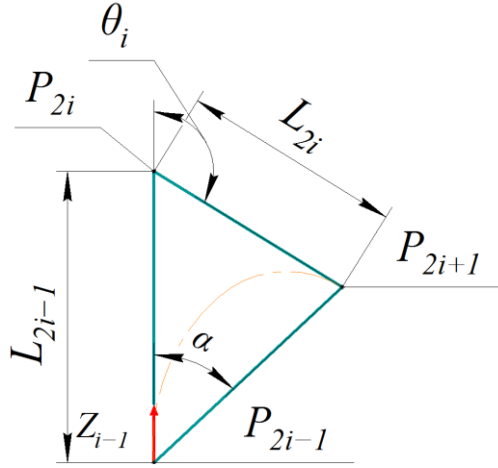


Рисунок 2.6 – Схема касательных и хорд для одиночной секции.

Исходя из (2.31)-(2.33) точка пересечения касательных P_{2i} определяется как:

$$P_{2i} = \overrightarrow{Z_{i-1}} \cdot L_{2i-1} + P_{2i-1} \quad (2.34)$$

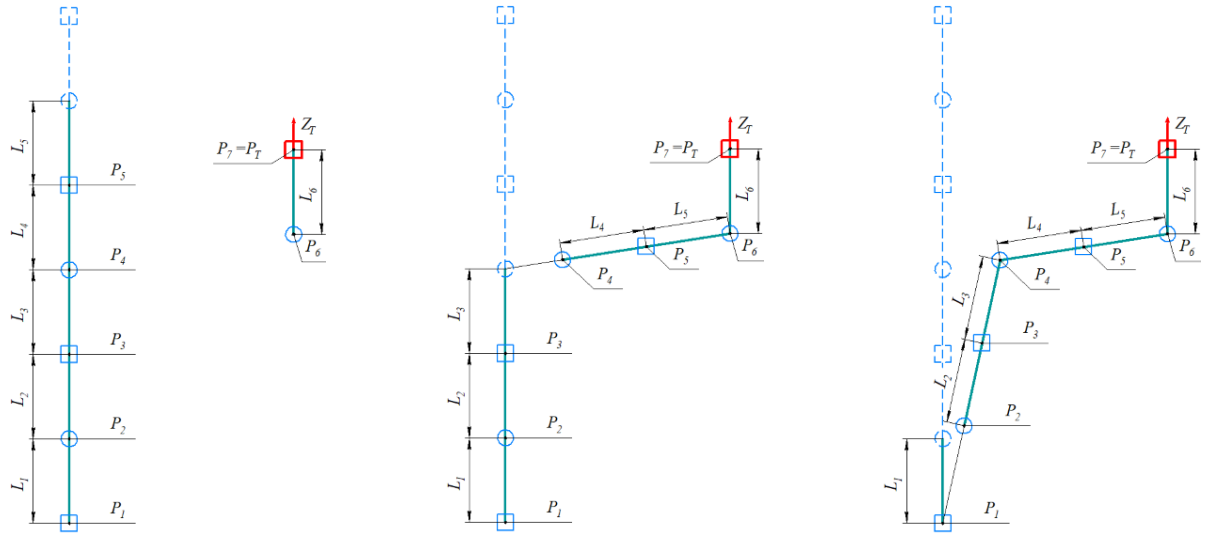
где $\overrightarrow{Z_{i-1}}$ – ось Z базы i -ой секции.

Каждая итерация алгоритма состоит из этапов прямого и обратного следования. Пример итерации обратной кинематики для трехсекционного непрерывного робота приведен на рисунок 2.7.

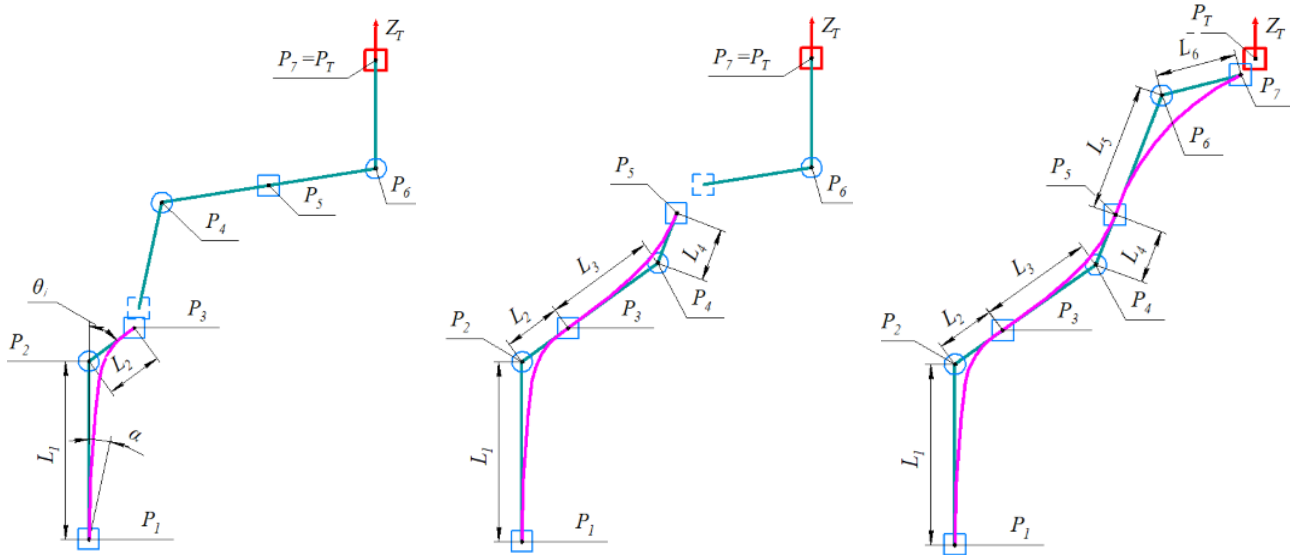
Рассмотрим подробнее этап прямого следования, в котором секции изгиба представлены только звеньями касательных, соединенных сферическими шарнирами, без ограничений на углы поворота. Данное упрощение позволяет получить предварительную позу робота, позиция и ориентация которой будут соответствовать целевым. Алгоритм этапа *прямого следования* следующий:

1. Конечная точка робота P_N перемещается в целевую позицию P_T :

$$P_N = P_T \quad (2.35)$$



Этап прямого следования



Этап обратного следования

Рисунок 2.7 – Пример итерации алгоритма FABRIKx для трехсекционного непрерывного робота.

2. Значение вектора касательной $\vec{v}$ в точке P_N определяется целевым вектором ориентации $\vec{Z}_T$:

$$\vec{v} = -\vec{Z}_T \quad (2.36)$$

Если $\vec{Z}_T$ не задано, то вектор $\vec{v}$ можно определить:

$$\vec{v} = \overrightarrow{P_N P_{N-1}} / |\overrightarrow{P_N P_{N-1}}| \quad (2.37)$$

3. Переопределяем все оставшиеся ключевые точки, начиная с предпоследней P_{N-1} до первой P_1 ($i = 0, \dots, N - 1$). При этом точка пересечения касательных $P_{2(N-i)}$ i -ой секции определяется следующим образом:

$$P_{2(N-i)} = P_{2(N-i)+1} + \vec{v} \cdot L_{2(N-i)} \quad (2.38)$$

Вектор касательной $\vec{v}$ i -ой секции определяется как:

$$\vec{v} = \begin{cases} \overrightarrow{P_{2(N-i)}P_{2(N-i-1)}}/|\overrightarrow{P_{2(N-i)}P_{2(N-i-1)}}|, & \text{если } i \neq N-1 \\ -\vec{z}_0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (2.39)$$

Конечную точку $P_{2(N-i)-1}$ i -ой секции определяем по формуле:

$$P_{2(N-i)-1} = P_{2(N-i)} + \vec{v} \cdot L_{2(N-i)-1} \quad (2.40)$$

Далее следует этап *обратного следования*. На этом этапе вычисляем параметры конфигурации $\theta, \varphi, S'_\Delta, \alpha$ каждой секции от первой до последней ($i = 1, \dots, N$), на основе предложенного метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции для целевой точки P_{2i+1} и базы T_{i-1} .

Способ решения прямой и обратной задач кинематики для одиночной секции изгиба можно менять в зависимости от требований к точности и скорости решения.

Далее, на основе решения прямой задачи кинематики, определяем истинную позу робота. Длины касательных и точки их пересечения находятся по формулам (2.31)-(2.34).

По завершении этапа обратного следования рассчитываются линейная и угловая ошибки. Если линейная или угловая ошибка больше, чем их допуски, то алгоритм выполняет следующую итерацию, начиная с этапа прямого следования. В противном случае полученные углы изгиба и поворота являются окончательным решением обратной задачи кинематики. Блок-схема алгоритма FABRIKx, для случая когда известна начальная позу робота, представлена на рисунок 2.8.

Разработанный алгоритм способен решать обратную задачу кинематики для многосекционных непрерывных роботов, состоящих из секций с переменной кривизной и длиной.

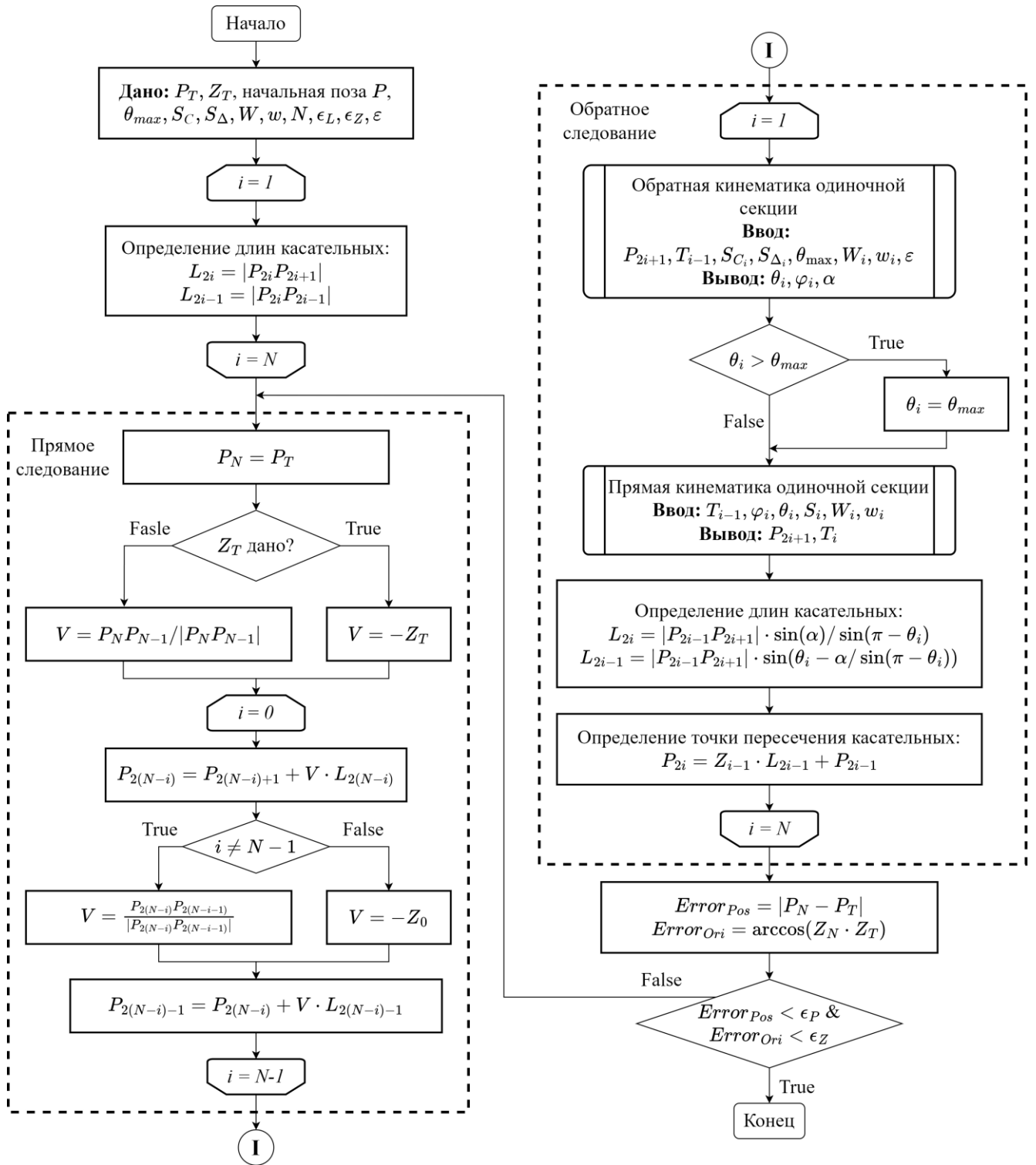


Рисунок 2.8 – Блок-схема алгоритма FABRIKx.

2.4 Алгоритм для предотвращения столкновений непрерывного робота с препятствием

Одним из преимуществ непрерывных роботов является возможность работы в пространстве с множеством препятствий, в связи с этим способность планировать

движение без столкновения является важной частью управления роботом. Разработка алгоритма, реализация которого позволит рассчитать уклонение непрерывного робота от препятствий, приведет к увеличению точности и скорости манипуляций, даст возможность частично или полностью автоматизировать управление роботом, а также расширит возможности применения непрерывных роботов.

FABRIKx и метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции позволяют решить обратную задачу кинематики заменяя секции изгиба виртуальными звеньями. Поскольку виртуальные звенья не являются телом робота, то при столкновении препятствия с ними, нельзя однозначно сделать вывод о том, что робот также сталкивается с препятствием (см. рисунок 2.9).

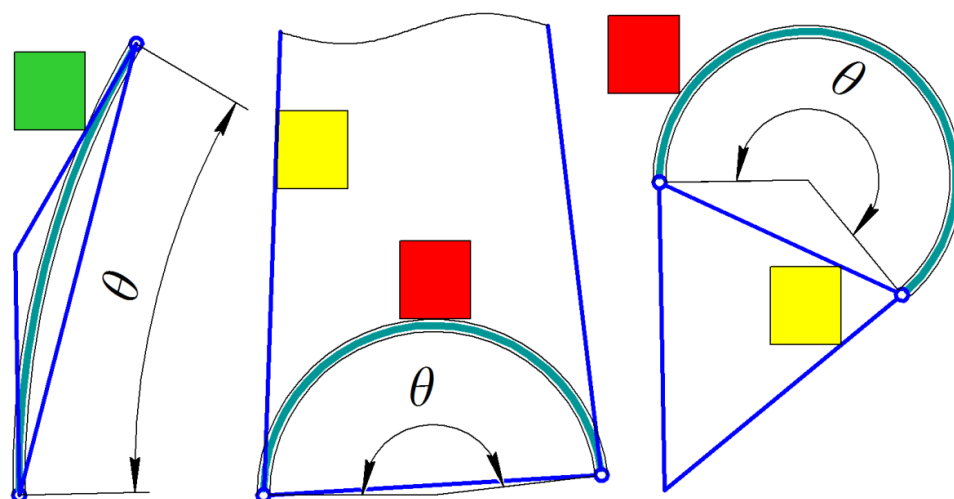


Рисунок 2.9 – Столкновения непрерывного робота (зеленая кривая) и виртуального звена (синие отрезки) с препятствиями (квадраты). Зеленый квадрат – столкновение виртуального звена и реального робота почти совпадают. Жёлтые квадраты – столкновение с виртуальным звеном вдалеке от реального тела робота. Красные квадраты – столкновение с реальным телом робота вдалеке виртуального звена.

Для предотвращения столкновений робота с препятствием необходимо определить расстояние до препятствия и направление, в котором нужно двигать робота, чтобы избежать столкновения. Для этого:

1. Описываем каждое препятствие одним или несколькими кругами с

центрами O и радиусом R .

2. Определяем матрицу T_M , включающую в себя положение и ориентацию середины секции изгиба для длины секции S и угла изгиба θ :

$$T_M = T_0 \cdot T_Z(\varphi) \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & 0 & \sin(\theta/2) & 2 \cdot S \cdot \frac{1 - \cos(\theta/4)}{\theta} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta/2) & 0 & \cos(\theta/2) & 2 \cdot S \cdot \frac{\sin(\theta/4)}{\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

3. Определяем центр дуги P_C :

$$P_C = P_M + S \cdot X_M / \theta \quad (2.42)$$

где P_M – положение середины секции, X_M – ось X матрицы T_M .

4. Определяем расстояние от нейтральной линии до центра препятствия:

$$R' = |P_M - P_C| - |O - P_C| \quad (2.43)$$

5. Робот столкнулся с препятствием, если выполняется хотя бы одно из условий ниже:

$$|R'| < r \quad (2.44)$$

$$|R' \mp R| < r \quad (2.45)$$

$$R' - R < 0 \quad \text{если} \quad R' > 0 \quad (2.46)$$

$$R' + R > 0 \quad \text{если} \quad R' < 0 \quad (2.47)$$

где r – радиус робота вокруг нейтральной линии.

6. Если произошло столкновение, то требуется переопределить угол изгиба:

$$\theta = \begin{cases} S / (|O - P_C| + R + r) & R' > 0 \\ S / (|O - P_C| - R - r) & R' < 0 \end{cases} \quad (2.48)$$

где O' препятствие для которого выполнено условие 2.44.

Алгоритм предотвращения столкновений является частью обратного следования и совершает поиск столкновений после того, как определены положение и ориентация следующего узла.

2.5 Алгоритм планирования движения непрерывных роботов с огибанием препятствий

Традиционные жёсткие роботы и непрерывные роботы при столкновении с препятствием действуют по-разному. При столкновении жёсткого робота с жёстким препятствием – дальнейшее движение без разрушения робота или препятствия невозможно. Непрерывный робот во время столкновения с препятствием или захвата объекта способен менять свою форму и деформироваться под действием внешней нагрузки, в следствии чего непрерывный робот адаптирует свою форму под препятствие (рисунок 2.10).

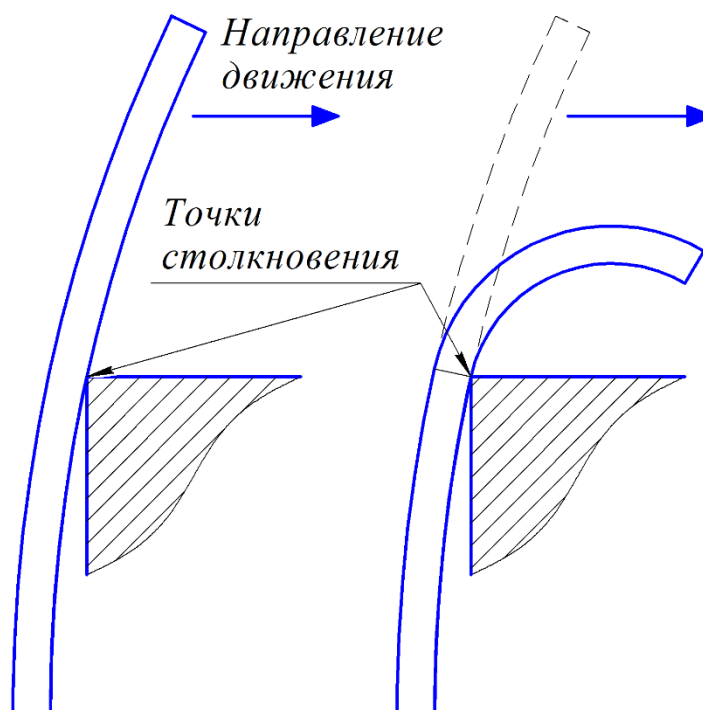


Рисунок 2.10 – Непрерывный робот сталкивается с препятствием и огибая препятствие, продолжает движение.

В данной диссертационной работе представлен алгоритм планирования движения на плоскости, в котором учтена способность односекционного непрерывного робота огибать препятствия.

Определим входные данные для работы алгоритма: целевая позиция P_T ; система координат базы робота T_0 ; геометрические параметры препятствий и точки столкновения. Точки столкновения – это точки, заданные пользователем на

препятствиях, с которыми робот может столкнуться, обогнуть их и продолжить движение.

Выходными данными являются углы изгиба и точки столкновения, определяющие окончательную позу робота.

Введем допущения, сделанные в ходе разработки алгоритма:

- Трение не влияет на форму робота.
- Точка столкновения делит односекционный непрерывного робота на две части: до и после столкновения. Часть до столкновения сохраняет свою форму до тех пор пока существует контакт с препятствием. Часть после столкновения ведет себя, как отдельная секция изгиба.

Первое предположение позволяет свободно толкать и тянуть корпус робота, не влияя на его форму. Второе предположение позволяет представить односекционный непрерывный робот, идущий из одной точки столкновения в другую, как многосекционный непрерывный робот, каждая секция изгиба которого заканчивается в точке столкновения.

Точка столкновения разделяет секцию на две части. При этом возможны только два типа столкновения: с ограничением на движение вперед (рисунок 2.11-а) и с ограничением на движение назад (рисунок 2.11-б). При ограничении на движение вперед дальнейшему изгибу мешает препятствие. Часть до точки столкновения сохраняет свою форму во время движения вперед, в то время как часть после точки столкновения продолжает изгибаться. Во время движения назад обе части разгибаются как одна секция.

При ограничении на движение назад препятствие предотвращает разгибание. Часть до точки столкновения сохраняет свою форму во время движения назад, в то время как другая часть изгибается. Во время движения назад обе части сгибаются как одна секция.

Вектора, соединяющие точки столкновения: базовую и целевую, являются *хордами*. Набор хорд, последовательно идущих от базы робота к целевой точке через точки столкновения, представляет собой позу, которую робот должен принять, чтобы достичь целевой точки.

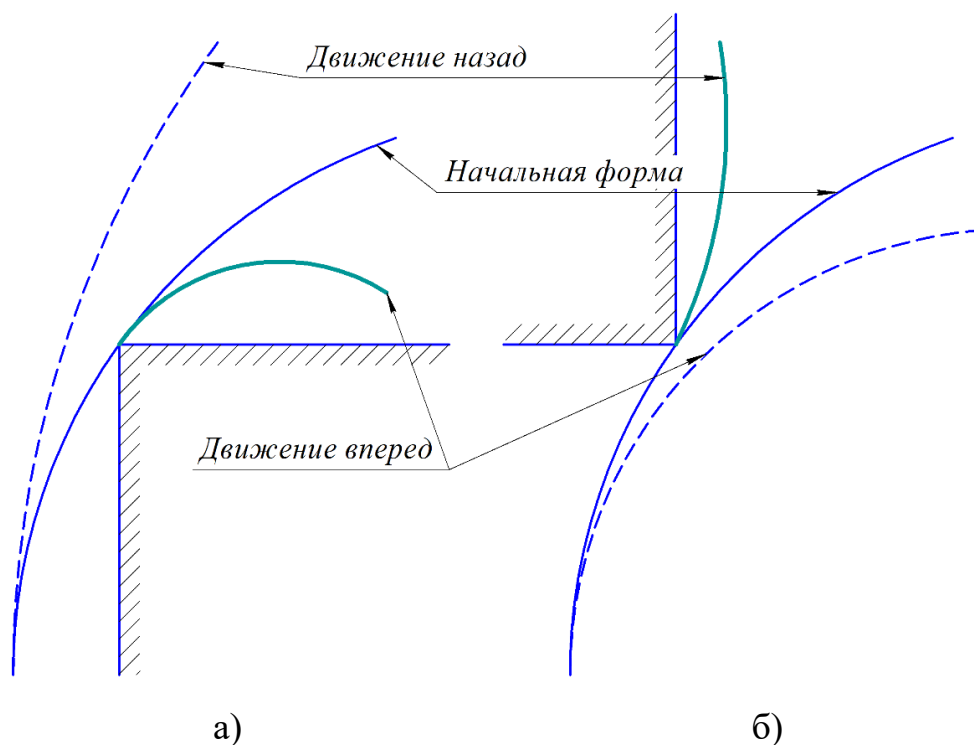


Рисунок 2.11 – Типы столкновений: а) с ограничением на движение вперед) с ограничением на движение назад

Алгоритм планирования движения следующий:

1. Построим связный граф, вершинами которого являются база робота, точки столкновений и целевая точка.
2. Найдем решение обратной задачи кинематики от базы робота до каждой точки, включая целевую.
3. Проверим наличие/отсутствие столкновений у каждого решения.
4. Определить тип столкновения.
5. Исключим из графа связи с неверным типом столкновения с препятствием и те, где робот проходит сквозь препятствие.
6. Используя оставшиеся точки как базы, переходим к шагу 2. Повторяем итерационный процесс до тех пор, пока целевая позиция не будет достигнута.

Алгоритм продолжает повторяться, пока не достигнет целевой точки. Пример двух итераций алгоритма представлен на рисунок 2.12.

Итоговая конфигурация является траекторией движения робота. При движении робот использует подход «следуй-за-лидером». Робот проталкивается и одновременно совершает изгиб, чтобы совпадать с траекторией движения.

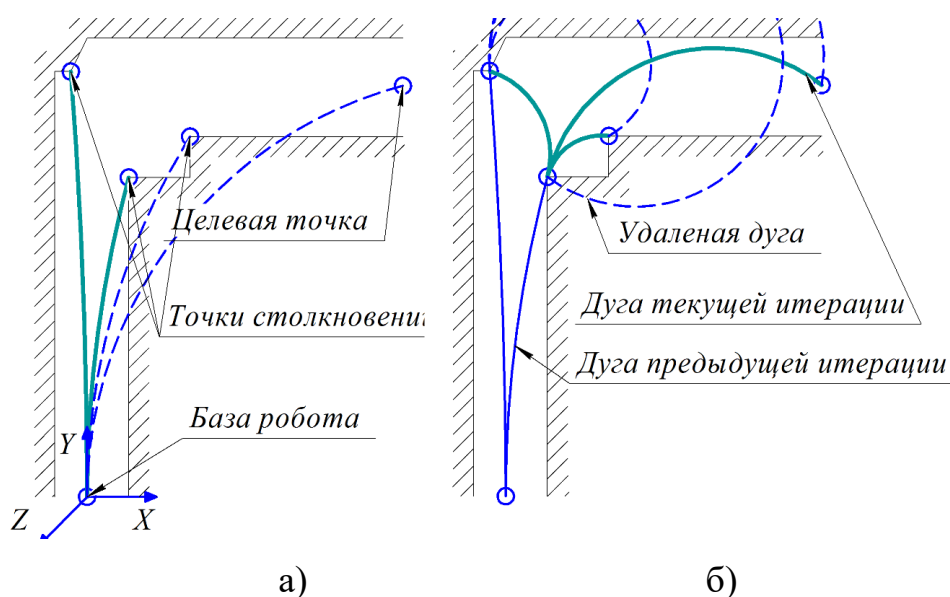


Рисунок 2.12 – Две итерации алгоритма: а) первая итерация – дуги строятся из базы до всех точек столкновений. Дуги, проходящие сквозь препятствия, удаляются. б) Новые дуги строятся из концов дуг, оставшихся с предыдущей итерации.

Выводы по второй главе

1. Описано решение прямой задачи кинематики для одиночной секции изгиба с переменной длиной и кривизной. Прямая кинематика является основой решения обратной задачи кинематики для односекционного робота.

2. На основе прямой кинематики разработан метод решения обратной задачи кинематики для односекционного робота с переменной длиной, переменной кривизной и возможностью линейного перемещения. Метод использует угол хорды (угол между касательной к началу секции и хордой) для итеративного нахождения угла изгиба и длины секции. Сущность разработанного метода заключается в решении обратной задачи кинематики на основе итеративного поиска отношения между углом изгиба и углом хорды и подборе линейного перемещения h через угол хорды и текущую длину переменной части секции.

3. На основе алгоритма FABRIK и предложенного метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции в рамках диссертационного исследования разработан алгоритм FABRIKx для решения обратной задачи

кинематики для многосекционных роботов. Для того, чтобы применить алгоритм FABRIK к непрерывным роботам необходимо каждую секцию изгиба представить виртуальным жестким роботом, который представлен тремя звеньями – два отрезка касательных (к началу и концу секции) и хорды, соединяющей начало и конец секции. Алгоритм состоит из этапов прямого и обратного следований. На этапе прямого следования с помощью звеньев касательных к началу и концу секции получаем предварительную позу робота, позиция и ориентация которой будут соответствовать целевым. На этапе обратного следования через алгоритмы прямой и обратной кинематики получаем истинную позу робота.

4. FABRIKx и метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции позволяют решить обратную задачу кинематики посредством замены секции изгиба виртуальными звеньями. Поскольку виртуальные звенья не являются телом робота, то при столкновении препятствия с ними нельзя однозначно сделать вывод о том, что робот также сталкивается с препятствием. Предложенный алгоритм определяет наличие/отсутствие столкновения и направление, в котором нужно двигать робота, чтобы избежать столкновения.

5. Традиционные жесткие роботы и непрерывные роботы при столкновении с препятствием действуют по-разному. Непрерывный робот во время столкновения с препятствием или захвата объекта способен менять свою форму и деформироваться под действием внешней нагрузки, в следствии чего адаптирует свою форму под препятствие. В данной диссертационной работе представлен алгоритм планирования движения на плоскости, который учитывает способность огибать препятствия для односекционного непрерывного робота. С этой целью пользователь определяет потенциальные точки столкновения для робота. Алгоритм ищет конфигурацию непрерывного робота, когда он проходит через эти точки. Полученная конфигурация является траекторией движения робота. При движении робот использует подход «следуй-за-лидером». Робот проталкивается и одновременно совершает изгиб, чтобы совпадать с траекторией движения.

Глава 3. Результаты применения разработанных метода и алгоритмов в симуляции

3.1. Проверка работоспособности метода и алгоритмов обратной кинематики для многосекционного непрерывного робота

Для проверки работоспособности предложенных метода и алгоритмов проведены следующие эксперименты:

1. Оценка работоспособности предложенного метода решения обратной задачи кинематики *для одиночной секции* и сравнение полученных результатов с результатами существующих методов, основанных на вычислении элементов матрицы Якоби;
2. Оценка работоспособности предложенного алгоритма FABRIKx для решения обратной задачи кинематики *для многосекционного робота* и сравнение полученных результатов с результатами, алгоритма, основанного на вычислении элементов матрицы Якоби, и алгоритма FABRIKc, использующего для решения обратной задачи кинематики только касательные;
3. Оценка работоспособности предложенного алгоритма планирования движения для уклонения от столкновений с препятствиями;
4. Проверка работоспособности предложенного алгоритма планирования движения, который учитывает способность непрерывного робота обтекать препятствия.

3.1.1. Оценка работоспособности предложенного метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба

Работоспособность метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции оценивалась по доле успешно решенных задач. Производительность метода оценена по времени поиска решения и числу итераций на успешное решение. Генерация целей осуществлялась посредством прямой кинематики, что гарантирует существование решения. Всего было сгенерировано

10^5 целей. Каждые 500 целей секция изгиба менялась на сгенерированную случайным образом новую секцию изгиба с новыми весовыми коэффициентами W и w , которые лежат в диапазоне от 1 до 10, и новыми длинами ($S_C = 1..100$ мм и $S_\Delta = 0$ для секций постоянной длины; $S_C = 0$ и $S_\Delta = 1..100$ мм для телескопических секций; $S_C = 1..50$ мм и $S_\Delta = 100 - S_C$ мм для секций постоянной длины). Для новых секций рассчитывалась своя матрица Якоби и критический угол изгиба θ_{crit} . Решение считается успешным, если обратная задача кинематики решена менее чем за 0.5 мс с точностью $\varepsilon_A = 0.001$ рад (угловой допуск) и $\varepsilon_L = 1$ мкм (линейный допуск). Максимальный изгиб секции при генерации ограничен меньшим из углов: $\theta_{max} = 180^\circ$ или критический угол θ_{crit} . Результаты симуляции для односекционного робота представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты работы методов обратной кинематики для
одиночной секции

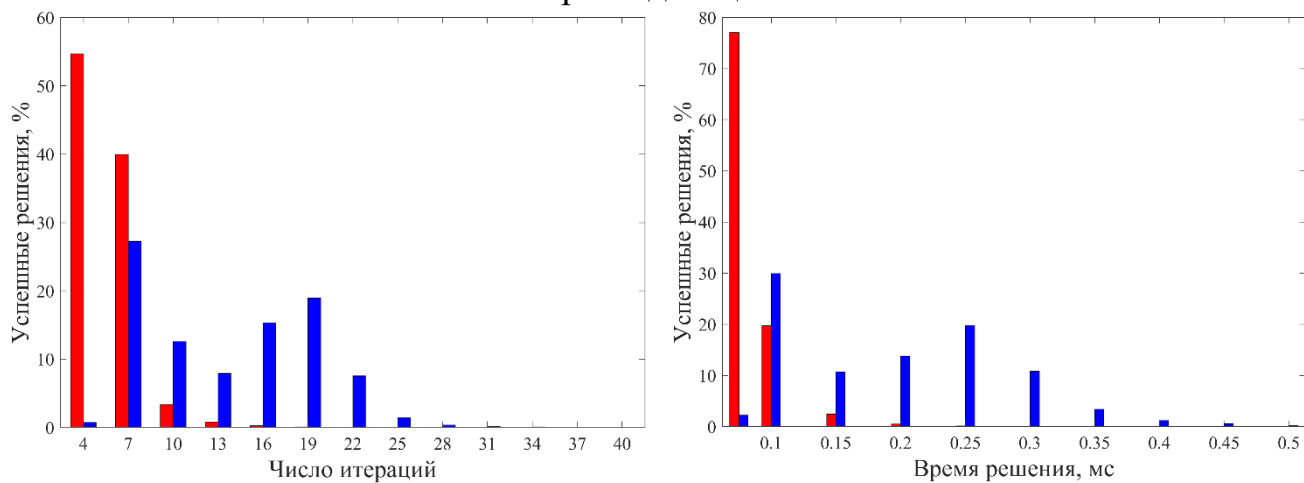
Секция	Число подсекций	Метод	Успешные решения, %	Среднее время успешного решения, мкс	Среднее число итераций успешного решения
Постоянной длины	3	Итеративный	99.9	63.8	3
		Якоби	92.3	189.6	12
	6	Итеративный	99.9	70.0	3
		Якоби	91.5	219.4	12
	9	Итеративный	99.9	73.7	3
		Якоби	90.3	236.6	9
Телеско- пическая	3	Итеративный	94.4	56.8	3
		Якоби	62.3	136.8	8
	6	Итеративный	95.3	61.6	3
		Якоби	60.5	159.2	8
	9	Итеративный	96.2	67.5	3
		Якоби	60.4	180.5	8
Переменной длины	3	Итеративный	95.3	103.3	8
		Якоби	83.2	136.4	8
	6	Итеративный	95.1	124.5	7
		Якоби	81.2	163.9	8
	9	Итеративный	95.6	147.1	7
		Якоби	81.3	190.3	8

Дополнительно, на рисунках 3.1-3.3 показаны диаграммы распределения успешных решений по времени и итерациям.

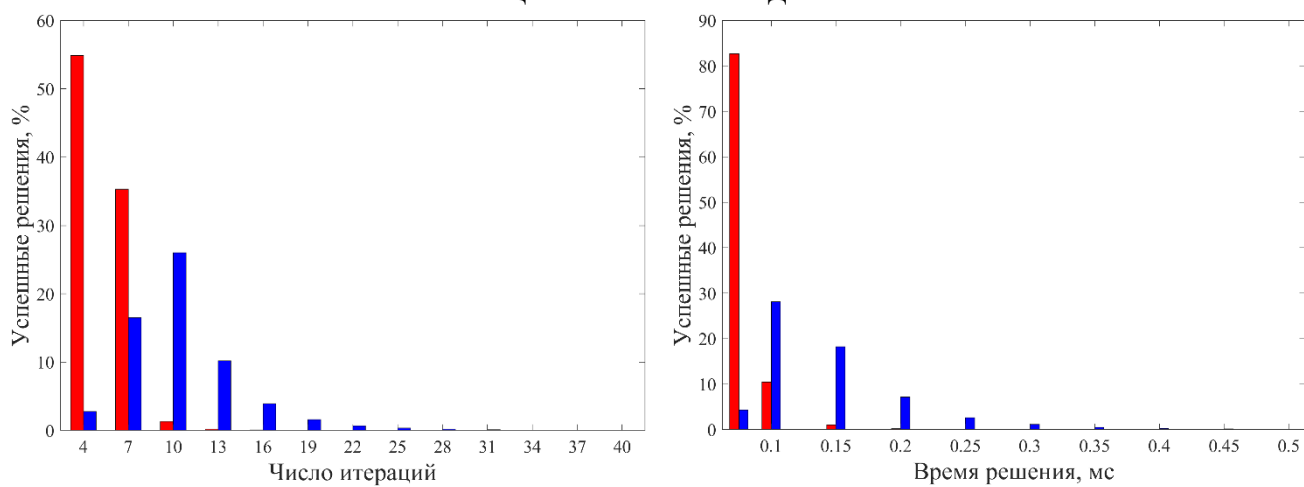
Анализ результатов показывает, что предложенный метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба является более надежным (доля успешных решений у предложенного метода от 7% до 35% выше, чем у метода, основанного на вычислении матриц Якоби). Также следует отметить, что предложенный метод позволяет сократить время поиска решения (среднее время на успешное решение от 33 мкс до 163 мкс меньше, чем у метода, основанного на вычислении матриц Якоби). Предложенному методу требуется меньшее количество итераций для успешного нахождения решения. При этом равном числе итераций предложенному методу требуется меньше времени на поиск решения.

Для секций с постоянной и переменной длиной доля успешных решений для разработанного метода оставалась стабильной при увеличении числа подсекций – 99.9% и ~95% соответственно. Для телескопических секций у предложенного метода есть тренд на повышение: с 94.4% для трех подсекций до 96.2 для девяти подсекций. Метод, основанный на вычислении матриц Якоби, имеет тренд на снижение доли успешных решений для всех типов секций. Это говорит о лучшей способности предложенного метода решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба решать задачу масштабируемости по числу подсекций, чем у метода, основанного на вычислении матрицы Якоби.

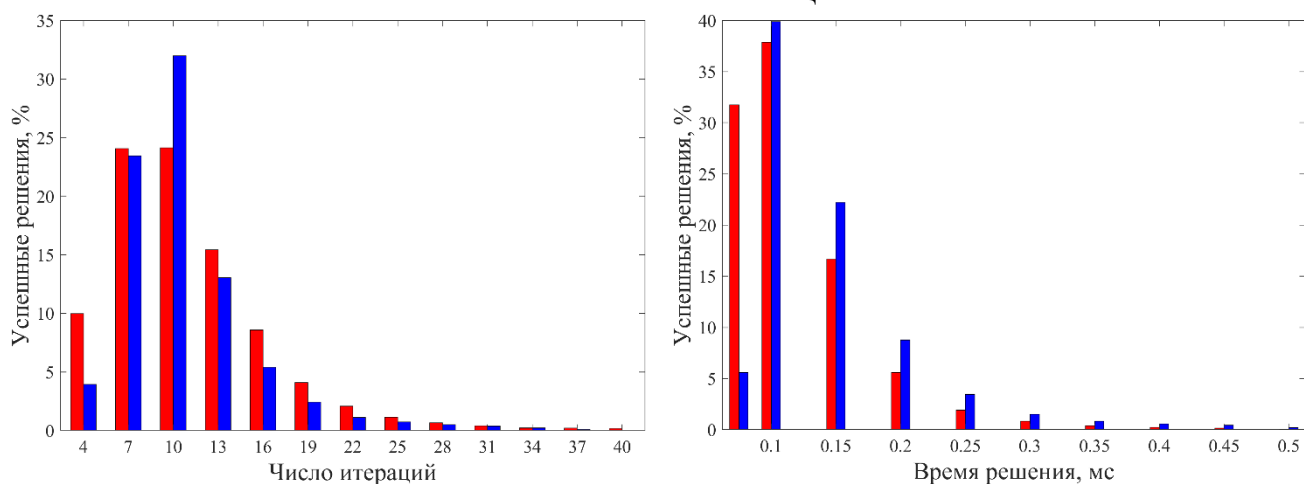
Три подсекции



Секция постоянной длины



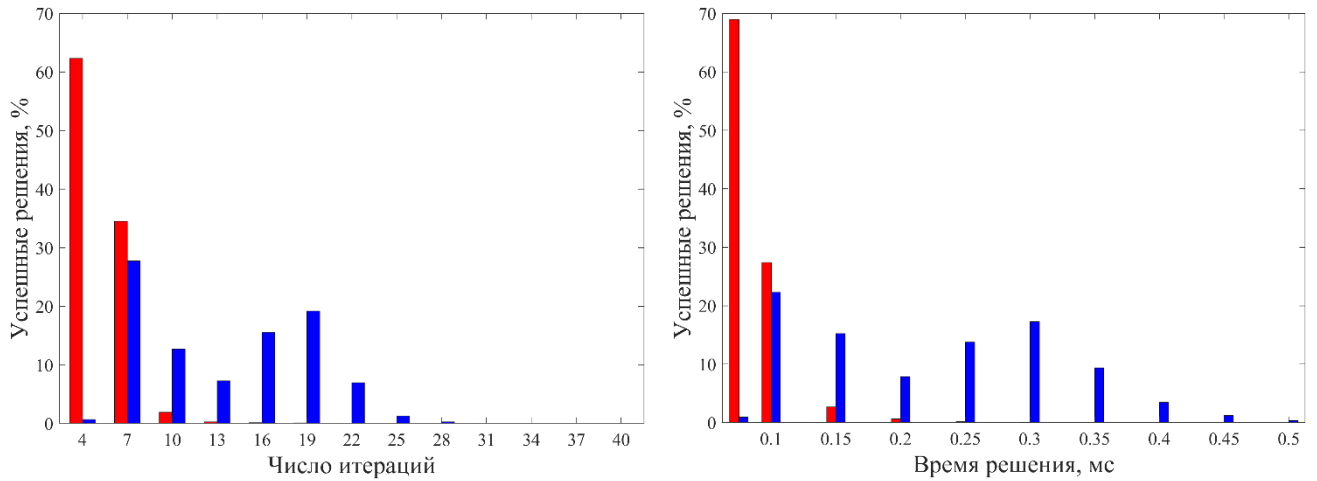
Телескопическая секция



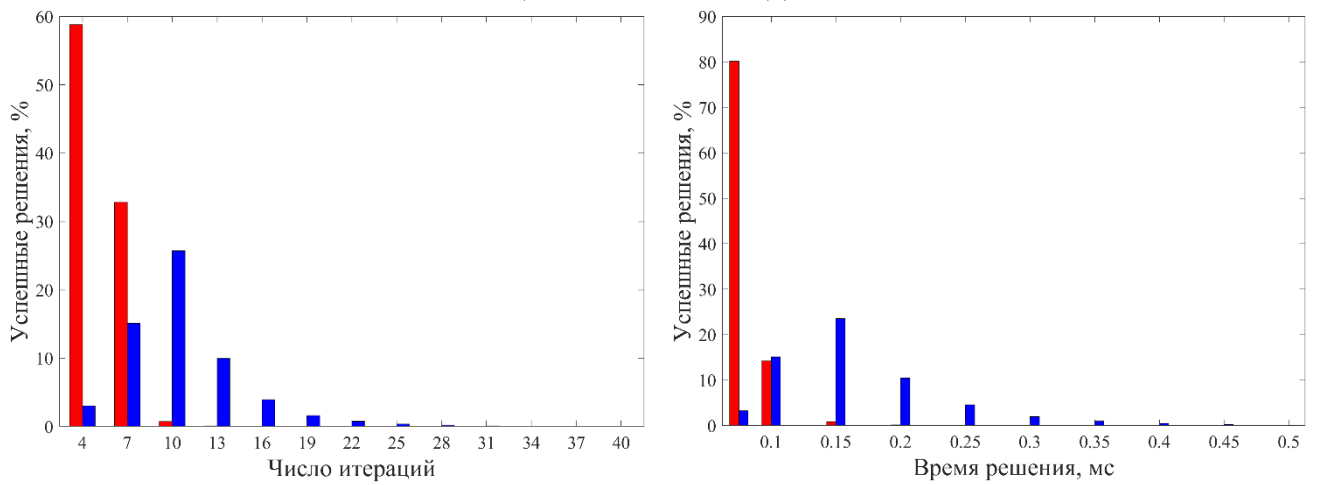
Секция переменной длины

Рисунок 3.1 – Результаты для секции с тремя подсекциями. Рисунки слева – распределение по итерациям, справа – распределение по времени. Красным отмечены результаты для итеративного метода, синим для метода с матрицами Якоби.

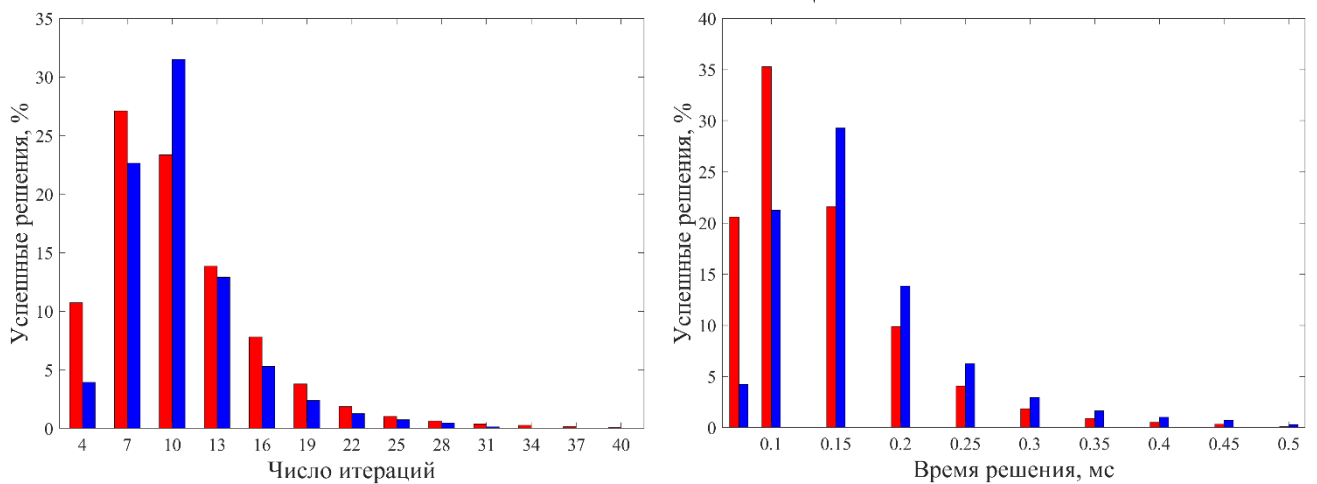
Шесть подсекций



Секция постоянной длины



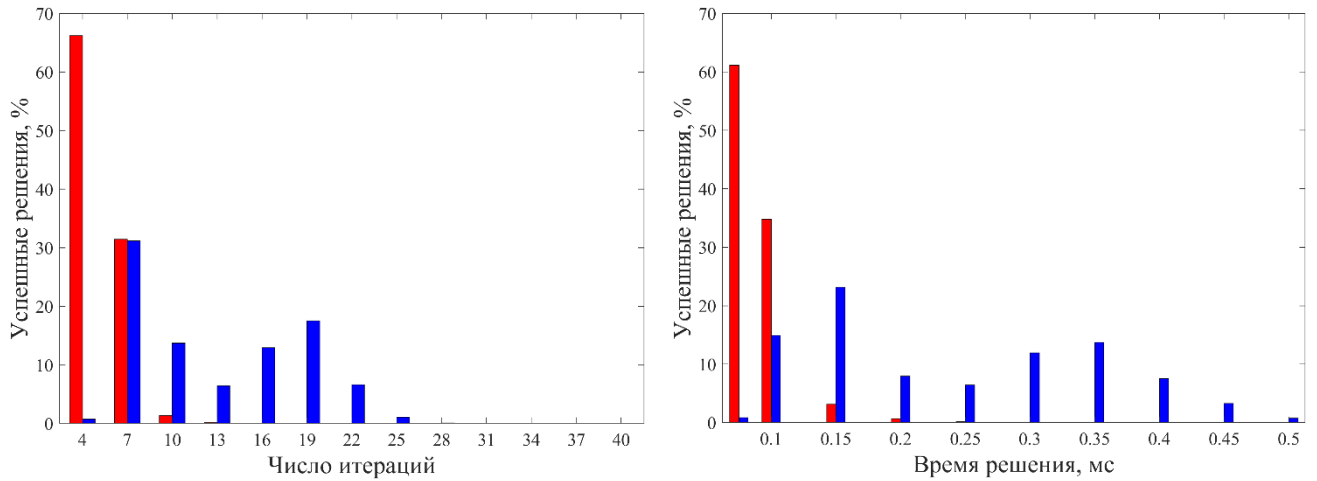
Телескопическая секция



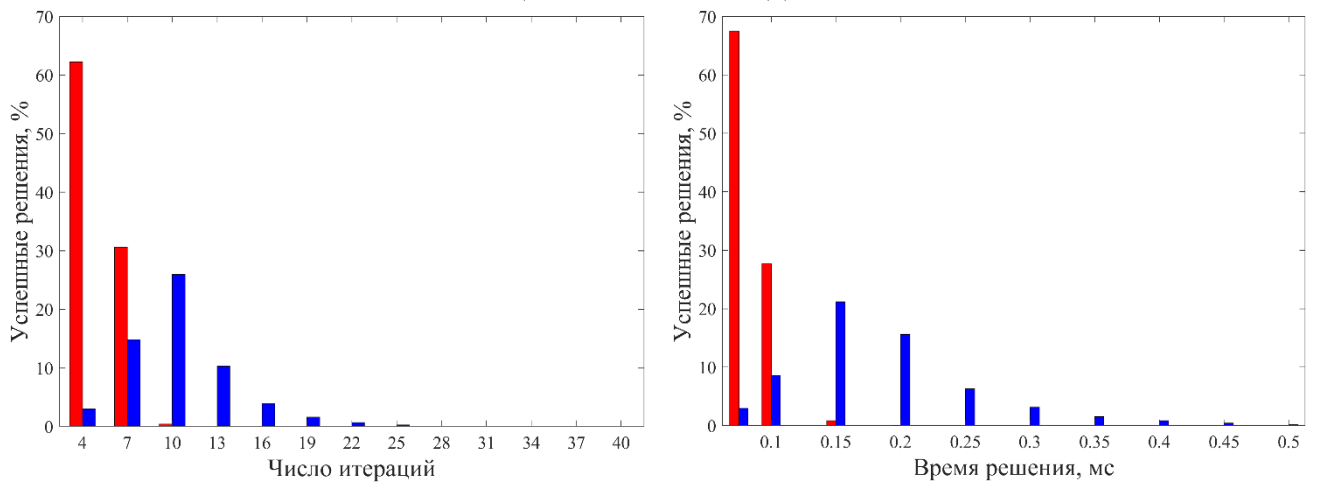
Секция переменной длины

Рисунок 3.2 – Результаты для секции с шестью подсекциями. Рисунки слева – распределение по итерациям, справа – распределение по времени. Красным отмечены результаты для итеративного метода, синим для метода с матрицами Якоби.

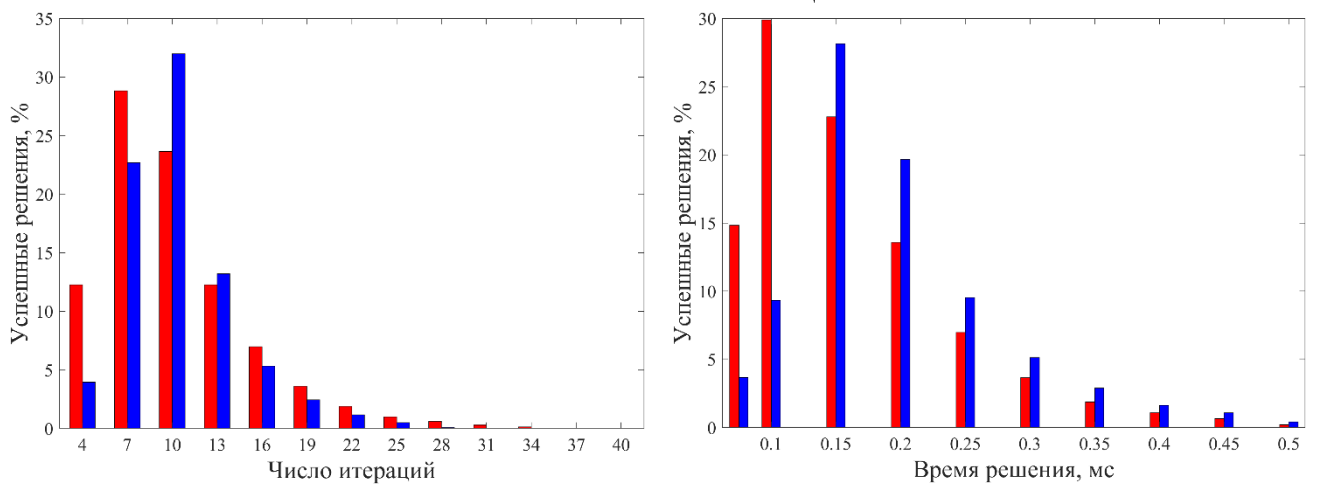
Девять подсекций



Секция постоянной длины



Телескопическая секция



Секция переменной длины

Рисунок 3.3 – Результаты для секции с девятью подсекциями. Рисунки слева – распределение по итерациям, справа – распределение по времени. Красным отмечены результаты для итеративного метода, синим для метода с матрицами Якоби.

3.1.2. Оценка работоспособности предложенного алгоритма FABRIKx

В данном разделе представлены результаты оценки способности предложенного алгоритма решать обратную задачу кинематики для *многосекционных непрерывных роботов*, состоящих из последовательно соединенных секций постоянной длины. Работоспособность алгоритма оценивалась по проценту успешных решений обратных задач кинематики по достижению позиции и ориентации. Производительность – оценивалась на основе времени поиска решения и по количеству итераций на успешное решение.

Симуляция была проведена для двух-, трех-, пяти- и десятисекционных непрерывных роботов [135,136]. Параметры роботов представлены в таблице 3.2. Каждая секция имеет две степени свободы – изгиб и вращение. Сочетание этих движений обеспечивает способность секции изгибаться в любом направлении.

Таблица 3.2 – Параметры робота для симуляций

Количество секций в роботе	Длина секции, мм	Максимальный угол изгиба θ , °
2	50	90
3	33.3	60
5	20	36
10	10	18

Генерация целей для алгоритма обратной кинематики осуществлялась посредством прямой кинематики, представленной в разделе 2.2. Использование прямой кинематики гарантирует существование как минимум одного решения обратной задачи кинематики. Всего было сгенерировано 10^6 целей.

В ходе проведения исследования было принято, что алгоритм достиг требуемой позиции, если кончик робота находится в окрестностях целевой точки на расстоянии не более 0.1 мм. Алгоритм достиг требуемой ориентации, если разница между целевым вектором и вектором ориентации кончика робота менее 0.1 рад.

С целью сокращения времени эксперимента количество итераций ограничено 300 шт. Результаты симуляции представлены в таблицах 3.3 и 3.4.

Анализ результатов показывает, что предложенный в работе алгоритм FABRIKx является надежным способом решения обратной задачи кинематики. Успешность алгоритма остается высокой несмотря на увеличение секций изгиба, что говорит о способности к масштабированию.

Результаты показывают, что алгоритм способен решать обратную задачу кинематики для многосекционных непрерывных роботов при достижении позиции как удерживая ориентацию, так и без, с высоким процентом успешности (в среднем 98.3 ± 1.5).

Таблица 3.3 – Результаты обратной кинематики при достижении требуемой позиции

Количество секций в роботе	Доля успешных решений, %	Медианное время, мс	Медиана итераций
2	100	0.18	7
3	99.0	0.50	13
5	96.6	1.51	24
10	97.7	7.10	57
Среднее	98.3 ± 1.5	0.31^a	4.6^a

^a – на одну секцию.

Таблица 3.4 – Результаты обратной кинематики при достижении требуемой позиции и ориентации

Количество секций в роботе	Доля успешных решений, %	Медианное время, мс	Медиана итераций
2	98.1	0.30	8
3	98.0	0.51	10
5	96.0	2.01	27
10	89.9	11.4	83
Среднее	98.3 ± 1.5	0.46^a	5.3^a

^a – на одну секцию.

Полученное время решения (диаграммы распределения во времени решения для каждого робота) и значения медианного времени, представленные на рисунках 3.4 и 3.5, позволяют сделать вывод о том, что алгоритм FABRIKx пригоден для работы в режиме реального времени. Графики распределения времени, представленные на рисунки 3.4 и 3.5, включают в себя минимум 98.5% всех случаев успешного решения обратной задачи кинематики.

На рисунках 3.6 и 3.7 представлены зависимость максимального и минимального времени работы алгоритма от числа итераций. Анализ данных, представленных на рисунках 3.6 и 3.7, позволяет сделать вывод о том, что максимальное время работы алгоритма не зависит от числа итераций.

С целью выявления точек рабочей области, которые недостижимы роботом при реализации предложенного алгоритма FABRIKx, проведено сравнение рабочей области робота, полученной методом Монте-Карло с использованием прямой кинематики, и рабочей области, полученной через обратную кинематику.

Для определения рабочей области посредством метода Монте-Карло, все 10^6 целевых позиции, полученные на предыдущем этапе, были сведены в одну плоскость. Данное действие возможно, поскольку рабочая область робота является телом вращения. Следующим шагом является дискретизация рабочей области с шагом 1 мм. В результате получена область поиска, состоящая из 86×10^4 участков. Центр каждого участка - это целевой точкой для обратной кинематики. Обратная кинематика достигла участка поиска, если кончик робота находится внутри участка. Дополнительные целевые точки также устанавливаются в углах участка. Они расположены на расстоянии 101 мкм от углов участка, линейный допуск составляет 100 мкм. В алгоритме предусмотрено условие: если центральная целевая точка не достигнута, то осуществляется попытка достичь дополнительные точки. Результаты сравнения представлены на рисунок 3.8 и в таблице 3.5.

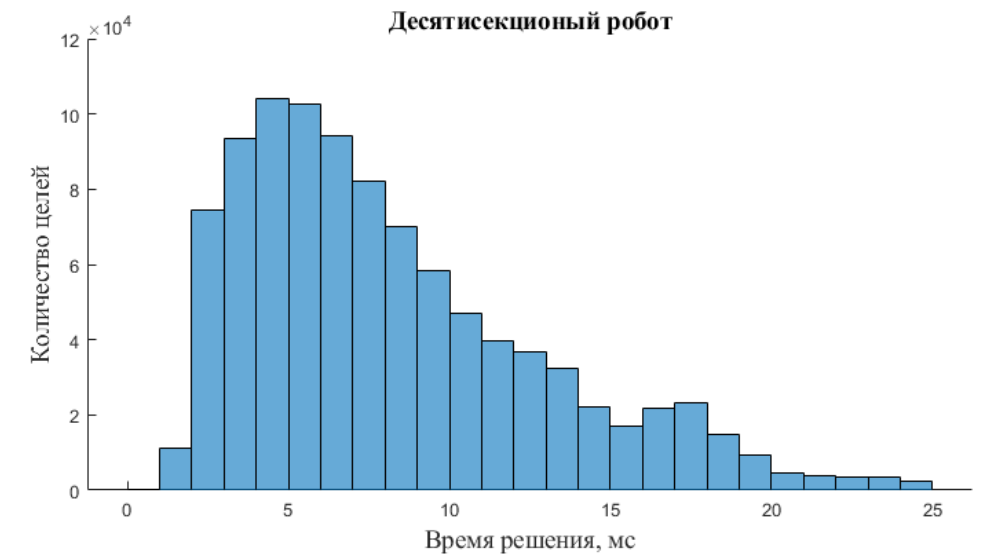
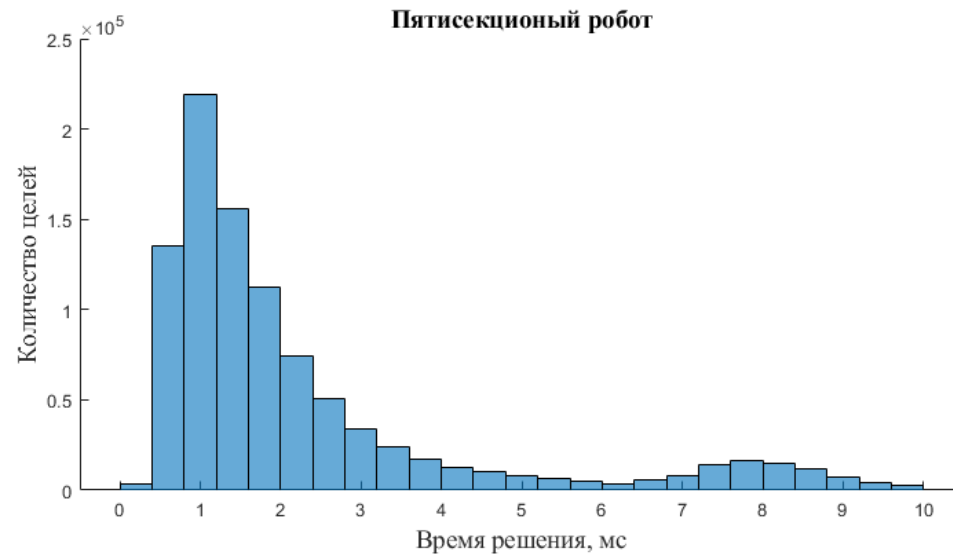
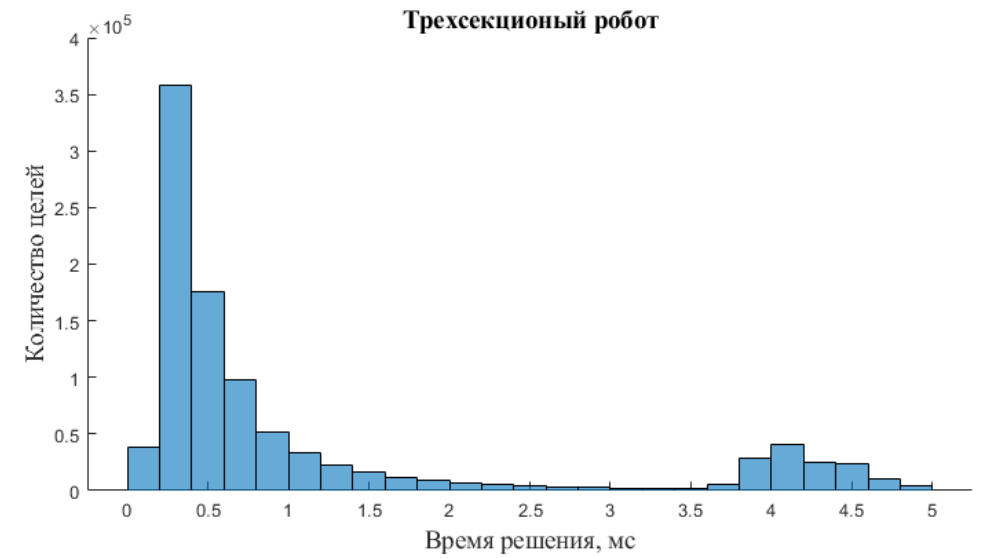
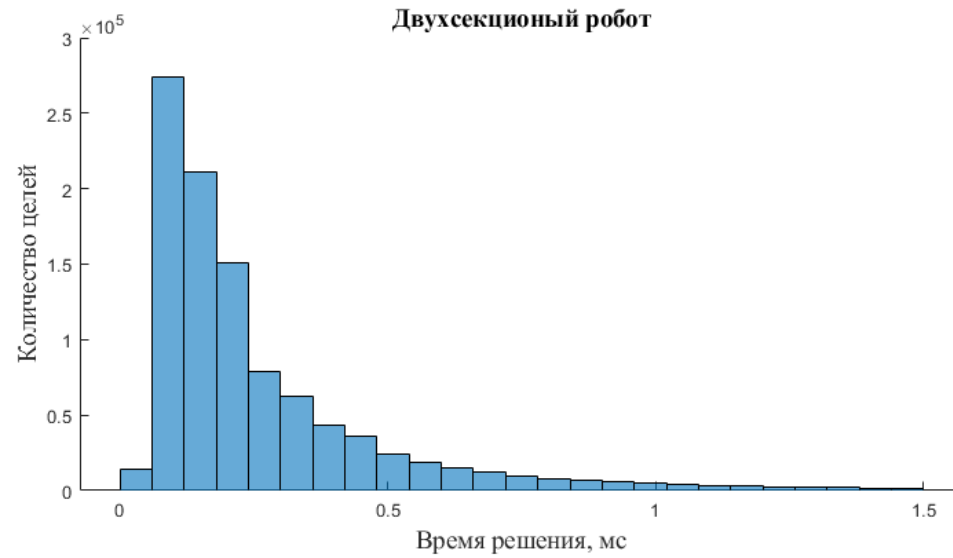


Рисунок 3.4 – Распределение по времени для задачи достижения позиции

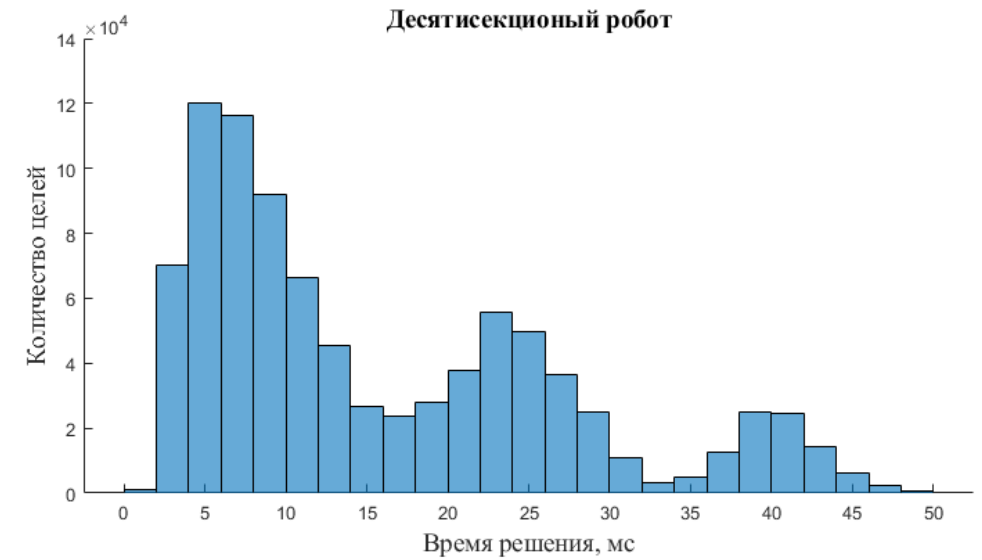
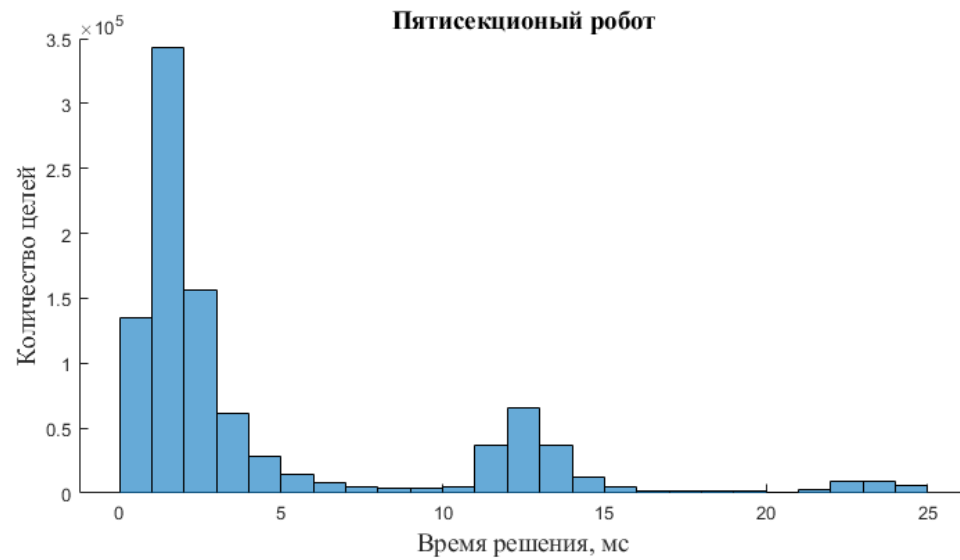
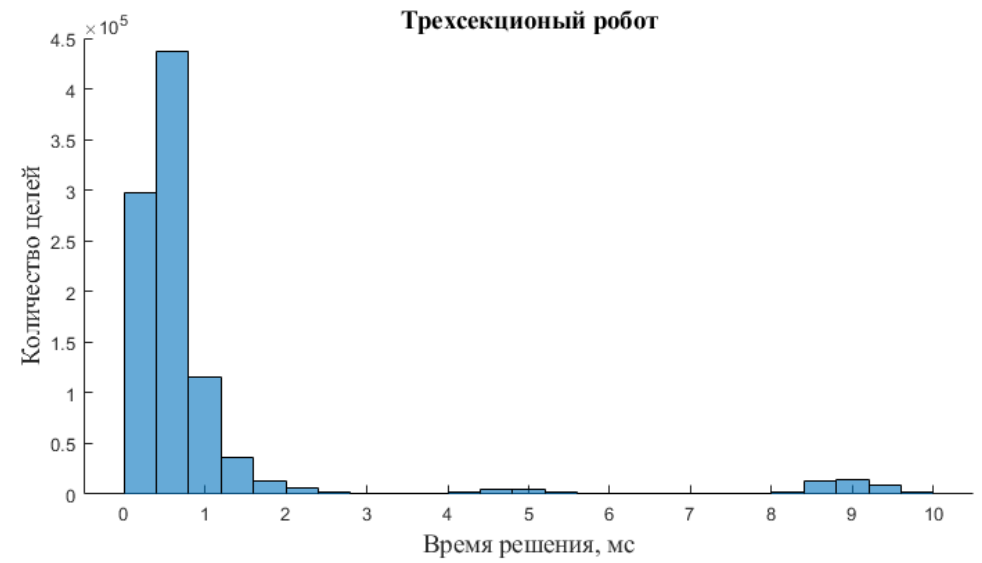
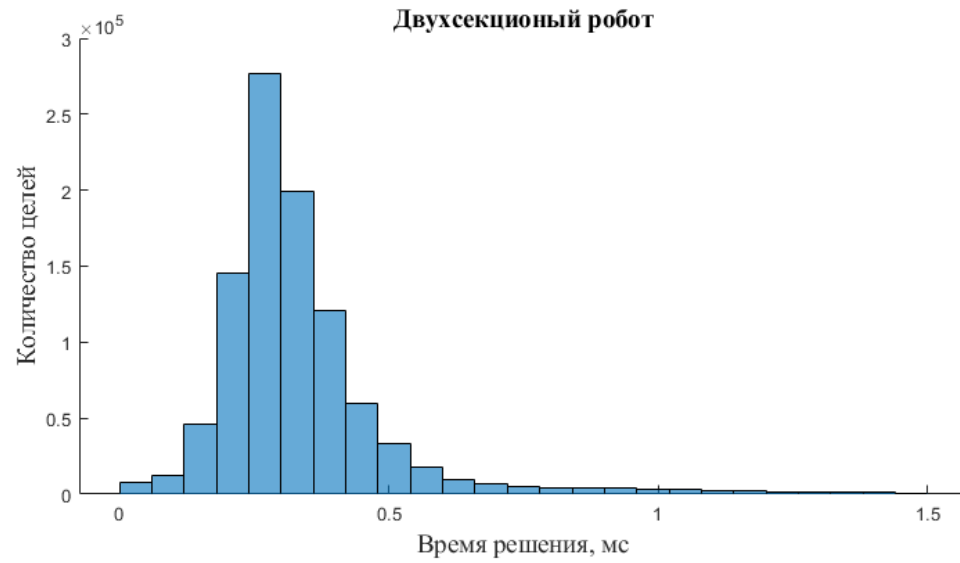


Рисунок 3.5 – Распределение по времени для задачи достижения позиции и ориентации

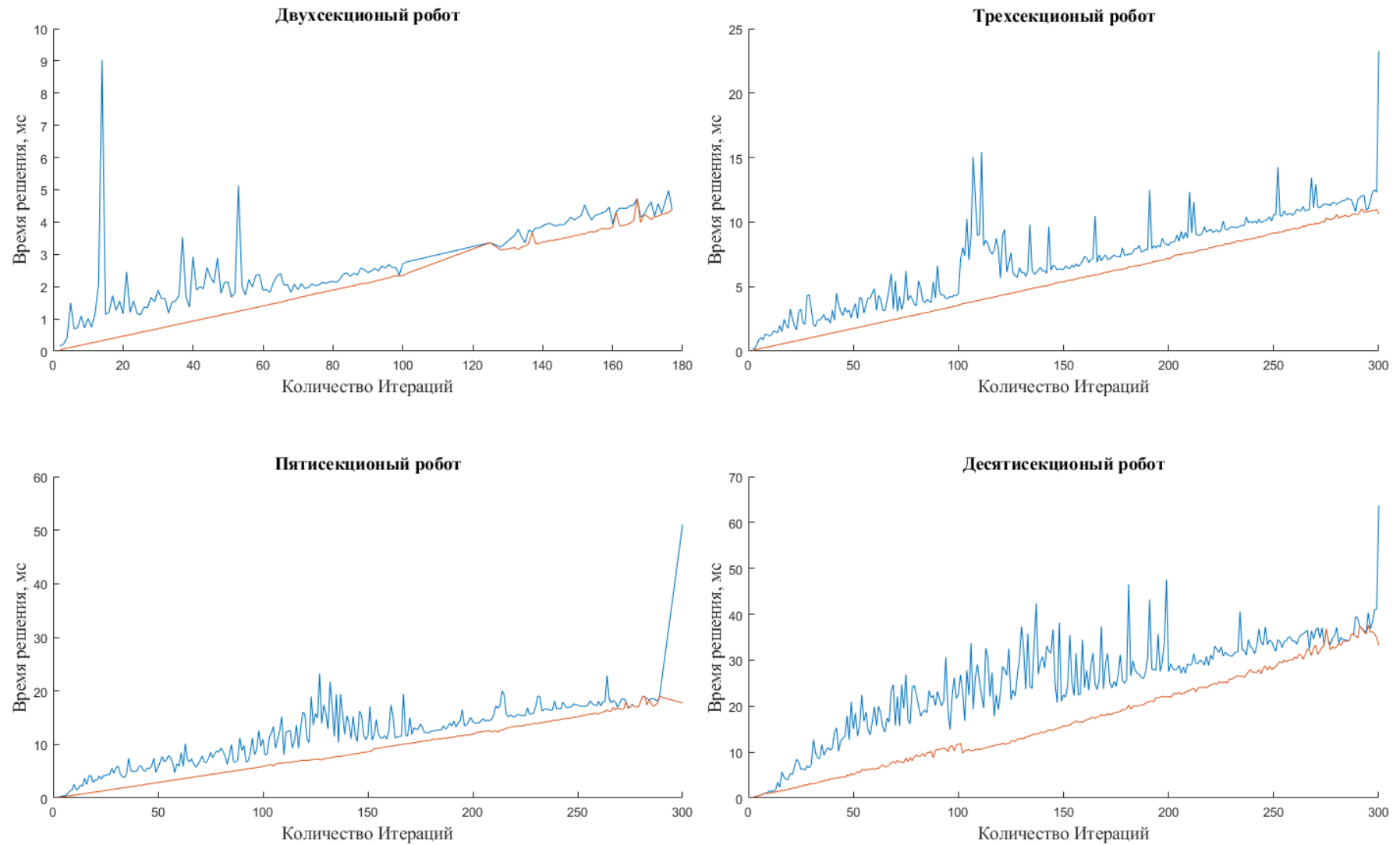


Рисунок 3.6 – Зависимость времени работы от количества итераций для задачи достижения позиции. Максимальные значения по времени отмечены синим цветом, минимальные показаны оранжевым цветом.

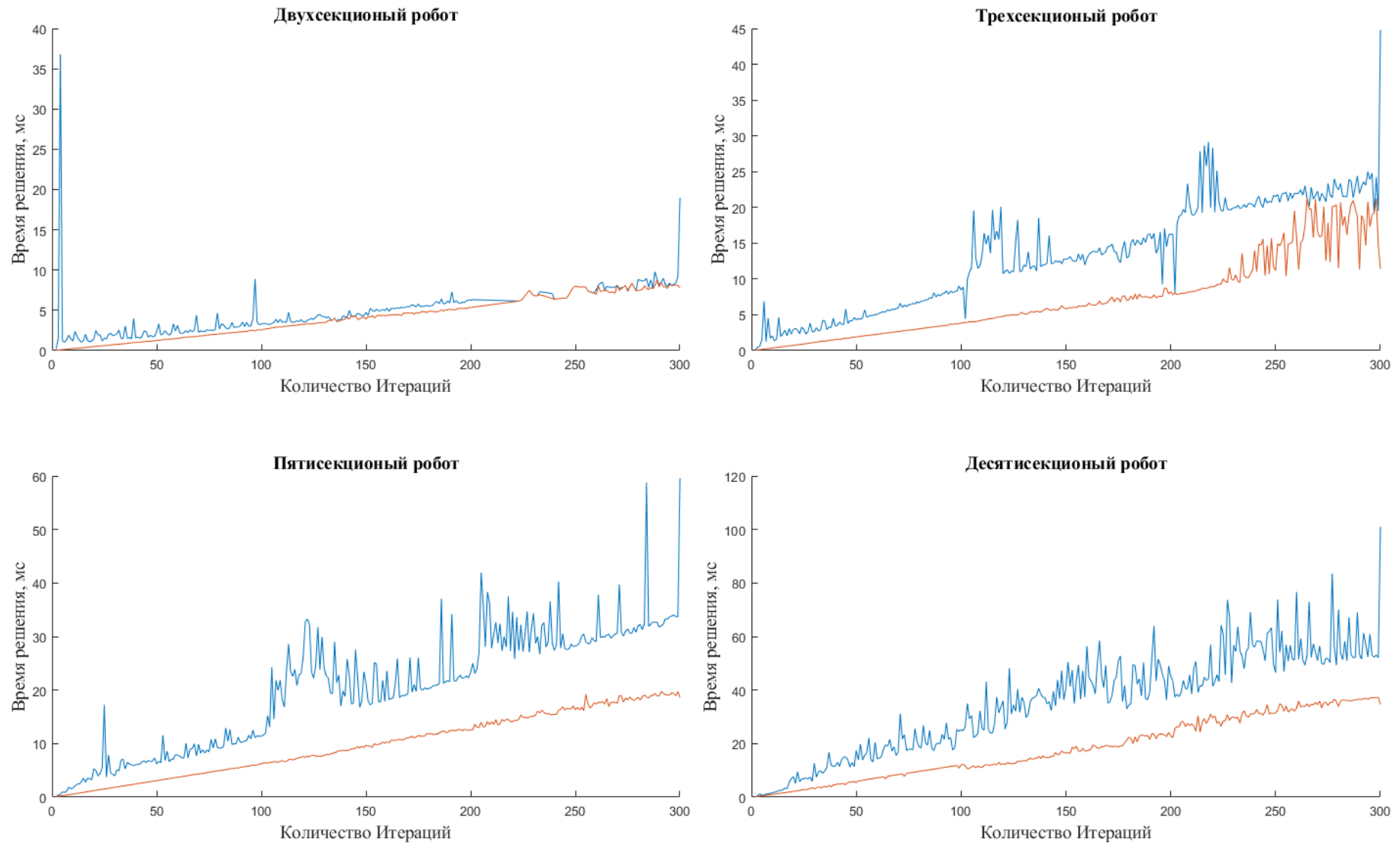


Рисунок 3.7 – Зависимость времени работы от количества итераций для задачи достижения позиции и ориентации.

Максимальные значения по времени отмечены синим цветом, минимальные показаны оранжевым цветом.

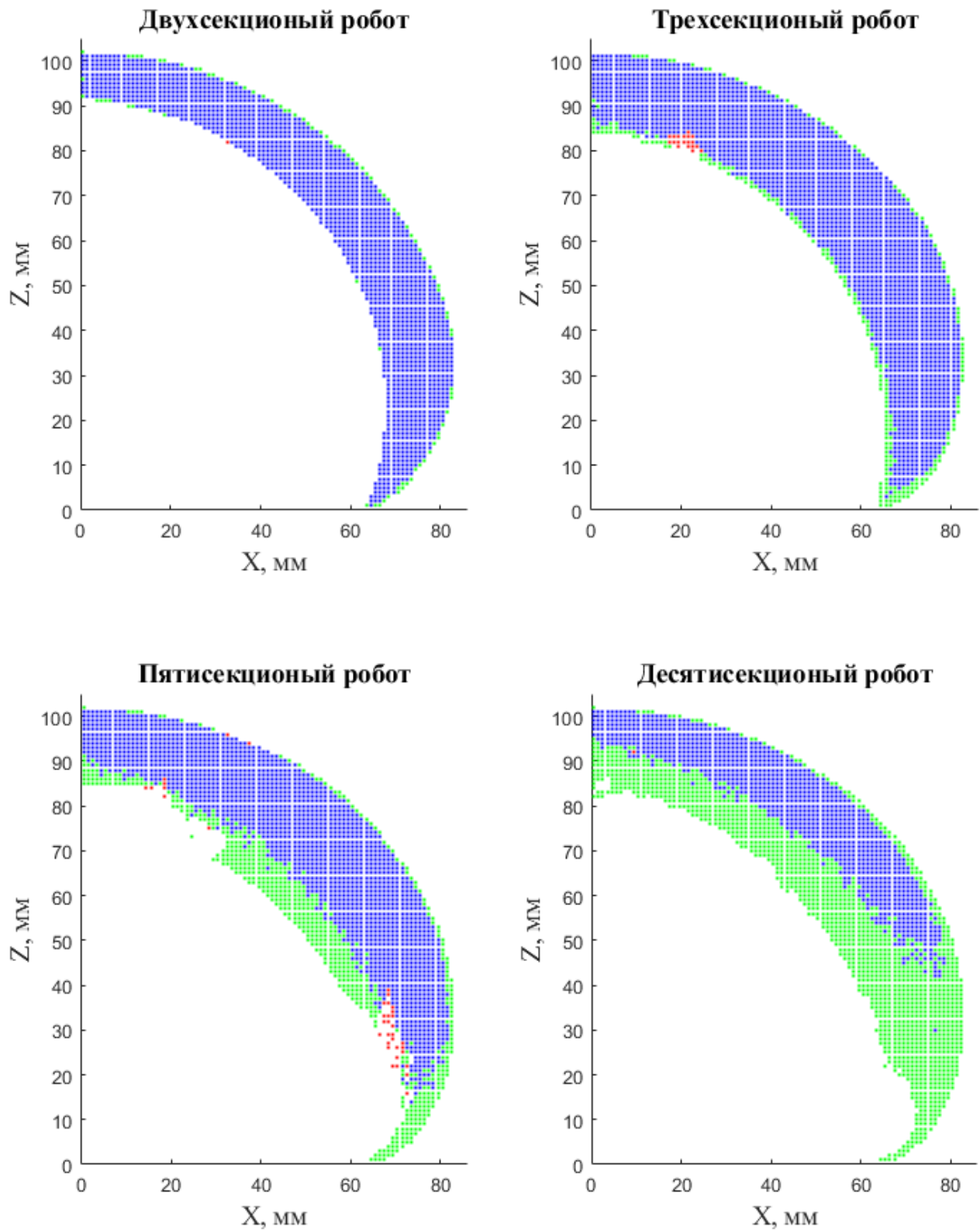


Рисунок 3.8 – Сравнение рабочих областей. Зеленым цветом показаны участки рабочей области робота, найденные посредством обратной кинематики и метода Монте-Карло. Красным цветом показаны участки, которые получены только на основе метода Монте-Карло. Синим – участки, найденные только посредством обратной кинематикой.

Таблица 3.5 – Результат сравнения рабочих областей

Количество секций	Обратная кинематика и Монте-Карло	Обратная кинематика	Монте-Карло
2	1775	91	1
3	2298	264	19
5	1936	675	37
10	1100	1545	1

Результаты показывают, что большинство недостижимых участков находится по границам рабочей области робота, что свидетельствует об эффективности предложенного алгоритма.

На рисунке 3.9 представлено распределение времени решения по рабочей области. Наиболее времязатратные области находятся с внутренней стороны рабочей области.

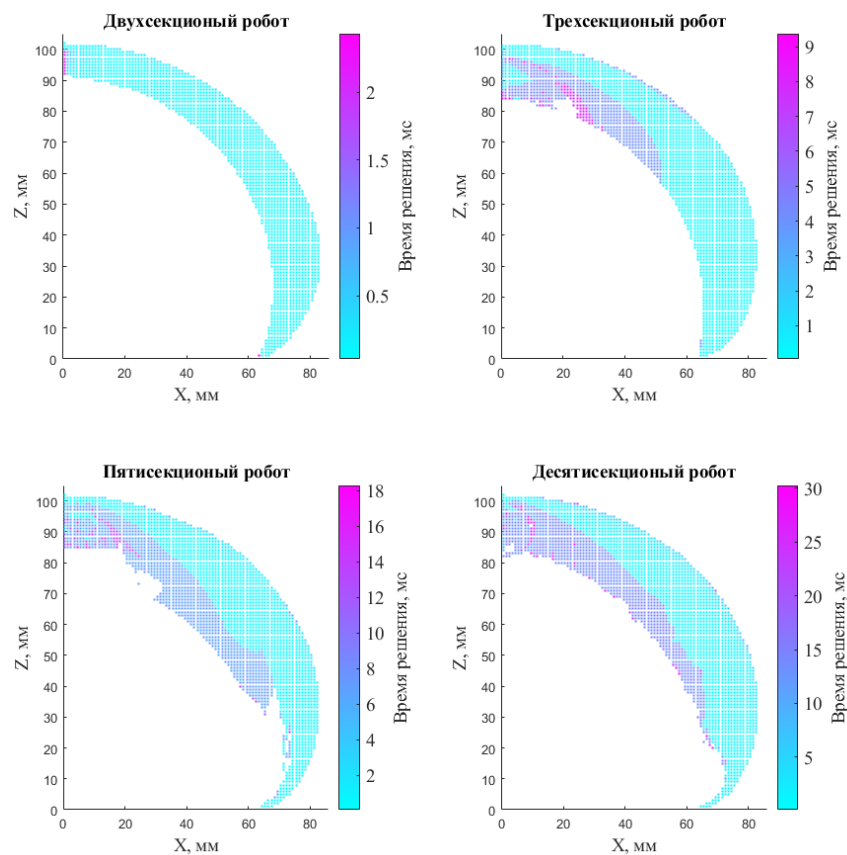


Рисунок 3.9 – Распределение времени решения по рабочей области робота

На основе предложенного алгоритма FABRIKx был разработан комплекс программ [137–139] для тестирования непрерывных роботов на лабораторном стенде [140]. Результаты представлены в работе [141].

3.1.3. Сравнение результатов решения обратной задачи кинематики разработанного алгоритма и алгоритма использующего матрицы Якоби

В ходе диссертационного исследования проведен сравнительный анализ предложенного алгоритма обратной кинематики FABRIKx с алгоритмом, использующим матрицы Якоби [142], представленный в разделе 1.1. С этой целью используются 10^6 целевых позиций и ориентаций, сгенерированных с использованием прямой кинематики. Параметры генераций целевых позиций:

- Длина каждой секции $S = 50$ мм
- Максимальный угол поворота $\varphi_{max} = 360^\circ$
- Максимальный угол изгиба $\theta_{max} = 180^\circ/Q$, где Q – число секций в роботе.

Вращение всего робота производится каждые 100 итераций. $W_{sign} = 0.1$ для алгоритма с матрицами Якоби. Матрицы Якоби сформированы через прямую дифференциацию прямой кинематики с помощью встроенных инструментов MATLAB, а затем сконвертированы в функции для сокращения времени обработки.

Для алгоритмов обратной кинематики было установлено ограничение по времени в 50 мс. Эффективность алгоритмов оценивалась по проценту успешных решений со следующими допусками: линейный допуск 10 мкм и угловой допуск 10^{-2} радиан. Результаты эксперимента представлены в таблице 3.6.

Матрица $J(x_k)$ для десятисекционного робота, сформированная в MATLAB, занимает 34 Мб на жестком диске. Для сравнения: функция $J(x_k)$ для пятисекционного робота рассчитанная таким же образом занимает всего 145 кб на жестком диске. Одна итерация при вычислении $J(x_k)$ для десятисекционного робота составила 13 с, что превышает установленное для проведения эксперимента ограничение по времени в 50 мс.

Таблица 3.6 – Результаты сравнения различных алгоритмов обратной кинематики

Алгоритм	Среднее время решения, мс	Доля успешных решений, %	Среднее число итераций
Трехсекционный робот			
FABRIK _x	1.9	94.8	68
Якоби	5.6	94.3	101
Пятисекционный робот			
FABRIK _x	4.7	95.1	162
Якоби	15.2	84.2	27
Десятисекционный робот			
FABRIK _x	16.4	90.4	222
Якоби	-	-	-

3.1.4. Сравнение результатов решения обратной задачи кинематики разработанного алгоритмов использующих FABRIK

В разделе приведено сравнение результатов работы алгоритмов решения задачи обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов посредством FABRIK [143]:

- на основе построения касательных (алгоритм FABRIK_c);
- на основе построения хорд и касательных (предложенный в ходе диссертационного исследования алгоритм FABRIK_x).

Рассмотрим результаты численных экспериментов, полученных для трех-, пяти- и десятисекционными роботами. В ходе эксперимента использовалось 10^6 целевых положений и ориентаций в качестве входных данных для алгоритмов обратной кинематики робота. Каждое целевое положение и ориентация получены

через прямую кинематику, что гарантирует существование хотя бы одного решения обратной задачи кинематики.

Эффективность алгоритмов оценивалась по доли успешно решенных обратных задач кинематики и времени работы (в зависимости от наложенных ограничений).

При генерации образцов использовались следующие параметры: длина каждой секции изгиба $S = 100$ мм; максимальный угол изгиба θ_{max} для всех секции одинаков и равен либо 360° или максимальному углу изгиба θ_{gen} , используемого при генерации; жестких звеньев l' между секциями нет; на углы поворота секций φ ограничений нет. Ограничение на углы изгиба θ_{gen} при генерации образца представлены в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Максимальные углы изгиба для генерации образца θ_{gen}

θ_{gen}	30	60	90	120	180
----------------	----	----	----	-----	-----

При решении задачи обратной кинематики были установлены следующие требования по точности: точность позиционирования 1 мкм, точность ориентирования 10^{-3} радиан, максимальное время работы алгоритма 30 мс.

Для каждого робота было проведено по два эксперимента: в первом эксперименте – ограничения на угол изгиба при решении обратной задачи кинематики отсутствуют ($\theta_{max} = 360^\circ$); во втором эксперименте – угол изгиба соответствует максимальному углу изгиба, использованному при генерации целевой позиции и ориентации ($\theta_{max} = \theta_{gen}$).

Результаты эксперимента представлены на рисунках 3.10-3.12.

Трехсекционный робот

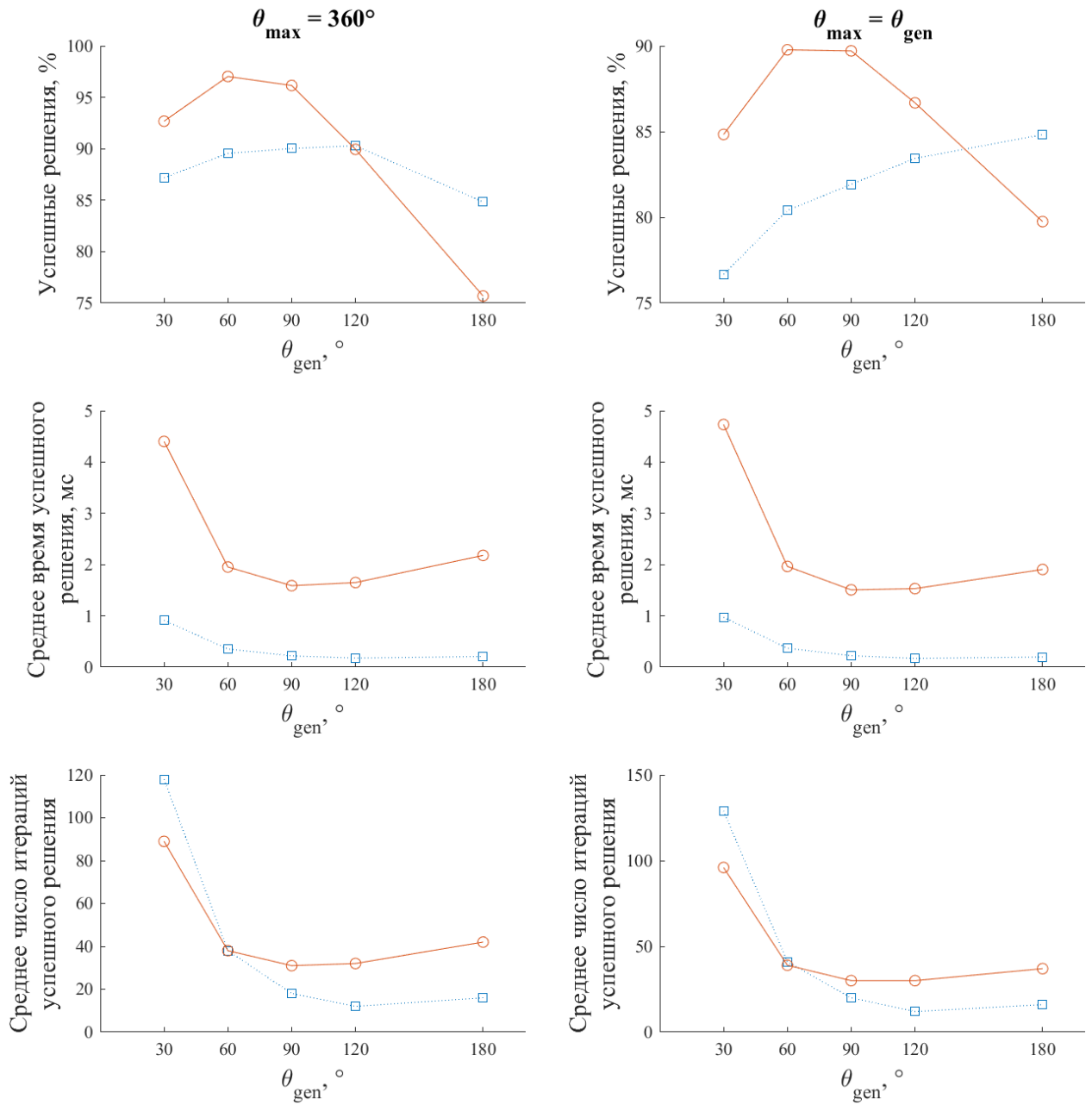


Рисунок 3.10 – Результаты эксперимента для трехсекционного робота. Кругами отмечены результаты реализации алгоритма, на основе использования касательных (FABRIKc), квадратами – для алгоритма с хордами (FABRIKx).

Пятисекционный робот

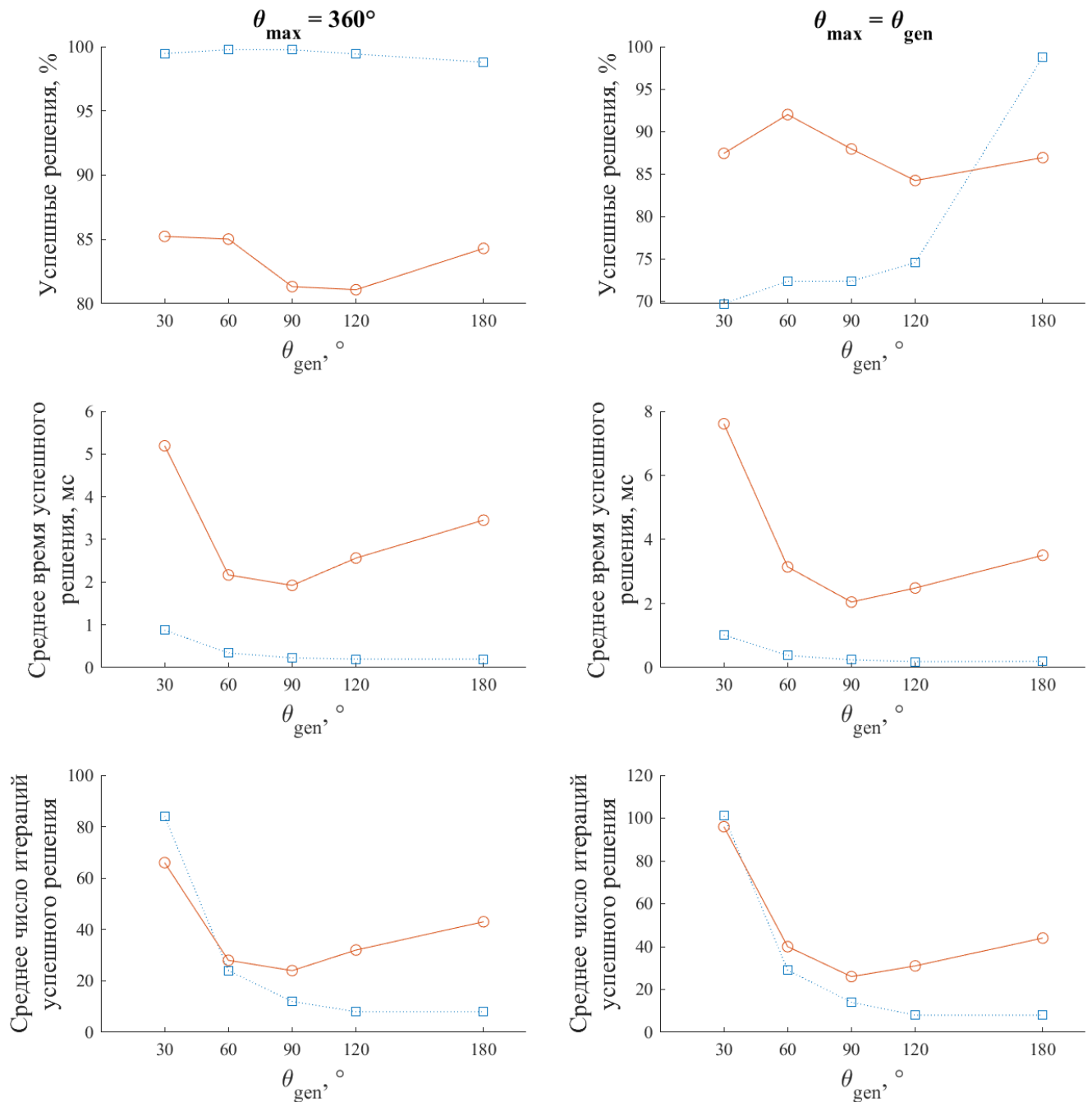


Рисунок 3.11 – Результаты эксперимента для пятисекционного робота. Кругами отмечены результаты реализации алгоритма, на основе использования касательных (FABRIKc), квадратами – для алгоритма с хордами (FABRIKx).

Десятисекционный робот

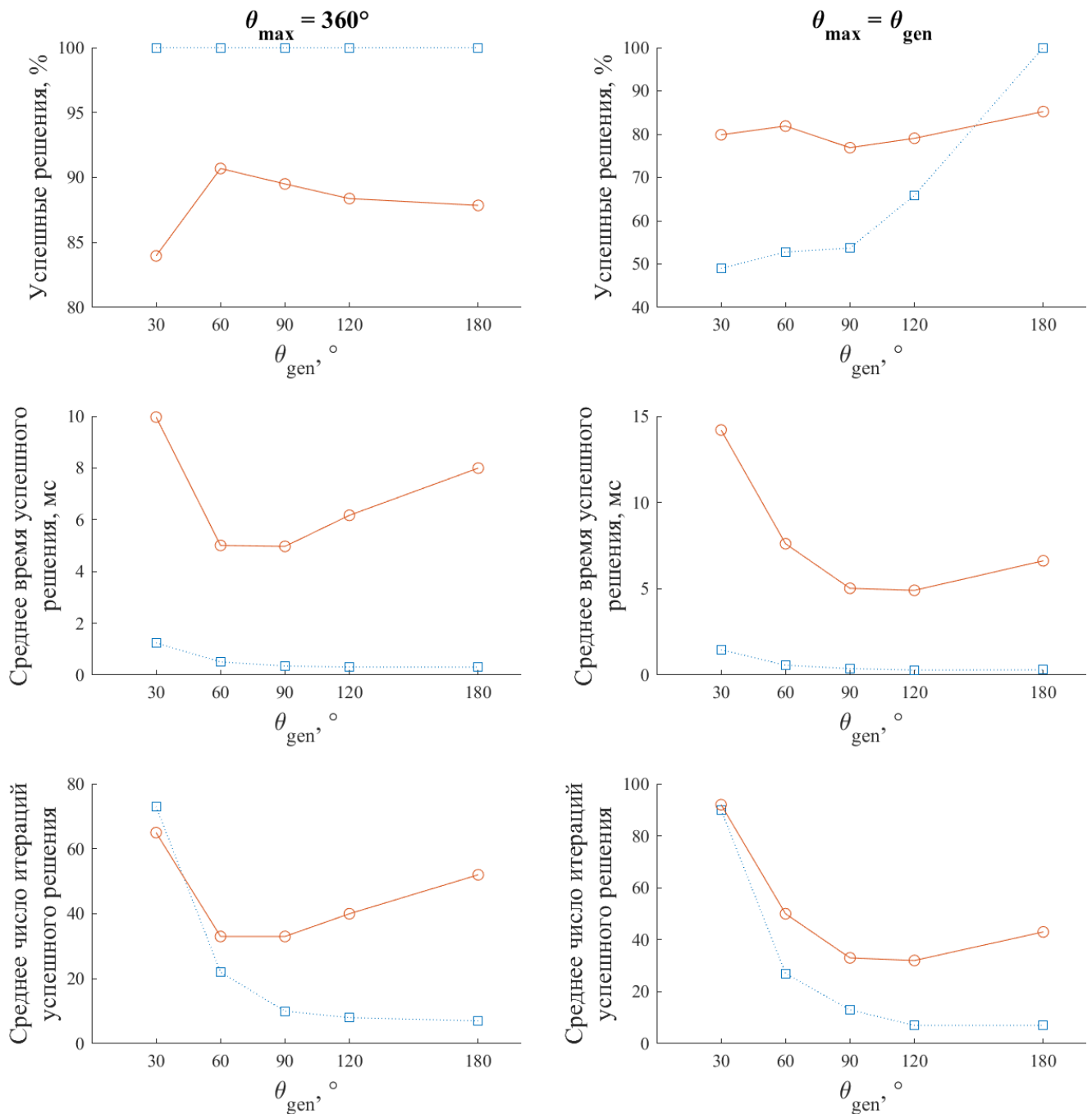


Рисунок 3.12 – Результаты эксперимента для десятисекционного робота. Кругами отмечены результаты реализации алгоритма, на основе использования касательных (FABRIKc), квадратами – для алгоритма с хордами (FABRIKx).

Алгоритм, реализующий метод построения касательных, быстрее решает обратную задачу кинематики (максимальное среднее время на поиск решения < 2 мс), чем алгоритм, использующий хорды (минимальное среднее время для алгоритма FABRIKx > 2 мс). При этом алгоритм, основанный на построении

касательных, работает более быстро даже в тех случаях, когда требуется большее число итераций для решения, это говорит о том, что алгоритм, использующий хорды для определения конфигурации робота через алгоритм обратной кинематики и истинной позы робота посредством алгоритма прямой кинематики, вычислительно более сложный и трудоёмкий.

Среднее число итераций свидетельствует о том, что алгоритм, реализующий метод построения касательных, эффективнее находит подходящую позу для пяти- и десятисекционных роботов, чем алгоритм построения хорд. Для трехсекционного робота алгоритма с хордами сопоставим по эффективности. При этом с увеличением секций изгиба, алгоритм с касательными повышает процент успешности вплоть до 100%, тогда как алгоритм с хордами держится у ~85%.

Второй эксперимент, проводимый в условиях, когда на углы изгиба наложены ограничения позволил сделать вывод, что алгоритм, основанный на построении хорд, показывает большую успешность при получении решения. При этом разница между процентом успешных решений алгоритма на хордах и алгоритма на касательных может достигать до 30%.

3.1.5. Результат решения обратной задачи кинематики для многосекционных роботов с различным составом секций изгиба

В данном эксперименте проверялась способность предлагаемого алгоритма решать обратную задачу кинематики для многосекционных непрерывных роботов, состоящих из секций с переменной длиной и телескопических секций [144]. Экспериментах проводился с трехсекционными непрерывными роботами, поскольку в реальной жизни роботы с большим числом секций встречаются довольно редко. Каждая секция изгиба имеет как минимум две степени свободы - изгиб и поворот или два изгиба в непараллельных плоскостях. Комбинация этих движений позволяет секциям совершать пространственных изгиб. Секции переменной длины имеют дополнительную степень свободы – длину секции.

Исследованы все 27 возможных сочетания типов секций. Эксперименты для каждого робота проводились с разными максимальными углами изгиба в диапазоне

от 9 до 180 градусов с шагом 9 градусов для оценки влияния ограничений по углу изгиба на секции на работоспособность алгоритма. Таким образом получилось 20 случаев для каждой комбинации секций. Для каждого случая использовались 10^4 наборов положений и ориентаций в качестве входных данных для алгоритмов обратной кинематики. Для этого размера выборки при уровне достоверности 95% ошибка выборки составляет 1%. Все наборы были случайно сгенерированы на основе прямой кинематики. Использование прямой кинематики гарантирует, что все образцы имеют по крайней мере одно решение обратной задачи кинематики. Всего было проведено 5 400 000 экспериментов.

Производительность алгоритма оценивалась по проценту успешных решений, времени и среднему количеству итераций. Для алгоритма был установлен линейный допуск $\varepsilon_L = 1$ мкм и угловой допуск $\varepsilon_A = 0.001$ радиан. Ограничение по времени для каждого эксперимента установлено 30 мс, что соответствует времени обновления средств медицинской диагностики. Производительность предложенного алгоритма сравнивалась с производительностью обратной кинематики на основе матриц Якоби.

Параметры секций, использованные для генерации выборки, представлены в таблице 3.8.

Таблица 3.8 – Параметры секций, используемые для генерации целевой позиции и ориентации

	Секции с постоянной длинной	Секции с переменной длинной	Телескопические секция
S_C	50	25	0
S_Δ	0	25	50

Результаты эксперимента представлены в таблице 3.9.

Таблица 3.9 – Результат решения обратной задачи кинематики для многосекционных роботов с различным составом секций изгиба

Алгоритм	Успешность, %	Время работы, мс		Итерации	
		Средняя	Медианная	Средняя	Медианная
Якоби	56.9	11.5	9.8	85	72
FABRIKx	84.3	4.4	2.5	41	24

Ошибка для предложенного алгоритма составляет 0.33% при уровне достоверности 99%. Для алгоритма с матрицами Якоби 0.63% при уровне достоверности 99%.

Эксперименты показывают, что предложенный алгоритм в общем случае показывает лучшую эффективность по времени и по доле успешных решений по сравнению с алгоритмом, использующим матрицы Якоби. Однако, необходимо учитывать, что один алгоритм может быть успешнее другого при определенной конструкции непрерывного робота и с учетом ограничений на максимальный угол изгиба (см. рисунок 3.13).

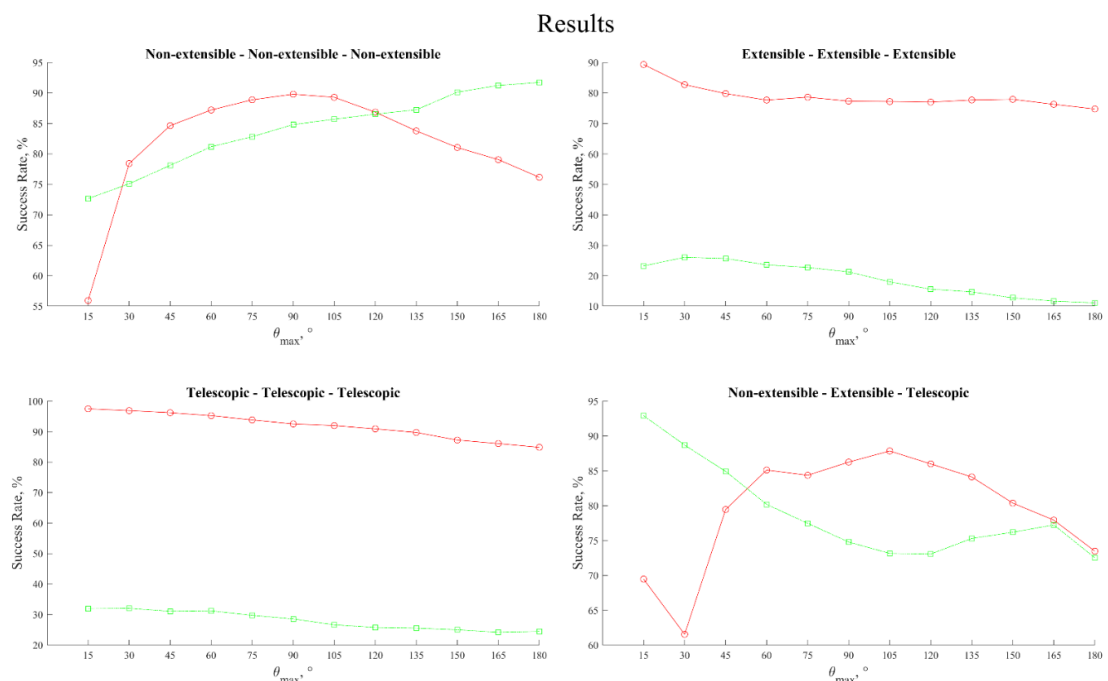


Рисунок 3.13 – Успешность в зависимости от конструкции робота и ограничений на максимальный угол изгиба. Красным отмечены результаты предложенного алгоритма, зеленым – алгоритма с матрицами Якоби.

Также следует отметить, что неудачные решения предложенного алгоритма имеют медианную ошибку позиционирования 0.22 мм и медианную ошибку ориентирования 0.06 радиан, тогда как неудачные решения алгоритма с матрицами Якоби имеют медианную ошибку позиционирования 3.62 мм и медианную ошибку ориентирования 0.1 радиан. Это показывает, что снижение требований к точности или времени работы предложенного алгоритма может дополнительно повысить процент успешных решений, больше, чем для алгоритма с матрицами Якоби.

В результате эксперимента выявлено, что алгоритм FABRIKx может иметь до 76% больше успешных решений, чем алгоритм с матрицами Якоби. Минимальный процент успешности для предложенного алгоритма 56% и 11% для алгоритма с матрицами Якоби. Это показывает, что предложенный алгоритм способен в реальном времени решать обратную задачу кинематики для многосекционных непрерывных роботов в независимости от типа секций его составляющих и ограничений на них наложенных. Однако, алгоритм следует выбирать после тестирования на конкретном роботе.

Комбинация предложенного алгоритма и алгоритма использующего матрицы Якоби позволяет повысить общий процент решений до 91.4%. Таким образом оба алгоритма могут использоваться параллельно для достижения наилучших результатов.

3.1.6. Сравнение результатов решения обратной задачи кинематики для непрерывных роботов переменной кривизны

Для проверки работоспособности алгоритма FABRIKx он был протестирован в симуляционных экспериментах на разных роботах [145]:

1. Трехсекционный робот с тремя подсекциями.
2. Трехсекционный робот с пятью подсекциями.
3. Трехсекционный робот с семью подсекциями.
4. Трехсекционный робот с девятью подсекциями.
5. Пятисекционный робот с тремя подсекциями.
6. Семисекционный робот с тремя подсекциями.

Каждая секция имеет две степени свободы, включая изгиб (ограниченный 100°) и поворот. Каждая секция имеет уникальную рабочую область (несколько примеров показаны на рисунок 3.14). Начальная поза каждого робота подразумевает, что все углы изгиба и поворота установлены на 0.

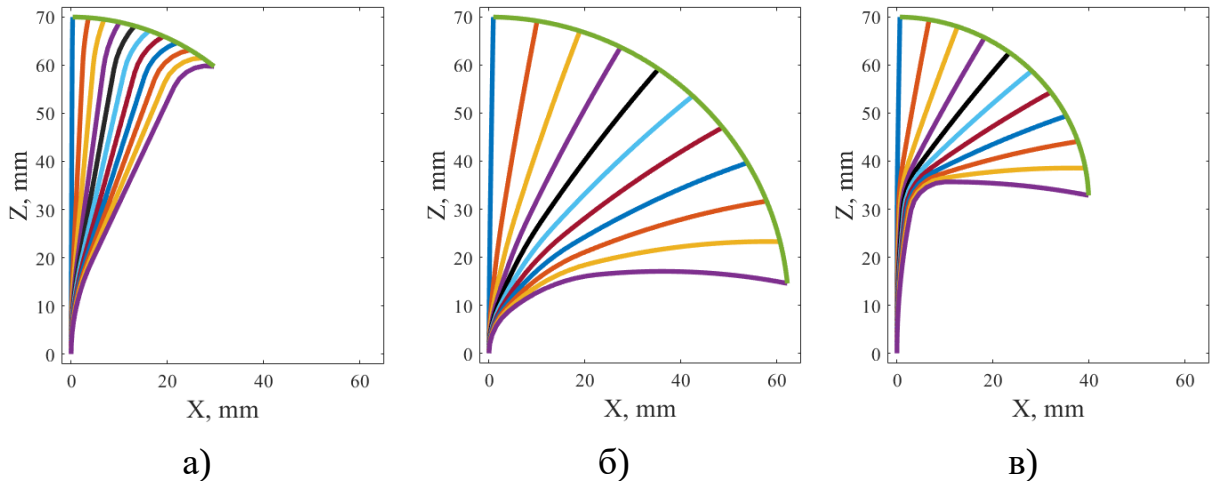


Рисунок 3.14 – Рабочая область и тело робота для различных секций робота 1 (см. таблицу 3.10): а) Секция 1; б) Секция 2; в) Секция 3. Кривые линии, отмеченные зеленым цветом – рабочие области секции, графики другого цвета – тела секций для различных углов изгиба (от 0 до 100° с шагом 10°).

Параметры робота представлены в таблице 3.10.

FABRIKx использовался в двух вариантах для решения односекционной обратной кинематики, а именно итерационный метод с точностью $\epsilon = 0.006^\circ$ (I) и полиномиальная аппроксимация 10й степени (P). Для сравнения также использовались: алгоритм на основе матриц Якоби и алгоритм FABRIKc.

Считалось, что алгоритм достиг цели, если линейная ошибка меньше 10 мкм, а угловая ошибка меньше 0.01° . Время работы алгоритма было ограничено 30 мс. Отметим, что время работы алгоритма с матрицами Якоби было увеличено до 0.5 с для роботов 5 и 6. Этот случай помечен (S).

Таблица 3.10 – Параметры секций

	Секция	Длины подсекций, мм	Весы подсекций
Робот 1 (3 × 3)	1	[20, 40, 10]	[1, 0.001, 3]
	2	[10, 20, 40]	[3, 2, 1]
	3	[30, 10, 30]	[1, 7, 1]
Робот 2 (3 × 5)	1	[20, 20, 40, 10, 10]	[1, 1, 0.001 3, 4]
	2	[10, 10, 20, 40, 20]	[4, 3, 2, 1, 0.001]
	3	[15, 30, 10, 30, 15]	[0.001, 1, 7, 1, 3]
Робот 3 (3 × 7)	1	[30, 20, 20, 40, 10, 10, 10]	[4, 1, 1, 0.001, 3, 4, 1]
	2	[30, 10, 10, 20, 40, 20, 10]	[1, 4, 3, 2, 1, 0.001, 4]
	3	[20, 15, 30, 10, 30, 15, 20]	[1, 0.001, 1, 7, 1, 3, 1]
Робот 4 (3 × 9)	1	[10, 30, 20, 20, 40, 10, 10, 10, 30]	[2, 4, 1, 1, 0.001, 3, 4, 1, 3]
	2	[30, 30, 10, 10, 20, 40, 20, 10, 10]	[4, 1, 4, 3, 2, 1, 0.001, 4, 1]
	3	[20, 20, 15, 30, 10, 30, 15, 20, 20]	[4, 1, 0.001, 1, 7, 1, 3, 1, 4]
Робот 5 (5 × 3)	1	[20, 40, 10]	[1, 0.001, 3]
	2	[10, 20, 40]	[3, 2, 1]
	3	[30, 10, 30]	[1, 7, 1]
	4	[10, 50, 10]	[0.001, 1, 0.001]
	5	[10, 50, 10]	[3, 1, 3]
Робот 6 (7 × 3)	1	[20, 40, 10]	[1, 0.001, 3]
	2	[10, 20, 40]	[3, 2, 1]
	3	[30, 10, 30]	[1, 7, 1]
	4	[10, 50, 10]	[0.001, 1, 0.001]
	5	[10, 50, 10]	[3, 1, 3]
	6	[20, 40, 10]	[3, 0.001, 1]
	7	[10, 40, 20]	[3, 0.001, 1]

Мы использовали 10^5 целевых положений и ориентаций в качестве входных данных для алгоритмов обратной кинематики для каждого робота. Для этого размера выборки ошибка выборки достигает 0.41% при доверительном уровне 99%. Каждое положение и ориентация получены через прямую кинематику, что гарантирует, что все цели имеют хотя бы одно решение обратной задачи кинематики.

Симуляция проводилась с использованием MATLAB 2021b в Windows 10 с процессором Intel Core i7-4790K 4.00 ГГц и 16 ГБ ОЗУ. Эффективность алгоритмов оценивалась по доли успешно решенных обратных задач кинематики и времени работы. Результаты симулирования представлены в таблице 3.11.

Таблица 3.11 – Результаты работы алгоритмов решения обратной задачи кинематики для многосекционных роботов переменной кривизны

	Алгоритм	Успешные решения, %	Время решения, мс		Итерации	
			Среднее	Медиана	Среднее	Медиана
Робот 1 (3 × 3)	FABRIK _x (I)	92.8	4.5	3.2	16	11
	FABRIK _x (P)	93.8	3.3	2.1	17	11
	FABRIK _c	78.5	4.4	2.3	29	14
	Jacobian	81.3	8.1	5.9	34	25
Робот 2 (3 × 5)	FABRIK _x (I)	92.4	5.3	4.0	17	12
	FABRIK _x (P)	93.6	3.6	2.4	18	12
	FABRIK _c	79.5	4.3	2.2	27	13
	Jacobian	83.7	7.9	6.0	32	24
Робот 3 (3 × 7)	FABRIK _x (I)	86.7	6.4	4.7	19	13
	FABRIK _x (P)	88.5	4.2	2.8	20	14
	FABRIK _c	75.8	4.9	2.6	30	15
	Jacobian	84.4	7.3	5.1	28	19
Робот 4 (3 × 9)	FABRIK _x (I)	82.8	6.7	4.9	19	14
	FABRIK _x (P)	84.9	4.4	2.9	21	14
	FABRIK _c	73.4	5.0	2.7	30	15
	Jacobian	84.9	7.4	5.2	27	19
Робот 5 (5 × 3)	FABRIK _x (I)	69.3	5.8	4.5	12	10
	FABRIK _x (P)	70.7	4.1	3.1	13	10
	FABRIK _c	70.0	4.0	3.0	16	12
	Jacobian	0.3	26.0	26.6	28	28
	Jacobian (S)	13.3	138.7	98.4	128	90
Робот 6 (7 × 3)	FABRIK _x (I)	58.9	7.4	6.0	12	10
	FABRIK _x (P)	60.4	5.4	4.1	13	10
	FABRIK _c	53.1	8.2	6.2	24	18
	Jacobian	0	N/A	N/A	N/A	N/A
	Jacobian (S)	5.2	401.3	411.0	60	61

Результаты подтверждают эффективность предложенного алгоритма. Оба варианта FABRIK_x показывают высокую долю успешно решенных задач обратной кинематики (от 58.9% до 93.8%). Разница в успешности вариантов FABRIK_x невелика (менее 2%) и возникает из-за более высокой скорости FABRIK_x (P). В целом алгоритм FABRIK_x превосходит алгоритм FABRIK_c на 1–15% и алгоритм на основе матриц Якоби на 0–60% с точки зрения успешности.

Различия в показателях успеха для роботов 1–4 показывают, что эффективность FABRIK_x снижается с увеличением количества подсекций. Используя полиномиальную интерполяцию 2 степени, мы предполагаем, что

вероятность успеха достигнет $\sim 50\%$ на 16 подсекциях трехсекционного непрерывного робота. Этот пример демонстрирует масштабируемость FABRIKx по количеству подсекций. В то же время алгоритм на основе матриц Якоби улучшает свою долю успешности с ростом числа подсекций. FABRIKx (P) и алгоритм на основе матриц Якоби, становятся равными с точки зрения успешности при девяти подсекциях трехсекционного непрерывного робота.

Различия в показателях успешности между роботами 1, 5 и 6 показывают, что количество секций существенно влияет на уровень успешности всех алгоритмов. Показатели успеха алгоритмов на основе FABRIKx, FABRIKc и Якобиана упали до 60%, 53% и 0% соответственно. Увеличение лимита времени выполнения улучшает результаты алгоритма на основе матриц Якоби, но он все еще значительно низок (5%) и не может работать в режиме реального времени. Это доказывает, что предложенный алгоритм обладает лучшей масштабируемостью по количеству секций.

Разница в уровне успеха (до 15%) между алгоритмами на основе FABRIKx и FABRIKc доказывает, что использование хорд на стадии обратного следования более эффективно, чем использование касательных. Алгоритм на основе FABRIKc показывает такую же или до 1,5 раз меньшую скорость решения обратной задачи кинематики для многосекционных непрерывных роботов переменной кривизны по сравнению с алгоритмом FABRIKx (P).

Время решения показывает, что FABRIKx может работать в режиме реального времени. FABRIKx (P) превосходит алгоритм на основе матриц Якоби в 1,5–2 раза по времени решения. FABRIKx (I) имеет такое же время решения или в 1,5 раза быстрее, чем алгоритм на основе матриц Якоби (зависит как от числа секций, так и от весов подсекций). Разница между временем решения для обоих вариантов FABRIKx показывает, что алгоритм может быть дополнительно улучшен за счет использования более точных и/или более быстрых односекционных алгоритмов прямой и обратной кинематики. Например, для получения точных и быстрых решений можно использовать нейронную сеть, обученную на данных реального робота или точной модели. Другой возможный

вариант — заменить две секции робота двумя виртуальными касательными звеньями. Это возможно, потому что аналитическое решение для двухсекционного робота доступно.

Достигнутые результаты демонстрируют, что предложенный алгоритм FABRIKx может улучшить автономность, планирование движения, оптимизацию траектории и уклонение от препятствий многосекционных континуальных роботов с переменной кривизной, предоставляя быстрые и точные решения обратной задачи кинематики. Унаследовав природу алгоритма FABRIK, предлагаемый алгоритм FABRIKx обладает целым рядом преимуществ, включая простую реализацию, малую задержку, отсутствие сингулярности, легкость модификации и масштабируемость по числу секций и подсекций.

3.2. Проверка алгоритма уклонения от препятствий

Алгоритм, описанный в главе 2.3 проверен в численном эксперименте. В модели трехсекционный непрерывный робот двигался по траектории (13 точек) внутри трубы, избегая касания ее стенок [146]. Результаты моделирования представлены на рисунок 3.15.

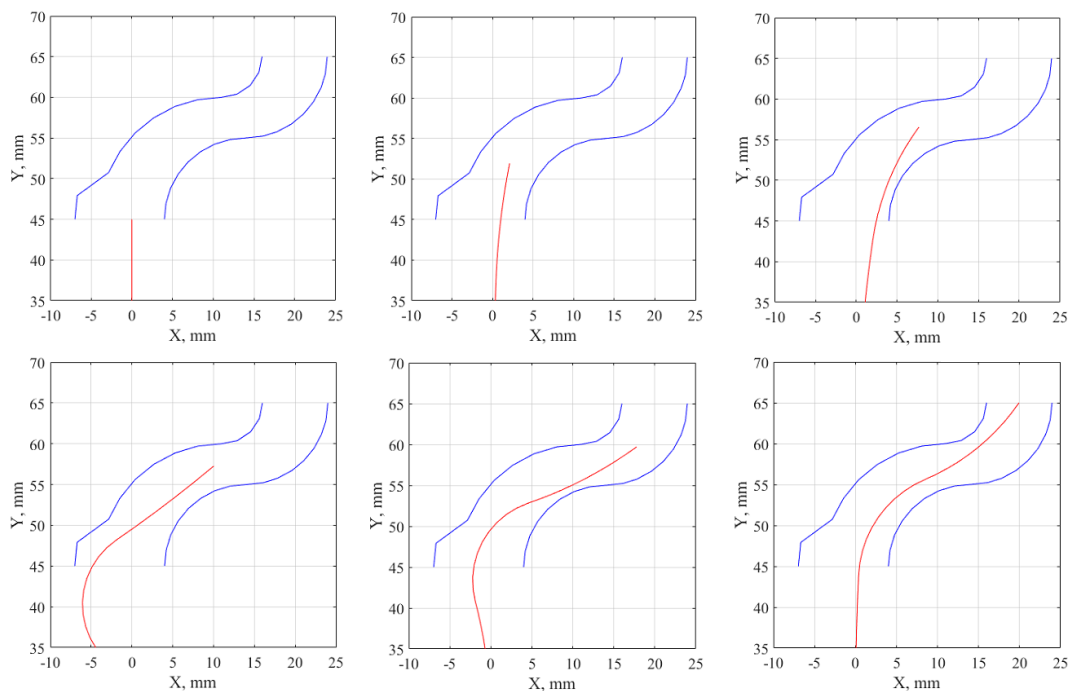


Рисунок 3.15 – Непрерывный заход в трубку по траектории избегая столкновений с препятствием

Результаты показывают, что алгоритм способен рассчитывать движение непрерывного робота на плоскости с учетом препятствий. Время работы алгоритма для расчета всей траектории составило 0.27с. Малое время обработки свидетельствует о том, что способен работать в режиме реального времени, что имеет существенное значение при работе в динамически изменяющейся среде.

3.3. Проверка работоспособности алгоритма обхода препятствий

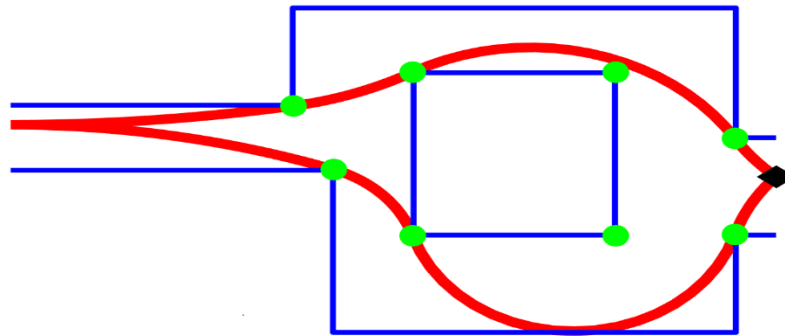
Для тестирования алгоритма было выполнено три эксперимента (рисунок 3.16) [147]. Все случаи неразрешимы без столкновений для односекционного непрерывного робота. Общее время выполнения алгоритма было ограничено 1 секундой. Результаты симуляции, а именно время работы, количество определенных пользователем точек столкновения и количество найденных решений приведены в таблице 3.12.

Таблица 3.12 – Результаты работы алгоритма

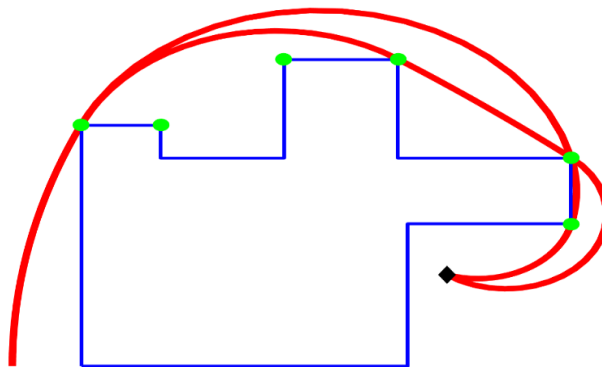
	Время работы, с	Точки столкновения	Найденные решения
Случай 1	0,07	8	2
Случай 2	0,06	6	2
Случай 3	0,04	5	1

Результаты представленного исследования демонстрируют эффективность предложенного алгоритма. Алгоритм относительно быстр и способен найти одно или несколько решений менее чем за 0,1 секунды. Время выполнения алгоритма зависит от количества точек столкновения и метода, которым восстанавливаются дуги. На каждой итерации алгоритм проверяет, возможен ли переход из одной точки столкновения в другую. Для этого дуги восстанавливаются, и проверяется, пересекают ли они границы препятствий. Чем больше точек столкновения, тем больше проверок необходимо выполнить во время итерации. Поэтому при большом количестве точек скорость алгоритма может значительно упасть. С другой стороны, чем больше точек, тем больше разных решений возможно найти.

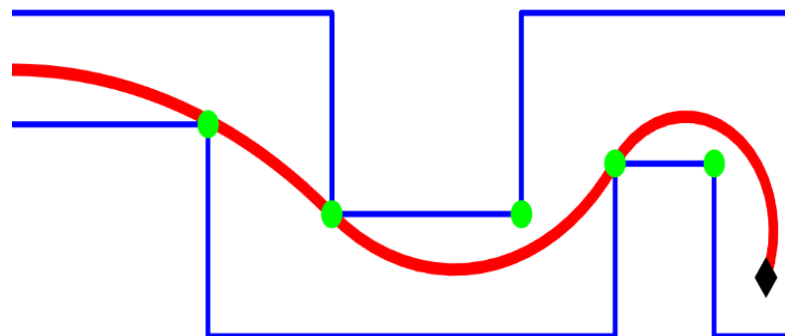
Поскольку предложенный алгоритм представляет этапы трансформации односекционного непрерывного робота в многосекционный, то каждый изгибающийся участок заканчивается в точке столкновения. Предположительно возможно использовать предложенный алгоритм для разработки конструкции многосекционных непрерывных роботов, которые будут проходить через те же области с похожими движениями без столкновений.



а) Эксперимент 1



б) Эксперимент 2



с) Эксперимент 3

Рисунок 3.16 – Результаты симуляции. Синие линии – границы препятствий, красные кривые – найденные решения, зелёные точки – точки столкновения, заданные пользователем, чёрная точка – целевая точка.

Выводы по третьей главе

В третьей главе представлены результаты компьютерного моделирования с использованием разработанных метода и алгоритма обратной кинематики для многосекционных непрерывных, алгоритма уклонения от столкновения и алгоритма планирования движения с огибанием препятствий.

Применение предложенного метода решения обратной задачи кинематики для односекционных роботов переменной длины и кривизны позволяет достичь более высокой скорости работы, увеличить долю успешных решений и решить проблему масштабируемости. Время работы предложенного метода минимум на 35% меньше, чем у метода, основанного на вычислении матриц Якоби. По доли успешных решений – предложенный метод решает как минимум на 20% больше обратных задач кинематики, чем метод, использующий матрицы Якоби. Что касается масштабируемости по числу подсекций, то на основе проведенных экспериментов и полученных результатов, представленных в главе, предложенный метод сохраняет превосходство над методом, основанным на вычислении матриц Якоби, несмотря на увеличение числа подсекций.

Разработанный алгоритм обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов FABRIKx показывает высокую скорость работы, масштабируемость, успешность в независимости от наложенных ограничений по сравнению с результатами работы алгоритмов: 1. основанных на построении матрицы Якоби; 2. FABRIKc, в основе которого лежит построение касательных. В соответствии с полученными результатами, предложенный алгоритм способен найти от 97% решений при точности 0.1 мм и 0.1 радиан с ограничением по количеству итераций - максимуму 300 шт. Медианное время решения составляет 0.31 мс на каждую секцию изгиба, что свидетельствует о том, что алгоритм способен работать в режиме реального времени. Распределение по времени решения для рабочей области и сравнение рабочих областей показывает, что наиболее проблемные для алгоритма области находятся с внутренней стороны рабочей области.

Проведенный сравнительный анализ дает возможность говорить о том, что предлагаемый алгоритм FABRIKx быстрее достигает целевой точки и ориентации, чем алгоритм, использующий матрицы Якоби. При этом эффективность алгоритма, основанного на построении матриц Якоби существенно падает при увеличении количества секций: 94.3% решений для трехсекционного робота, 84.2% решений для пятисекционного робота и неспособность решить задачу для десятисекционного робота. Это свидетельствует о том, что FABRIKx более эффективен для систем с числом секций больше пяти и более высокими требованиями по быстродействию (от 30 мс), по сравнению с алгоритмом обратной кинематики на основе матриц Якоби.

Оценивая успешность достижения цели алгоритмами FABRIKx и FABRIKc можно утверждать, что использование хорд на стадии обратного следования более эффективно, чем использование касательных. При этом разница между процентом успешных решений алгоритма на хордах и алгоритма на касательных может достигать до 30%.

Сравнительный анализ результатов, полученный при реализации алгоритма, основанного на использовании матриц Якоби, и предложенного алгоритма FABRIKx для роботов с произвольными секциями изгиба показывает, что предложенный алгоритм FABRIKx надежнее (минимальный процент успешности при реализации алгоритма FABRIKx 56%, а для алгоритма, на основе построения матриц Якоби – 11%). В результате эксперимента выявлено, что алгоритм FABRIKx может иметь до 76% больше успешных решений, чем алгоритм с матрицами Якоби.

На основе проведенного исследования можно сделать вывод, что предложенный алгоритм способен в реальном времени решать обратную задачу кинематики для многосекционных непрерывных роботов в независимости от типа секций его составляющих и установленных для них ограничений. Однако, алгоритм следует выбирать после тестирования на конкретном роботе.

Комбинация предложенного алгоритма и алгоритма, использующего матрицы Якоби, позволяет повысить общий процент решений до 91.4%. Таким

образом оба алгоритма могут использоваться параллельно для достижения наилучших результатов.

Реализация предложенного алгоритма дает возможность рассчитать движение непрерывного робота на плоскости с учетом препятствий. Время работы алгоритма для расчета всей траектории из 13 точек составило 0.27 с., что соответствует ~20 мс на точку. Малое время обработки свидетельствует о том, что алгоритм возможно применять в режиме реального времени, что имеет существенное значение при работе в динамически изменяющейся среде.

Разработанный алгоритм планирования движения способен определить одну или несколько последовательностей поз робота, которые необходимо выполнить непрерывному роботу для достижения целевой позиции с учетом контакта с препятствиями. Алгоритм способен найти одно или несколько решений менее чем за 0.1 с. Время выполнения алгоритма зависит от количества точек столкновения и метода, на основе которого восстанавливаются дуги.

Заключение

В ходе работы была решена научная задача: разработаны метод и алгоритмы решения обратной задачи кинематики и планирования движения, обеспечивающих минимальное время при максимальной доле успешных решений. Предложенные метод и алгоритмы позволяют развивать и создавать современные системы управления непрерывными роботами и увеличивать степень их автономности, что в свою очередь даст возможность улучшить эффективность производимых манипуляций и расширить область применения. Получено новое решение, имеющее значение в области разработки непрерывных роботов.

Основные результаты работы:

1. Разработан новый метод решения обратной задачи кинематики для одиночной секции изгиба непрерывного робота с переменной кривизной, переменной длиной и возможностью линейного смещения базы, **отличающийся** от существующих итеративным поиском отношения между углом хорды (угол между хордой и касательной к началу секции) и углом изгиба и итеративным поиском линейного смещения базы.

2. Разработана новая модификация итеративного алгоритма FABRIK для решения обратной задачи кинематики для многосекционных непрерывных роботов с произвольными секциями изгиба и переменной кривизной, **отличающаяся** использованием касательных (для определения предварительной позы робота) и хорд (для определения конфигурации робота через алгоритм обратной кинематики и истинной позы робота через алгоритм прямой кинематики).

3. За счет реализации предложенных метода и алгоритмов решения обратной задачи кинематики достигнуто существенное увеличение доли успешных решений, пределов масштабирования, а также уменьшение времени получения решения по сравнению с существующими методами на основе матрицы Якоби и алгоритма FABRIKс.

4. Представлен новый алгоритм планирования движения робота в режиме реального времени для предотвращения столкновения с препятствиями, в основе которого лежит разработанный алгоритм обратной кинематики.

5. Разработан новый алгоритм планирования движения в режиме реального времени с учетом возможности непрерывных роботов обтекать препятствия. Алгоритм также позволяет планировать движения при захвате объектов.

Список литературы

1. ISO 8373:2012(en), Robots and robotic devices — Vocabulary [Electronic resource]. URL: <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:8373:ed-2:v1:en> (accessed: 29.08.2020).
2. Cleaning Robot Market Size, Share | Industry Report, 2019-2025 [Electronic resource]. URL: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/cleaning-robot-market> (accessed: 07.02.2021).
3. Search and Rescue Robots Market - Growth, Trends, and Forecasts (2020 - 2025) [Electronic resource]. URL: <https://www.researchandmarkets.com/reports/5177587/search-and-rescue-robots-market-growth-trends> (accessed: 07.02.2021).
4. Underwater Robotics Market Size | Industry Report, 2018-2025 [Electronic resource]. URL: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/underwater-robotics-market> (accessed: 07.02.2021).
5. Gao Y., Chien S. Review on space robotics: Toward top-level science through space exploration // Sci. Robot. American Association for the Advancement of Science, 2017. Vol. 2, № 7. P. eaan5074.
6. Space Robotics Market Share & Analysis Report, 2020-2027 [Electronic resource]. URL: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/space-robotics-market> (accessed: 07.02.2021).
7. Household Robots Market | Industry Analysis and Market Forecast to 2024 | MarketsandMarkets [Electronic resource]. URL: <https://www.marketsandmarkets.com/Market-Reports/household-robot-market-253781130.html> (accessed: 07.02.2021).
8. Ivanov S. et al. Progress on robotics in hospitality and tourism: a review of the literature // J. Hosp. Tour. Technol. 2019. P. JHTT-08-2018-0087.
9. Entertainment Robots Market by Type, Size, Growth and Forecast – 2023 | MRFR [Electronic resource]. URL: <https://www.marketresearchfuture.com/reports/entertainment-robots-market-2925>

(accessed: 07.02.2021).

10. Anwar S. et al. A Systematic Review of Studies on Educational Robotics // J. Pre-College Eng. Educ. Res. 2019. Vol. 9, № 2.
11. Educational Robot Market by Type, Component, Education Level | COVID-19 Impact Analysis | MarketsandMarkets™ [Electronic resource]. URL: <https://www.marketsandmarkets.com/Market-Reports/educational-robot-market-28174634.html> (accessed: 07.02.2021).
12. Industrial Robotics Market | Growth, Trends, and Forecasts (2020 - 2025) [Electronic resource]. URL: <https://www.mordorintelligence.com/industry-reports/industrial-robotics-market> (accessed: 07.02.2021).
13. Medical Robotic System Market - Growth, Trends, COVID-19 Impact, and Forecasts (2021 - 2026) [Electronic resource]. URL: <https://www.researchandmarkets.com/reports/4591245/medical-robotic-system-market-growth-trends> (accessed: 07.02.2021).
14. Troccaz J., Dagnino G., Yang G.-Z. Frontiers of Medical Robotics: From Concept to Systems to Clinical Translation // Annu. Rev. Biomed. Eng. Annual Reviews Inc., 2019. Vol. 21, № 1. P. 193–218.
15. Military Robots Market Size, Statistics – Global Forecast 2027 [Electronic resource]. URL: <https://www.gminsights.com/industry-analysis/military-robots-market> (accessed: 07.02.2021).
16. Robinson G., Davies J.B.C. Continuum robots - a state of the art // Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C). IEEE, 2003. Vol. 4, № May. P. 2849–2854.
17. Webster R.J., Jones B.A. Design and Kinematic Modeling of Constant Curvature Continuum Robots: A Review // Int. J. Rob. Res. 2010. Vol. 29, № 13. P. 1661–1683.
18. Walker I.D., Choset H., Chirikjian G.S. Snake-Like and Continuum Robots // Springer Handbook of Robotics. Cham: Springer International Publishing, 2016. P. 481–498.
19. Walker I.D. Continuous Backbone “Continuum” Robot Manipulators // ISRN

- Robot. 2013. Vol. 2013. P. 1–19.
20. Giri N., Walker I. Continuum robots and underactuated grasping // *Mech. Sci.* 2011. Vol. 2, № 1. P. 51–58.
 21. Nguyen T.-D., Burgner-Kahrs J. A tendon-driven continuum robot with extensible sections // 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2015. Vol. 2015-Decem. P. 2130–2135.
 22. Li M. et al. Design and control of a tendon-driven continuum robot // *Trans. Inst. Meas. Control.* 2018. Vol. 40, № 11. P. 3263–3272.
 23. Sofla M.S., Sadigh M.J., Zareinejad M. Design and dynamic modeling of a continuum and compliant manipulator with large workspace // *Mech. Mach. Theory.* Elsevier Ltd, 2021. Vol. 164. P. 104413.
 24. Santoso J., Onal C.D. An Origami Continuum Robot Capable of Precise Motion Through Torsionally Stiff Body and Smooth Inverse Kinematics // *Soft Robot.* 2021. Vol. 8, № 4. P. 371–386.
 25. Matsuda R. et al. A Woodpecker's Tongue-Inspired, Bendable and Extendable Robot Manipulator With Structural Stiffness // *IEEE Robot. Autom. Lett.* 2022. Vol. 7, № 2. P. 3334–3341.
 26. Li Z., Chiu P.W.Y., Du R. Design and kinematic modeling of a concentric wire-driven mechanism targeted for minimally invasive surgery // 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2016. Vol. 2016-Novem. P. 310–316.
 27. Kanada A., Mashimo T. Switching Between Continuum and Discrete States in a Continuum Robot With Dislocatable Joints // *IEEE Access.* 2021. Vol. 9. P. 34859–34867.
 28. da Veiga T. et al. Challenges of continuum robots in clinical context: a review // *Prog. Biomed. Eng.* 2020. Vol. 2, № 3. P. 032003.
 29. Axinte D. et al. MiRoR—Miniaturized Robotic Systems for Holistic *In-Situ* Repair and Maintenance Works in Restrained and Hazardous Environments // *IEEE/ASME Trans. Mechatronics.* IEEE, 2018. Vol. 23, № 2. P. 978–981.

30. Dong X. et al. Development of a slender continuum robotic system for on-wing inspection/repair of gas turbine engines // Robot. Comput. Integr. Manuf. 2017. Vol. 44. P. 218–229.
31. Dong X. et al. Continuum Robots Collaborate for Safe Manipulation of High-Temperature Flame to Enable Repairs in Challenging Environments // IEEE/ASME Trans. Mechatronics. 2022. P. 1–4.
32. Buckingham R., Graham A. Nuclear snake-arm robots // Ind. Rob. 2012. Vol. 39, № 1. P. 6–11.
33. Nahar D., Yanik P.M., Walker I.D. Robot tendrils: Long, thin continuum robots for inspection in space operations // 2017 IEEE Aerospace Conference. IEEE, 2017. P. 1–8.
34. Santiago J.L.C., Walker I.D., Godage I.S. Continuum robots for space applications based on layer-jamming scales with stiffening capability // 2015 IEEE Aerospace Conference. IEEE, 2015. P. 1–13.
35. Liljeback P., Mills R. Eelume: A flexible and subsea resident IMR vehicle // OCEANS 2017 - Aberdeen. IEEE, 2017. Vol. 2017-Octob. P. 1–4.
36. Tsukagoshi H., Kitagawa A., Segawa M. Active Hose: an artificial elephant's nose with maneuverability for rescue operation // Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.01CH37164). IEEE, 2001. Vol. 3. P. 2454–2459.
37. Srivastava M. et al. 3D Printing of Concrete with a Continuum Robot Hose Using Variable Curvature Kinematics // 2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2022. P. 3216–3222.
38. Kolpashchikov, D. Robotics in Healthcare / D. Kolpashchikov, O. Gerget, R. Meshcheryakov // Intelligent Systems Reference Library. – 2022. – Vol. 212. – P. 281-306. – DOI 10.1007/978-3-030-83620-7_12.
39. Kim Y. et al. Toward the Development of a Flexible Mesoscale MRI-Compatible Neurosurgical Continuum Robot // IEEE Trans. Robot. 2017. Vol. 33, № 6. P. 1386–1397.
40. Li C. et al. Flexible Robot with Variable Stiffness in Transoral Surgery //

- IEEE/ASME Trans. Mechatronics. 2019. Vol. 25, № 1. P. 1–1.
41. Rafii-Tari H., Payne C.J., Yang G.-Z. Current and Emerging Robot-Assisted Endovascular Catheterization Technologies: A Review // *Ann. Biomed. Eng.* 2014. Vol. 42, № 4. P. 697–715.
 42. Hu X. et al. Steerable catheters for minimally invasive surgery: a review and future directions // *Comput. Assist. Surg.* Taylor & Francis, 2018. Vol. 23, № 1. P. 21–41.
 43. Колпашиков, Д. Ю. Конструирование роботизированного катетерного устройства для доставки инструмента внутрь работающего сердца / Д. Ю. Колпашиков, Е. Е. Шеломенцев, О. М. Гергет // Молодёжь и современные информационные технологии : сборник трудов XV Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, 04-07 декабря 2017 г. / Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский Томский политехнический университет", Инженерная школа информационных технологий и робототехники ; [редакционная коллегия: С. С. Михалевич, Д. М. Сонькин, М. А. Иванов и др.]. – Томск : Д-Принт, 2018. – С. 108-109.
 44. Goldman R.E. et al. Design and performance evaluation of a minimally invasive telerobotic platform for transurethral surveillance and intervention // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* IEEE, 2013. Vol. 60, № 4. P. 918–925.
 45. He X. et al. IRIS: Integrated Robotic Intraocular Snake // 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2015. Vol. 2015-June, № June. P. 1764–1769.
 46. Chen G., Pham M.T., Redarce T. Sensor-based guidance control of a continuum robot for a semi-autonomous colonoscopy // *Rob. Auton. Syst.* 2009. Vol. 57, № 6–7. P. 712–722.
 47. Chirikjian G.S., Burdick J.W. A modal approach to hyper-redundant manipulator kinematics // *IEEE Trans. Robot. Autom.* 1994. Vol. 10, № 3. P. 343–354.
 48. Gravagne I.A. Design, analysis and experimentation: The fundamentals of continuum robotic manipulators // *ProQuest Dissertations and Theses.* Ann Arbor:

- Clemson University, 2002. 122 p.
49. Mochiyama H., Suzuki T. Dynamical modelling of a hyper-flexible manipulator // Proceedings of the 41st SICE Annual Conference. SICE 2002. Soc. Instrument & Control Eng. (SICE). Vol. 3. P. 1505–1510.
 50. Mochiyama H., Suzuki T. Kinematics and dynamics of a cable-like hyper-flexible manipulator // 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422). IEEE. Vol. 3. P. 3672–3677.
 51. Hannan M.W., Walker I.D. Novel Kinematics for Continuum Robots // Advances in Robot Kinematics. Dordrecht: Springer Netherlands, 2000. P. 227–238.
 52. Hannan M.W., Walker I.D. Analysis and experiments with an elephant's trunk robot // Adv. Robot. 2001. Vol. 15, № 8. P. 847–858.
 53. Use of semi-synthetic data for catheter segmentation improvement / Viacheslav V. Danilov, Dmitrii Yu. Kolpashchikov, Olga M. Gerget [et al.] // Computerized Medical Imaging and Graphics. – 2023. – Vol. 106. – C. 102188. – DOI 10.1016/j.compmedimag.2023.102188
 54. Jones B.A., Walker I.D. Kinematics for multisection continuum robots // IEEE Trans. Robot. 2006. Vol. 22, № 1. P. 43–55.
 55. Hannan M.W., Walker I.D. Kinematics and the Implementation of an Elephant's Trunk Manipulator and Other Continuum Style Robots // J. Robot. Syst. 2003. Vol. 20, № 2. P. 45–63.
 56. Webster R.J. et al. Nonholonomic Modeling of Needle Steering // Int. J. Rob. Res. 2006. Vol. 25, № 5–6. P. 509–525.
 57. Grazioso S., Di Gironimo G., Siciliano B. From Differential Geometry of Curves to Helical Kinematics of Continuum Robots Using Exponential Mapping. 2019. P. 319–326.
 58. Felt W. et al. An inductance-based sensing system for bellows-driven continuum joints in soft robots // Auton. Robots. Springer US, 2019. Vol. 43, № 2. P. 435–448.
 59. Allen T.F. et al. Closed-Form Non-Singular Constant-Curvature Continuum Manipulator Kinematics // 2020 3rd IEEE International Conference on Soft Robotics (RoboSoft). IEEE, 2020. P. 410–416.

60. Godage I.S. et al. Novel modal approach for kinematics of multisection continuum arms // 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2011. P. 1093–1098.
61. Godage I.S. et al. Modal kinematics for multisection continuum arms // Bioinspir. Biomim. IOP Publishing, 2015. Vol. 10, № 3. P. 035002.
62. Chawla A., Frazelle C., Walker I. A Comparison of Constant Curvature Forward Kinematics for Multisection Continuum Manipulators // 2018 Second IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC). IEEE, 2018. Vol. 2018-Janua. P. 217–223.
63. Mahl T., Hildebrandt A., Sawodny O. A Variable Curvature Continuum Kinematics for Kinematic Control of the Bionic Handling Assistant // IEEE Trans. Robot. 2014. Vol. 30, № 4. P. 935–949.
64. Mahl T. et al. A variable curvature modeling approach for kinematic control of continuum manipulators // 2013 American Control Conference. IEEE, 2013. P. 4945–4950.
65. Gonthina P.S. et al. Modeling Variable Curvature Parallel Continuum Robots Using Euler Curves // 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2019. Vol. 2019-May. P. 1679–1685.
66. Lu J. et al. An Efficient Inverse Kinematics Algorithm for Continuum Robot with a Translational Base // 2020 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). IEEE, 2020. P. 1754–1759.
67. Jiajia L. et al. A novel inverse kinematics algorithm using the Kepler oval for continuum robots // Appl. Math. Model. Elsevier Inc., 2021. Vol. 93. P. 206–225.
68. Trivedi D., Lotfi A., Rahn C.D. Geometrically Exact Models for Soft Robotic Manipulators // IEEE Trans. Robot. 2008. Vol. 24, № 4. P. 773–780.
69. Neumann M., Burgner-Kahrs J. Considerations for follow-the-leader motion of extensible tendon-driven continuum robots // 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2016. Vol. 2016-June. P. 917–923.
70. Amanov E., Nguyen T.D., Burgner-Kahrs J. Tendon-driven continuum robots with extensible sections—A model-based evaluation of path-following motions // Int. J.

- Rob. Res. 2019. P. 1–17.
71. Renda F., Laschi C. A general mechanical model for tendon-driven continuum manipulators // 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2012. P. 3813–3818.
 72. Janabi-Sharifi F., Jalali A., Walker I.D. Cosserat Rod-Based Dynamic Modeling of Tendon-Driven Continuum Robots: A Tutorial // IEEE Access. 2021. Vol. 9. P. 68703–68719.
 73. Rucker D.C., Webster III R.J. Statics and Dynamics of Continuum Robots With General Tendon Routing and External Loading // IEEE Trans. Robot. IEEE, 2011. Vol. 27, № 6. P. 1033–1044.
 74. Caleb Rucker D., Webster R.J. Mechanics of continuum robots with external loading and general tendon routing // Springer Tracts Adv. Robot. IEEE, 2014. Vol. 79, № 6. P. 645–654.
 75. Hsiao K., Mochiyama H. A wire-driven continuum manipulator model without assuming shape curvature constancy // 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2017. P. 436–443.
 76. Oliver-Butler K., Till J., Rucker C. Continuum Robot Stiffness Under External Loads and Prescribed Tendon Displacements // IEEE Trans. Robot. 2019. Vol. 35, № 2. P. 403–419.
 77. Mishra A. et al. Modular Continuum Manipulator: Analysis and Characterization of Its Basic Module // Biomimetics. 2018. Vol. 3, № 1. P. 3.
 78. Camarillo D.B. et al. Mechanics Modeling of Tendon-Driven Continuum Manipulators // IEEE Trans. Robot. 2008. Vol. 24, № 6. P. 1262–1273.
 79. Ryu J. et al. Analysis and simulation of large deflection of a multi-segmented catheter tube under wire tension // J. Mech. Sci. Technol. 2019. Vol. 33, № 3. P. 1305–1310.
 80. Rao P. et al. How to Model Tendon-Driven Continuum Robots and Benchmark Modelling Performance // Front. Robot. AI. 2021. Vol. 7, № February. P. 1–20.
 81. Yuan H., Zhou L., Xu W. A comprehensive static model of cable-driven multi-section continuum robots considering friction effect // Mech. Mach. Theory.

- Elsevier Ltd, 2019. Vol. 135. P. 130–149.
82. He B. et al. An Analytic Method for the Kinematics and Dynamics of a Multiple-Backbone Continuum Robot // *Int. J. Adv. Robot. Syst.* 2013. Vol. 10, № 1. P. 84.
 83. Altuzarra O. et al. Forward and Inverse Kinematics in 2-DOF Planar Parallel Continuum Manipulators. 2019. P. 231–238.
 84. Chikhaoui M.T. et al. Comparison of Modeling Approaches for a Tendon Actuated Continuum Robot With Three Extensible Segments // *IEEE Robot. Autom. Lett.* IEEE, 2019. Vol. 4, № 2. P. 989–996.
 85. Pozzi M. et al. Efficient FEM-Based Simulation of Soft Robots Modeled as Kinematic Chains // *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2018. P. 4206–4213.
 86. Polygerinos P. et al. Modeling of Soft Fiber-Reinforced Bending Actuators // *IEEE Trans. Robot.* 2015. Vol. 31, № 3. P. 778–789.
 87. Adagolodjo Y., Renda F., Duriez C. Coupling numerical deformable models in global and reduced coordinates for the simulation of the Direct and the inverse kinematics of Soft Robots // *IEEE Robot. Autom. Lett.* 2021. P. 1–1.
 88. Katzschmann R.K. et al. Dynamically Closed-Loop Controlled Soft Robotic Arm using a Reduced Order Finite Element Model with State Observer // *2019 2nd IEEE International Conference on Soft Robotics (RoboSoft)*. IEEE, 2019. P. 717–724.
 89. Bieze T.M. et al. Finite Element Method-Based Kinematics and Closed-Loop Control of Soft, Continuum Manipulators // *Soft Robot.* 2018. Vol. 5, № 3. P. 348–364.
 90. Rone W.S., Ben-Tzvi P. Continuum Robot Dynamics Utilizing the Principle of Virtual Power // *IEEE Trans. Robot.* 2014. Vol. 30, № 1. P. 275–287.
 91. MELINGUI A. et al. Qualitative approach for forward kinematic modeling of a Compact Bionic Handling Assistant trunk // *IFAC Proc.* Vol. 2014. Vol. 47, № 3. P. 9353–9358.
 92. Runge G., Wiese M., Raatz A. FEM-based training of artificial neural networks for modular soft robots // *2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. IEEE, 2017. P. 385–392.

93. Bouyom Boutchouang A.H. et al. Forward Kinematic Modeling of Conical-Shaped Continuum Manipulators // *Robotica*. 2021. Vol. 39, № 10. P. 1760–1778.
94. Loutfi I.M. et al. Learning-Based Approaches for Forward Kinematic Modeling of Continuum Manipulators // *IFAC-PapersOnLine*. 2020. Vol. 53, № 2. P. 9899–9904.
95. Lakhal O., Melingui A., Merzouki R. Hybrid Approach for Modeling and Solving of Kinematics of a Compact Bionic Handling Assistant Manipulator // *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*. 2016. Vol. 21, № 3. P. 1326–1335.
96. Parvaresh A., Moosavian S.A.A. Linear vs. Nonlinear Modeling of Continuum Robotic Arms Using Data-Driven Method // 2019 7th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM). IEEE, 2019. P. 457–462.
97. Zhao B. et al. A Continuum Manipulator with Closed-form Inverse Kinematics and Independently Tunable Stiffness // 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2020. P. 1847–1853.
98. Mu Z. et al. A Spatial Biarc Method for Inverse Kinematics and Configuration Planning of Concentric Cable-Driven Manipulators // *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Syst.* 2022. Vol. 52, № 7. P. 4177–4186.
99. Wu H. et al. A New Geometric Method for Solving the Inverse Kinematics of Two-Segment Continuum Robot. 2022. P. 101–112.
100. Garriga-Casanovas A., Rodriguez y Baena F. Kinematics of Continuum Robots With Constant Curvature Bending and Extension Capabilities // *J. Mech. Robot.* 2019. Vol. 11, № 1. P. 011010.
101. Li Z., Du R. Design and Analysis of a Bio-Inspired Wire-Driven Multi-Section Flexible Robot // *Int. J. Adv. Robot. Syst.* 2013. Vol. 10, № 4. P. 209.
102. Neppalli S. et al. Closed-Form Inverse Kinematics for Continuum Manipulators // *Adv. Robot.* 2009. Vol. 23, № 15. P. 2077–2091.
103. Li Z. et al. Kinematic comparison of surgical tendon-driven manipulators and concentric tube manipulators // *Mech. Mach. Theory*. Elsevier, 2017. Vol. 107, № June 2016. P. 148–165.
104. Wu Z. et al. Dimension reduced instantaneous inverse kinematics for configuration

- variable limits of continuum manipulators // IEEE Int. Conf. Robot. Biomimetics, ROBIO 2019. 2019. № 2017. P. 303–308.
105. Zhang Z. et al. Soft-CCD Algorithm for Inverse Kinematics of Soft Continuum Manipulators // IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst. IEEE, 2021. P. 639–644.
 106. Berthet-Rayne P. et al. Inverse Kinematics Control Methods for Redundant Snakelike Robot Teleoperation During Minimally Invasive Surgery // IEEE Robot. Autom. Lett. 2018. Vol. 3, № 3. P. 2501–2508.
 107. Djeflal S., Amouri A., Mahfoudi C. Kinematics modeling and simulation analysis of variable curvature kinematics continuum robots // UPB Sci. Bull. Ser. D Mech. Eng. 2021. Vol. 83, № 1. P. 27–42.
 108. Djeflal S., Mahfoudi C., Amouri A. Comparison of Three Meta-heuristic Algorithms for Solving Inverse Kinematics Problems of Variable Curvature Continuum Robots // 2021 European Conference on Mobile Robots (ECMR). IEEE, 2021. P. 1–6.
 109. Amouri A. et al. A metaheuristic approach to solve inverse kinematics of continuum manipulators // Proc. Inst. Mech. Eng. Part I J. Syst. Control Eng. 2017. Vol. 231, № 5. P. 380–394.
 110. Merrad A. et al. A Reliable Algorithm for Obtaining All-Inclusive Inverse Kinematics' Solutions and Redundancy Resolution of Continuum Robots // Arab. J. Sci. Eng. 2022.
 111. Starke S. et al. An efficient hybridization of Genetic Algorithms and Particle Swarm Optimization for inverse kinematics // 2016 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, 2016. P. 1782–1789.
 112. Chen Y. et al. A Variable Curvature Model for Multi-Backbone Continuum Robots to Account for Inter-Segment Coupling and External Disturbance // IEEE Robot. Autom. Lett. 2021. Vol. 6, № 2. P. 1590–1597.
 113. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem // Graph. Models. Elsevier Inc., 2011. Vol. 73, № 5. P. 243–260.
 114. Zhang W. et al. FABRIKc: an Efficient Iterative Inverse Kinematics Solver for

- Continuum Robots // 2018 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). IEEE, 2018. Vol. 2018-July. P. 346–352.
115. Thuruthel T.G. et al. Learning Global Inverse Kinematics Solutions for a Continuum Robot / ed. Parenti-Castelli V., Schiehlen W. Cham: Springer International Publishing, 2016. Vol. 569, № January. 47–54 p.
 116. Xu W. et al. Data-driven methods towards learning the highly nonlinear inverse kinematics of tendon-driven surgical manipulators // Int. J. Med. Robot. Comput. Assist. Surg. 2017. Vol. 13, № 3. P. e1774.
 117. Melingui A. et al. Neural Networks based approach for inverse kinematic modeling of a Compact Bionic Handling Assistant trunk // 2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). IEEE, 2014. P. 1239–1244.
 118. Wang H. et al. Construction of Controller Model of Notch Continuum Manipulator for Laryngeal Surgery Based on Hybrid Method // IEEE/ASME Trans. Mechatronics. 2021. Vol. 26, № 2. P. 1022–1032.
 119. Fang G. et al. Efficient Jacobian-Based Inverse Kinematics With Sim-to-Real Transfer of Soft Robots by Learning // IEEE/ASME Trans. Mechatronics. 2022. Vol. 27, № 6. P. 5296–5306.
 120. Patle B.K. et al. A review: On path planning strategies for navigation of mobile robot // Def. Technol. Elsevier Ltd, 2019. Vol. 15, № 4. P. 582–606.
 121. Yang L. et al. Survey of Robot 3D Path Planning Algorithms // J. Control Sci. Eng. 2016. Vol. 2016. P. 1–22.
 122. Mohammad A. et al. An Efficient Follow-the-Leader Strategy for Continuum Robot Navigation and Coiling // IEEE Robot. Autom. Lett. IEEE, 2021. Vol. 6, № 4. P. 7493–7500.
 123. Niu G., Zhang Y., Li W. Path Planning of Continuum Robot Based on Path Fitting // J. Control Sci. Eng. / ed. Morinigo-Sotelo D. 2020. Vol. 2020. P. 1–11.
 124. Hong A. et al. 3D path planning for flexible needle steering in neurosurgery // Int. J. Med. Robot. Comput. Assist. Surg. 2019. Vol. 15, № 4.
 125. Shahzad K., Iqbal S., Bloodsworth P. Points-Based Safe Path Planning of Continuum Robots // Int. J. Adv. Robot. Syst. 2015. Vol. 12, № 7. P. 107.

126. Ataka A. et al. Towards safer obstacle avoidance for continuum-style manipulator in dynamic environments // 2016 6th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob). IEEE, 2016. P. 600–605.
127. Ataka A. et al. Real-time planner for multi-segment continuum manipulator in dynamic environments // 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2016. Vol. 2016-June. P. 4080–4085.
128. Godage I.S. et al. Path planning for multisection continuum arms // 2012 IEEE Int. Conf. Mechatronics Autom. ICMA 2012. IEEE, 2012. P. 1208–1213.
129. He G. Motion planning and control for endoscopic operations of continuum manipulators // Intell. Serv. Robot. Springer Berlin Heidelberg, 2019. Vol. 12, № 2. P. 159–166.
130. Deng J. et al. Near-optimal Smooth Path Planning for Multisection Continuum Arms // 2019 2nd IEEE International Conference on Soft Robotics (RoboSoft). IEEE, 2019. № 1718755. P. 416–421.
131. Yu X. et al. Collision Free Path Planning for Multi-Section Continuum Manipulators Based on a Modal Method // 2018 IEEE 8th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER). IEEE, 2018. P. 236–242.
132. Seleem I.A., El-Hussieny H., M. Assal S.F. Motion Planning for Continuum Robots: A Learning from Demonstration Approach // 2018 27th IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN). IEEE, 2018. P. 868–873.
133. Jing Xiao, Vatcha R. Real-time adaptive motion planning for a continuum manipulator // 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2010. P. 5919–5926.
134. Jinglin Li et al. Autonomous continuum grasping // 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2013. P. 4569–4576.
135. Колпащиков, Д. Ю. Обратная кинематика для непрерывных роботов с использованием алгоритма FABRIK / Д. Ю. Колпащиков, Н. В. Лаптев // Молодежь и современные информационные технологии : сборник трудов XVI

- Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, 3-7 декабря 2018 г. / Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский Томский политехнический университет", Инженерная школа информационных технологий и робототехники ; [редакционная коллегия: Д. М. Сонькин, А. Я. Пак, И. А. Ботыгин и др.]. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2019. – С. 338-339.
136. FABRIK-Based Inverse Kinematics for Multi-Section Continuum Robots / D. Y. Kolpashchikov, N. V. Laptev, V. V. Danilov [et al.] // Proceedings of the 2018 18th International Conference on Mechatronics - Mechatronika, ME 2018. – 2019. – P. 8624888.
137. Visual shape and position sensing algorithm for a continuum robot / R. A. Manakov, D. Y. Kolpashchikov, V. V. Danilov [et al.] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2021. – Vol. 1019, No 1. – P. 012066. – DOI 10.1088/1757-899X/1019/1/012066.
138. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019664820 Российская Федерация. Система автоматического тестирования гибких роботов : № 2019663014 : заявл. 22.10.2019 : опубл. 13.11.2019 / В. В. Данилов, А. А. Кравченко, Д. Ю. Колпашиков [и др.] ; патентообладатель федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет».
139. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021681279 Российская Федерация. Управление и контроль контурных перемещений гибкого манипулятора в лабораторном стенде : № 2021680612 : заявл. 13.12.2021 : опубл. 20.12.2021 / Н. В. Лаптев, Д. Ю. Колпашиков, О. М. Гергет, А. А. Кравченко ; патентообладатель федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет».

140. Патент № 2721769 С1 Российская Федерация, МПК В25J 19/00. Стенд для контроля контурных перемещений гибкого манипулятора : № 2019127060 : заявл. 28.08.2019 : опубл. 22.05.2020 / Н. В. Лаптев, Д. Ю. Колпашиков, О. М. Гергет [и др.] ; патентообладатель федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский Томский политехнический университет".
141. Данилов, В. В. Автоматическое управление непрерывным роботом с использованием алгоритма FABRIK / В. В. Данилов, Д. Ю. Колпашиков, Н. В. Лаптев // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2019. – Т. 7, № 4(27). – С. 1-2. – DOI 10.26102/2310-6018/2019.27.4.004.
142. Kolpashchikov, D. Yu. Comparison of Inverse Kinematics Algrithms for Multi-Section Continuum Robots / D. Yu. Kolpashchikov, O. M. Gerget // Mechatronics, Automation, Control. – 2021. – Vol. 22, No. 8. – P. 420-424. – DOI 10.17587/mau.22.420-424.
143. Колпашиков, Д. Ю. Сравнение результатов работы алгоритмов обратной кинематики на основе FABRIK для многосекционных непрерывных роботов / Д. Ю. Колпашиков, О. М. Гергет, В. В. Данилов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 12(753). – С. 34-45. – DOI 10.18698/0536-1044-2022-12-34-45.
144. Inverse kinematics for steerable concentric continuum robots / D. Kolpashchikov, V. Danilov, N. Laptev [et al.] // Smart Innovation, Systems and Technologies. – 2020. – Vol. 154. – P. 89-100. – DOI 10.1007/978-981-13-9267-2_8.
145. Kolpashchikov, D. FABRIKx: Tackling the Inverse Kinematics Problem of Continuum Robots with Variable Curvature / Kolpashchikov D., Gerget O., Danilov V. // Robotics. – 2022. – Т. 11, №. 6. – С. 128. – DOI 10.3390/robotics11060128
146. Gerget, O. M. Collision avoidance for continuum robot using FABRIK algorithm / O. M. Gerget, D. Y. Kolpashchikov // Proceedings of 2019 12th International Conference "Management of Large-Scale System Development", MLSD 2019. – 2019. – P. 8911070. – DOI 10.1109/MLSD.2019.8911070.

147. Motion planning algorithm for continuum robots bending over obstacles / D. Y. Kolpashchikov, N. V. Laptev, R. A. Manakov [et al.] Proceedings of 2019 3rd International Conference on Control in Technical Systems, CTS 2019. – 2019. – C. 269-272. – DOI 10.1109/CTS48763.2019.8973282

ПРИЛОЖЕНИЕ А

**Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ и патент
на изобретение**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2721769

СТЕНД ДЛЯ КОНТРОЛЯ КОНТУРНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
 ГИБКОГО МАНИПУЛЯТОРА

Патентообладатели: *федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский Томский политехнический университет", (RU)*

Авторы: *Лаптев Никита Витальевич (RU), Колпащиков Дмитрий Юрьевич (RU), Гергет Ольга Михайловна (RU), Манаков Роман Аркадьевич (RU), Кравченко Андрей Александрович (RU), Данилов Вячеслав Владимирович (RU), Скирневский Игорь Петрович (RU)*

Заявка № 2019127060

Приоритет изобретения 28 августа 2019 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 22 мая 2020 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 28 августа 2039 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2019664820

Система автоматического тестирования гибких роботов

Правообладатель: *федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» (RU)*

Авторы: *Данилов Вячеслав Владимирович (RU), Кравченко Андрей Александрович (RU), Колпащиков Дмитрий Юрьевич (RU), Лаптев Никита Витальевич (RU), Манаков Роман Аркадьевич (KZ), Герсет Ольга Михайловна (RU)*



Заявка № **2019663014**

Дата поступления **22 октября 2019 г.**

Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **13 ноября 2019 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021681279

Управление и контроль контурных перемещений
гибкого манипулятора в лабораторном стенде

Правообладатель: *федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Томский
политехнический университет» (RU)*

Авторы: *Лаптев Никита Витальевич (RU), Колпащиков
Дмитрий Юрьевич (RU), Гергет Ольга Михайловна (RU),
Кравченко Андрей Александрович (RU)*



Заявка № 2021680612

Дата поступления 13 декабря 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 20 декабря 2021 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2022611228

**Расчёт обратной кинематики многосекционных
последовательных непрерывных роботов**

Правообладатель: *федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Томский
политехнический университет» (RU)*

Авторы: *Колпащиков Дмитрий Юрьевич (RU), Гергет Ольга
Михайловна (RU)*



Заявка № 2022610414

Дата поступления 13 января 2022 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 21 января 2022 г.

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 0x75699C0D03AE785438D83DF819A6CD1
Владелец **Ивлиев Григорий Петрович**
Действителен с 24.12.2021 по 24.12.2022

Г.П. Ивлиев

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Акт о внедрении

УТВЕРЖДАЮ:

Директор



ООО «Инспайр»

Михалевич С.С.

« 2 » 05 2022 г.

АКТ

О внедрении научных и практических результатов

г. Томск

26.05.2022

Разработанное в рамках диссертационного исследования программное обеспечение для расчета прямой и обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов включает следующие алгоритмы:

- алгоритм прямой кинематики для непрерывных роботов;
- алгоритм обратной кинематики для непрерывных роботов;
- алгоритм уклонения от столкновений;
- алгоритм планирования движения с обтеканием препятствий.

Указанные алгоритмы и техническая документация по системе расчета прямой и обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов используются в ООО «Инспайр» при автоматизации систем визуального неразрушающего контроля, предназначенных для обнаружения коррозии и трещин.

Научный руководитель проекта: д.т.н. Гергет О.М.

Исполнитель проекта: Колпащиков Д.Ю.

Ведущий руководитель проектов
ООО «ИНСПАИР»

A handwritten signature in blue ink, likely belonging to M.A. Murin.

Мурин М.А.