

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА

ЮФУ801.01.02,

созданного на базе Института математики, механики и компьютерных наук
имени И.И. Воровича Южного федерального университета,
по диссертации на соискание учёной степени доктора наук

*аттестационное дело № _____,
решение диссертационного
совета от 27 июня 2023 г. №9*

О присуждении Абузяровой Наталье Фаирбаховне, гражданке Российской Федерации, учёной степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Спектральный синтез для оператора дифференцирования и локальное описание подмодулей целых функций» по специальности 1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ в виде рукописи принята к защите 21.03.2023 г., протокол № 6, диссертационным советом ЮФУ801.01.02, созданным на базе Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета, приказ ЮФУ от 27 сентября 2022г. №231-ОД.

Соискатель Абузярова Наталья Фаирбаховна, 1975 года рождения. В 1997 году закончила математический факультет ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет имени 40-летия Октября» по специальности 01.01.01. - Математика. Диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Конечно порожденные подмодули в модулях целых функций, определяемых ограничениями на индикатор» защитила в 2000 году в диссертационном совете, созданном на базе Института математики с ВЦ УНЦ РАН (г.Уфа), работает старшим научным сотрудником в Институте математики с вычислительным центром - обособленного структурного подразделения ФГБНУ УФИЦ РАН (г.Уфа).

Диссертация выполнена в отделе теории функций и функционального анализа Института математики с вычислительным центром - обособленного структурного подразделения ФГБНУ УФИЦ РАН (г. Уфа).

Официальные оппоненты:

1. Баранов Антон Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет», г. Санкт-Петербург,
2. Брайчев Георгий Генрихович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва,
3. Каюмов Ильгиз Рифатович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математического анализа ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань,

дали положительные отзывы на диссертацию.

Соискатель имеет 45 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации опубликовано 18 работ, из них в научных изданиях, входящих в Перечень научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук, представленных для защиты в диссертационные советы Южного федерального университета, опубликовано 18 работ, в научных изданиях, входящих в базы данных международных индексов научного цитирования Scopus и/или Web of Science, опубликовано 18 работ.

Научные работы отвечают теме диссертационного исследования и содержат его результаты. Сведения в диссертации о научных работах, опубликованных соискателем, достоверны. Наиболее значимыми являются следующие научные работы соискателя по теме диссертации:

- 1) Абузярова, Н. Ф. Замкнутые подмодули в модуле целых функций экспоненциального типа и полиномиального роста на вещественной оси / Н. Ф. Абузярова // Уфимский математический журнал. - 2014. - Т. 6, № 4. - С. 3-18.
- 2) Абузярова, Н. Ф. Некоторые свойства главных подмодулей в модуле целых функций экспоненциального типа и полиномиального роста на вещественной оси / Н. Ф. Абузярова // Уфимский математический журнал. - 2016. - Т. 8, № 1. - С. 3-14.
- 3) Абузярова, Н. Ф. Спектральный синтез для оператора дифференцирования в пространстве Шварца / Н. Ф. Абузярова // Математические заметки. - 2017. - Т. 102, № 2. - С. 163-177. – DOI: 10.4213/mzm11218.
- 4) Абузярова, Н. Ф. О сдвигах целочисленной последовательности, порождающих функции, обратимые по Эренпрайсу / Н. Ф. Абузярова // Записки научных семинаров ПОМИ. - 2019. - Т. 480. - С. 5-25. – Режим доступа: <https://www.mathnet.ru/rus/zns1/v480/p5> (дата обращения 27.02.2023) (Англ. перевод: Abuzyarova, N. F. On Shifts of the Sequence of Integers Generating Functions that are Invertible in the Sense of Ehrenpreis / N. F. Abuzyarova // Journal of Mathematical Sciences. – 2020. – Vol. 251, No. 2. – P. 161-175. – DOI 10.1007/s10958-020-05077-5)
- 5) Abuzyarova, N. F. Principal Submodules in the Module of Entire Functions, Which is Dual to the Schwarz Space, and Weak Spectral Synthesis in the Schwartz Space / N. F. Abuzyarova // Journal of Mathematical Sciences. - 2019. - V. 241, №6. - Pp. 658-671. – DOI: [10.1007/s10958-019-04453-0](https://doi.org/10.1007/s10958-019-04453-0)
- 6) Абузярова, Н. Ф. Синтезируемые последовательности и главные подмодули в модуле Шварца / Н. Ф. Абузярова // Уфимский математический журнал. - 2020. - Т. 12, № 3. - С. 11-21.
- 7) Abuzyarova, N. F. On conditions of invertibility in the sense of Ehrenpreis in the Schwartz algebra / N. F. Abuzyarova // Lobachevskii Journal of Mathematics. - 2021. - V. 42, № 6. - Pp. 1141-1153. – DOI: [10.1134/S1995080221060032](https://doi.org/10.1134/S1995080221060032)

- 8) Абузярова, Н. Ф. Сохранение классов целых функций, выделяемых ограничениями на рост вдоль вещественной оси, при возмущениях их нулей / Н. Ф. Абузярова // Алгебра и анализ. - 2021. - Т. 33, № 4. - С. 1-31. (Англ. перевод: Abuzyarova, N. F. Preservation of classes of entire functions defined in terms of growth restrictions along the real axis under perturbations of their zero sets // St. Petersburg Math. J. – 2022. – V. 33. – Pp 585-606. – DOI: 10.1090/spmj/1716)
- 9) Abuzyarova, N. F. Differentiation operator in the Beurling space of ultradifferentiable functions of normal type on an interval / N. F. Abuzyarova // Lobachevskii Journal of Mathematics. - 2022. - V. 43, № 6. - Pp. 1472-1485. – DOI: 10.1134/S1995080222090025
- 10) Абузярова, Н. Ф. Представление инвариантных подпространств в пространстве Шварца / Н. Ф. Абузярова // Математический сборник. - 2022. - Т. 213, № 8. - С. 3-25. – DOI: 10.4213/sm9687

На диссертацию и автореферат диссертации поступили отзывы профессора кафедры математики, информатики, естественнонаучных и общетехнических дисциплин филиала ФГБОУ ВО «КубГУ» в г. Славянске-на-Кубани доктора физико-математических наук Шишкина Андрея Борисовича, профессора кафедры математики Казахского национального университета им. Аль-Фараби, доктора физико-математических наук Кангужина Балтабека Есматовича, профессора кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет», доктора физико-математических наук Широкова Николая Алексеевича. В поступивших отзывах на автореферат замечаний не содержится и отмечается, что диссертационная работа удовлетворяет всем критериям, установленным в разделе 2 Положения «О присуждении учёных степеней в ЮФУ».

Выбор официальных оппонентов обосновывается их результатами в исследовании подобных классов задач, наличием публикаций в

соответствующей сфере исследования, согласием и способностью определить научную и практическую ценность диссертации.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований получены результаты по классической задаче спектрального синтеза для оператора дифференцирования в пространствах Ω -ультрадифференцируемых функций, включающие в себя, как частные случаи, все известные к настоящему моменту результаты, относящиеся к спектральному синтезу в этих пространствах. Разработанные и использованные автором методы и подходы имеют перспективы дальнейшего развития и применения.

Теоретическая и практическая значимость исследования обусловлена следующими результатами:

1) решение задачи спектрального синтеза в слабом смысле для оператора дифференцирования в классах пространств Ω -ультрадифференцируемых функций на интервале вещественной прямой;

2) весовой критерий допустимости слабого спектрального синтеза инвариантными подпространствами с критическим соотношением характеристик (длины резидуального промежутка и радиуса полноты последовательности точек спектра);

5) неулучшаемые условия на сдвиги целочисленной последовательности, при которых она остается нулевым множеством делителя алгебры Шварца или весовой алгебры целых функций, реализующей пространство Ω -ультрараспределений;

6) условия на считающую функцию вещественной последовательности, в том числе, критерии, при которых эта последовательность является нулевым множеством делителя алгебры Шварца;

7) условия представимости инвариантного относительно дифференцирования подпространства в пространстве Шварца в виде прямой алгебраической и топологической суммы его резидуальной и экспоненциальной компонент;

8) неулучшаемые условия сохранения различных классов целых функций, в том числе класса делителей алгебры Шварца, класса функций, порождающих слабо локализуемые главные подмодули, при возмущении нулевых множеств, и применения этих условий для получения новых результатов о слабом спектральном синтезе и о (не)полноте систем экспоненциальных функций.

Результаты исследований соответствуют специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ и являются полезным вкладом в развитие соответствующих разделов анализа. Результаты и методы диссертационной работы представляют интерес для специалистов, проводящих исследования по теории целых и субгармонических функций и работающих в других областях анализа, например, таких, как спектральная теория дифференциальных операторов, уравнения свертки и их обобщения.

Результаты диссертации прошли необходимую апробацию. Они были представлены на следующих конференциях: Международная научная конференция "Спектральные задачи, нелинейный и комплексный анализ", г. Уфа, 24-26 сентября 2014 г., Международная конференция "Спектральные задачи, нелинейный и комплексный анализ", г. Уфа, 1-3 октября 2015 г., Workshop and Autumn School "Spaces of Analytic Functions and Singular Integrals (SAFSI2015)", PDMI RAS, St. Petersburg, October 12-15, 2015, Уфимская международная математическая конференция, г. Уфа, 27-30 сентября 2016 г., Международная математическая конференция по теории функций, посвященная 100-летию чл.-корр. АН СССР А.Ф. Леонтьева, г. Уфа, 24-27 мая 2017 г., Международная конференция "Комплексный анализ и геометрия", г. Уфа, 23-26 сентября 2018 г., Workshop "Reproducing Kernels in Function Spaces and Their Applications", г. Санкт-Петербург, 3-7 июня 2019 г., Международная научная конференция "Комплексный анализ и его приложения", КФУ, г. Казань, 24-28 августа 2020 г., 29th Summer St. Petersburg Meeting In Mathematical Analysis, Euler International Mathematical Institute, St. Petersburg. 28 сентября-1 октября 2020 г., Международная научная конференция "Уфимская осенняя математическая школа-2020" Уфа, 14-20 ноября 2020 г.,

Международная школа-конференция "Комплексный анализ и его приложения", филиал ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», г. Геленджик, 30 мая-июня 2021 г., 30th Summer St. Petersburg Meeting In Mathematical Analysis, Euler International Mathematical Institute, St. Petersburg. 1-6 июля 2021 г., Международная научная конференция "Уфимская осенняя математическая школа-2021" Уфа, 6-9 октября 2021 г., Международная конференция "Вероятностные методы в анализе", Сириус, г. Сочи, 6-10 декабря 2021 г., 31th Summer St. Petersburg Meeting In Mathematical Analysis, Euler International Mathematical Institute, St. Petersburg. 22-27 августа 2022 г., Международная научная конференция "Уфимская осенняя математическая школа - 2022" Уфа, 28 сентября-1 октября 2022 г., Вторая конференция Математических центров России 7–11 ноября 2022 г., МГУ, МИАН, г. Москва.

Также результаты диссертационной работы докладывались на следующих семинарах: городском семинаре им. А.Ф. Леонтьева по теории функций, БашГУ, г. Уфа (руководитель профессор Р.С. Юлмухаметов), семинаре "Комплексный и гармонический анализ" Института математики с ВЦ УФИЦ РАН, г. Уфа (руководитель д.ф.-м.н. И.Х. Мусин), семинаре по анализу кафедры математического анализа и геометрии Южного федерального университета, г. Ростов-на-Дону (руководитель проф. А.В. Абанин), межвузовский научно-исследовательский семинар по математике «Анализ и его приложения» Московского педагогического государственного университета, г. Москва (руководители профессор Г.Г. Брайчев, профессор И.В. Тихонов, профессор В.Б. Шерстюков).

Оценка результатов исследования выявила, что их достоверность и обоснованность обеспечиваются строгими математическими выкладками и доказательствами, опирающимися на методы вещественного, комплексного и функционального анализа, а также аппарат и аналитические методы теории целых и субгармонических функций.

Все представленные в диссертации результаты получены соискателем лично. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту,

отражают персональный вклад соискателя. Из работы с соавторами в диссертацию вошли только результаты автора.

На заседании 27 июня 2023 г. диссертационный совет ЮФУ801.01.02 отметил, что рассматриваемая диссертация соответствует критериям раздела 2 «Положения о присуждении учёных степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет»» и принял решение присудить Абузьяровой Наталье Фаирбаховне учёную степень доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

При проведении тайного голосования диссертационный совет ЮФУ801.01.02 в количестве 15 человек, из них 8 докторов наук по специальности 1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, участвовавших в заседании, из 16 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 15, против – 0, недействительных бюллетеней – 0.

Председатель
диссертационного совета



А.В. Абанин

Ученый секретарь
диссертационного совета



В.Д. Кряквин

27 июня 2023 г.

Подписи Абанина А.В.
Кряквина В.Д. заверено
Зам. директора ИИИКИ
ЮФУ



И.И.И. Бордюгова