

На правах рукописи



**Балабан Анна Леонидовна**

**КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ  
УСТРОЙСТВ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И  
ИДЕНТИФИКАЦИИ**

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Новочеркасск – 2019

Диссертационная работа выполнена на кафедре «Прикладная математика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Южно-Российский государственный технический университет (НПИ) имени М.И. Платова» (ФГБОУ ВО «ЮРГПУ (НПИ) им. Платова»).

Научный руководитель: Бахвалов Юрий Алексеевич,  
доктор технических наук, профессор,  
заслуженный деятель науки РФ

Официальные оппоненты: Князев Сергей Юрьевич,  
доктор технических наук, доцент,  
ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (ДГТУ), кафедра математики,  
профессор

Наседкин Андрей Викторович,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,  
кафедра математического моделирования,  
заведующий кафедрой

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Волгоградский государственный университет»

Защита диссертации состоится «01» июля 2019 г. в 11:00 на заседании диссертационного совета Д 212.304.02, созданного на базе ФГАОУ ВО «ЮФУ» и ФГБОУ ВО «ЮРГПУ (НПИ) им. М.И. Платова», по адресу: 346428, г. Новочеркасск Ростовской обл., ул. Просвещения, 132, ауд.149 главного корпуса.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ЮФУ <http://hub.sfedu.ru/diss>.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д.999.065.02  
доктор технических наук, профессор



А.Н. Целых

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследований.** Необходимость экономии энергии и ресурсов приводит к возрастанию требований к энергосбережению и массогабаритным показателям технических объектов и, как следствие, созданию новых устройств, которые отличаются предельными режимами работы, высокими тепловыми, электромагнитными, механическими нагрузками на материалы и конструкции. Все это требует надежной идентификации устройств, т.е. определения с достаточной точностью параметров и характеристик материалов и конструкций.

В технических устройствах все чаще применяются интеллектуальные материалы и высококоэрцитивные постоянные магниты. Использование этих материалов позволяет снизить электропотребление устройств, упростить их конструкцию и повысить надежность. Однако сложный характер происходящих в этих материалах физических процессов значительно затрудняет процесс оптимального проектирования устройств.

Во многих областях науки и техники (электротехнике, теплотехнике, механике и др.) в настоящее время находит все большее применение методология исследований, основанная на решении обратных задач. Методология является перспективным направлением в изучении физических процессов и оптимизации режимов работы технических устройств.

При проектировании технических устройств и идентификации их параметров более универсальным является подход к решению обратных задач, основанный на многократном решении прямой задачи расчета физических полей и минимизации функционалов, соответствующих задаче. Известные методы моделирования позволяют успешно решать многие задачи расчета физических полей. Сложность алгоритмов, реализующих эти методы, обуславливает необходимость использования мощных компьютеров и значительное время вычислений, что затрудняет применение методов моделирования при решении обратных задач. Следует отметить, что методы решения обратных задач не так развиты, как методы решения задач анализа устройств.

Все перечисленное выше свидетельствует об актуальности разработки и применения эффективных методов моделирования физических полей и решения обратных задач для проектирования и идентификации технических устройств.

Диссертационная работа посвящена решению указанных выше проблем. Разработанные методы математического моделирования физических полей и решения обратных задач использованы для проектирования и идентификации конкретных технических устройств, в частности, энергосберегающих электромагнитов левитации магнитного транспорта и систем позиционирования, приводов клапанов газораспределительных механизмов двигателей внутреннего сгорания, электрических машин, а также актуаторов на основе интеллектуальных материалов. Предложенные методы также могут использоваться при моделировании явлений масса-, тепло-, электро-переноса в многомерных системах и решении обратных задач математической физики.

**Степень разработанности проблемы.** В контексте рассматриваемых в диссертации задач основным направлением исследований является создание методов математического моделирования и численных методов решения обратных задач проектирования и идентификации технических устройств. Большой вклад в

развитие современных методов моделирования полей внесли работы ученых: В.М. Алехина, В.И. Астахова, Ю.А. Бахвалова, Б.К. Буля, Г.А. Гринберга, К.С. Демирчяна, Ю.А. Иосселя, О.Ф. Ковалева, Э.В. Колесникова, С.Ю. Князева, В.Д. Купрадзе, П.А. Курбатова, М.А. Любчика, И.Д. Маергойза, А.В. Наседкина, Л.Р. Неймана, А.Г. Никитенко, А.В. Павленко, И.И. Пеккера, Б.Н. Сипливого, А.Н. Ткачева, О.В. Тозони, С.Т. Толмачева, В.Л. Чечурина и др., а также зарубежных ученых М.А. Голдберга, К. Бребия, П. Бенерджи, Л. Сегерлинда, П. Сильвестера, О. Зенкевича, Э. Калленбаха, К. Чена и др. Наиболее значительные результаты в области исследований и разработки современных методов решения обратных задач были получены в работах российских ученых: О.М. Алифанова, В.Я. Арсенина, А.Б. Бакушинского, Л.П. Вабищевича, О.А. Ватульяна, А.В. Гончарского, А.М. Денисова, С.В. Кабанихина, Н.В. Коровкина, М.М. Лаврентьева, В.Г. Романова, А.А. Самарского, В.Л. Чечурина, А.Н. Тихонова, А.Г. Яголы и др. Среди зарубежных исследований можно выделить работы Д.Г. Берримана, В.Т. Борухова, Х. Боуи, М. Грацелли, Р.Р. Грина, И.М. Гена, Б. Кальтенбахер, А. Лоренци, Д.К. Лиу, А. Ракеш, П. Сакса, В.В. Саймза, Ф. Сантоза, М. Хаякава и др.

**Объектом исследования** являются физические поля и параметры технических устройств.

**Предметом исследования** являются методы математического моделирования и решения обратных задач для проектирования и идентификации технических устройств.

**Целью работы** является разработка эффективных методов математического моделирования и методов решения обратных задач проектирования и идентификации технических устройств.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

- разработать комбинированный метод и алгоритм моделирования физических полей, позволяющие уменьшить размерность системы алгебраических уравнений и исключить численную неустойчивость при моделировании физических полей в неограниченных областях, содержащих подобласти с нелинейными характеристиками материалов;

- разработать численный метод и алгоритм решения обратных задач, позволяющий сократить время решения задач;

- сформулировать постановки условно корректных обратных задач проектирования и идентификации ряда технических устройств с ограничениями и целевыми функциями, учитывающими особенности устройств;

- провести экспериментальные исследования разработанных методов – моделирования и решения обратных задач при проектировании и идентификации технических устройств различного назначения;

- разработать программное обеспечение для реализации метода решения обратных задач проектирования и идентификации технических устройств с минимальными временными и вычислительными затратами.

**Научная новизна** полученных автором результатов заключается в следующем:

В области математического моделирования:

- разработан комбинированный метод фундаментальных решений и конечных элементов, в котором в отличие от известных методов используются векторные точечные источники (моменты), позволяющие уменьшить размерность си-

стемы алгебраических уравнений и исключить численную неустойчивость при моделировании физических полей в неограниченных областях, содержащих подобласти с нелинейными характеристиками материалов.

В области численных методов:

– разработан метод решения обратных задач, отличающийся комплексным использованием иерархии математических моделей и преобразовании ограничений в целевые функции и позволяющий сократить время численного решения задачи при проектировании и идентификации технических устройств.

В области разработки программных комплексов:

– разработан программный комплекс, реализующий предложенный метод решения обратных задач проектирования и идентификации в объединенной среде Octave-FEMM, отличающийся тем, что позволяет определять начальные приближения аналитическим решением обратных задач в результате применения иерархии моделей и преобразования ограничений в целевые функции, моделировать состояние устройства, численно решая прямую краевую задачу расчета магнитного поля, выполнять минимизацию функционалов задачи.

- разработана программа для исследования динамических характеристик энергосберегающего электромагнитного привода, отличающаяся использованием в качестве целевой функции скорости «мягкой посадки» якоря.

**Методы исследований.** Для проведения научных исследований применялись методы теории электрических, магнитных и тепловых цепей, численные методы моделирования физических полей, численные методы оптимизации, современные технологии программирования и проведения вычислительного эксперимента средствами ANSYS, MATLAB, Octave и FEMM.

**Теоретическая значимость** работы заключается в развитии методов математического моделирования физических полей и методов решения обратных задач проектирования и идентификации технических устройств различного назначения.

**Практическая значимость** работы. Практическая значимость исследования заключается в том, что на основе разработанных методов и алгоритмов создано специальное программное обеспечение – программный комплекс, реализующий метод решения обратных задач, и программа для определения динамических характеристик, позволяющие выполнять исследования, проектирование и идентификацию технических устройств, в том числе энергосберегающих. Программы построены на основе свободно распространяемого программного обеспечения и зарегистрированы в Реестре программ для ЭВМ – «Оптимальное проектирование электромагнитных исполнительных устройств (Проектирование ЭИУ)» (свидетельство № 2018615528) и «Моделирование динамических характеристик электромагнита энергосберегающего привода (Моделирование ДХЭ)» (свидетельство № 2018615528).

**Реализация результатов работы.** Основные результаты работы получены в рамках научного направления ЮРГПУ(НПИ) им. М.И. Платова «Интеллектуальные электромеханические устройства, системы и комплексы» и гранта РФФИ №18-01-00204 «Совершенствование методов решения обратных задач идентификации намагниченности постоянных магнитов в электротехнических устройствах на основе учета дополнительной регуляризирующей информации».

Практические и теоретические результаты работы внедрены: в АО «НИИТС «Синвент», г. Санкт-Петербург; в учебном процессе кафедры «Прикладная математика» ФГБОУ ВО ЮРГПУ (НПИ) им. И.М. Платова, г. Новочеркасск.

### Основные результаты, выносимые на защиту

1. Комбинированный метод фундаментальных решений и конечных элементов с векторными точечными источниками (моментами) для моделирования физических полей.

2. Численный метод решения обратных задач проектирования и идентификации технических устройств.

3. Постановки условно корректных обратных задач проектирования и идентификации ряда технических устройств с ограничениями и целевыми функциями, учитывающими особенности устройств.

4. Результаты экспериментальных исследований разработанных методов при моделировании, проектировании и идентификации технических устройств различного назначения.

5. Программное обеспечение для реализации метода решения обратных задач проектирования и идентификации технических устройств с минимальными временными и вычислительными затратами.

**Достоверность** научных положений и выводов, сформулированных в диссертационной работе, обеспечивается применением фундаментальных законов теории поля, корректностью допущений, принимаемых при математическом моделировании, согласованием теоретических положений с результатами экспериментальных исследований, критическим обсуждением основных результатов работы с ведущими специалистами в области математического моделирования на всероссийских и международных научных конференциях.

**Апробация результатов.** Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на конференциях: междунар. науч. конф. «Математические методы в технике и технологиях» (Саратов, 2013, 2015); междунар. семинарах «Физико-математическое моделирование систем» (Воронеж, 2013, 2015, 2016); междунар. научн. конф. «Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование (Дивноморское, 2014)», междунар. науч.-практич. конф. «Актуальные проблемы современного машиностроения» (Томск, 2015), междунар. науч.-практич. конф. «Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике» (Новочеркасск, 2015); молодежном форуме: технический и математические науки (Воронеж, 2015); 4th International Conference on Applied Innovations in IT (ICAИТ 2016), Koethen, Germany; междунар. науч.-практич. конф. «Моделирование. Теория, методы и средства» (Новочеркасск, 2016); междунар. науч.-практич. конф. «Автоматизация в электроэнергетике и электротехнике» (Пермь, 2016); IX International Conference on Power Drives Systems (ICPDS) (Пермь, 2016); 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM) (Челябинск, 2016); VII Междунар. семинар «Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах» (Воронеж, 2016); XIV International Scientific-Technical Conference «Dynamic of Technical Systems» (Постов-на-Дону, 2018); X International Conference on Electrical Power Drive Systems (Новочеркасск, 2018); International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (Владивосток, 2018).

**Публикации.** Основное содержание диссертации изложено в 23 печатных работах, в том числе 12 статей в рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК, 8 статей в изданиях, входящих в базу цитирований Scopus, 1 статья в издании, входящем в базу цитирований Web of Science, 2 свидетельства о

государственной регистрации программ для ЭВМ.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка литературы, включающего 140 наименований, приложений. Общий объем работы составляет 154 страницы основного текста, 93 рисунка, 12 таблиц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность, значимость, научная новизна и практическая ценность проведенных исследований, изложены цели и задачи диссертационной работы, приведены основные положения, выносимые на защиту, описана структура диссертационной работы.

**Первый раздел** посвящен анализу проблемы проектирования и идентификации технических устройств, в том числе энергосберегающих. Приведен обзор конструкций устройств, которые, как правило, не отвечают современным требованиям к массогабаритным параметрам и потребляемой мощности. Рассмотрены математические модели и методы моделирования, применяемые при расчетах физических полей. Показано, что они позволяют вычислять параметры поля, но не обеспечивают при заданной точности снижение времени расчета. Применение методологии решения обратных задач позволяет повысить эффективность проектирования и идентификации устройств, но сдерживается вследствие недостаточной развитости численных методов решения таких задач. На основании проведенного обзора публикаций и анализа обозначенных проблем сформулирована цель исследования и определены основные задачи, подлежащие решению в данной работе.

**Второй раздел** посвящен разработке комбинированного метода, позволяющего решать проблему повышения эффективности моделирования физических полей в неограниченных областях, содержащих подобласти с нелинейными характеристиками материалов. На рис. 1, в качестве примера, показана область расчета магнитного поля, где  $V_1^+, \dots, V_i^+$  – подобласти, занятые ферромагнетиками с магнитной проницаемостью  $\mu_1, \dots, \mu_i$ ;  $V_{i+1}, \dots, V_k$  – подобласти, занятые проводникам с токами ( $\vec{\delta}_{i+1}, \vec{\delta}_k$  – векторы плотности токов);  $V^-$  – подобласть окружающего ферромагнетик пространства, заполненная линейной средой с магнитной проницаемостью  $\mu_0$ .

При моделировании физических полей все большее применение получают комбинированные методы, использующие оптимальные свойства известных методов моделирования (методы конечных разностей, конечных элементов, интегральных уравнений, фундаментальных решений и др.). Такой подход используется в разработанном методе, объединяющем сеточный метод конечных элементов (МКЭ) для анализа поля в нелинейных подобластях расчета и бессеточный метод фундаментальных

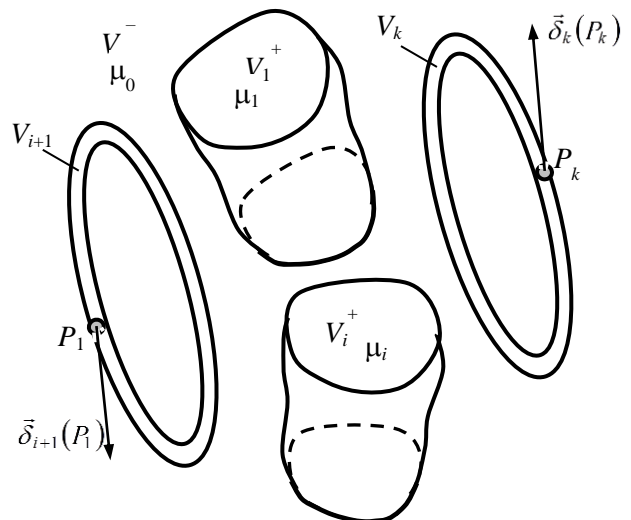


Рис. 1 – Область расчета

решений (МФР) для расчета поля в линейных подобластях. Заметим, что комбинированный метод фундаментальных решений и конечных элементов с использованием магнитных диполей, дающий значительное сокращение размерности задачи, применялся ранее для анализа потенциальных полей. Применение диполей позволяет повысить точность решения, но в ряде случаев имеет место численная неустойчивость, обусловленная влиянием вычислительной погрешности – погрешности разности близких величин.

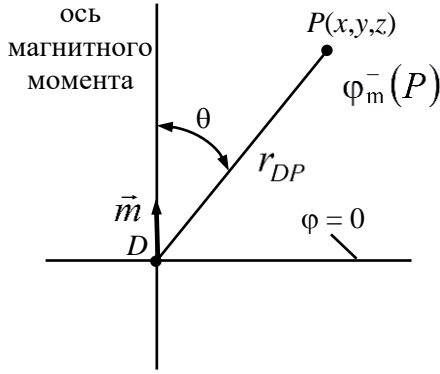


Рис. 2 – К определению потенциала точечного магнитного момента

На основании выполненных исследований скалярных и векторных точечных источников поля и решения тестовых задач, сделан вывод, что для реализации комбинированного метода моделирования целесообразно использовать МФР с применением векторных точечных источников. В магнитных полях называемых «точечные магнитные моменты»  $\vec{m}$  (рис. 2). Магнитный потенциал, определяемый  $\vec{m}$ , вычисляется по формуле:

$$\varphi(P) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{(\vec{m}, \vec{e}_r)}{r_{DP}^2} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m \cos \theta}{r_{DP}^2}.$$

Исследование литературных источников показало, что нами в МФР точечные магнитные моменты используются впервые. Применение магнитных моментов позволяет устранить недостаток диполей (численную неустойчивость) и повысить точность решения.

Комбинированный метод включает: построение математической модели поля; построение системы уравнений на основе граничных условий задачи с использованием точечных моментов; определение точечных моментов и граничных условий для нелинейных подобластей  $V^+$ ; решение МКЭ нелинейной задачи в  $V^+$ ; решение МФР линейной задачи в  $V^-$ .

Приводится реализация разработанного метода на примере моделирования магнитного поля. На основе уравнений стационарного магнитного поля выполняется построение комбинированной модели магнитного поля:

$$\text{rot} \vec{H}_\delta = \vec{\delta}; \text{div} \vec{B}_\delta = 0; \vec{B}_\delta = \mu_0 \vec{H}_\delta \text{ в } V; \quad (\text{I})$$

$$\vec{H}^+ = -\text{grad} \varphi^+; B = B(H); \text{div}(\mu^+ \text{grad} \varphi_m^+) = 0 \text{ в } V^+; \quad (\text{II})$$

$$\vec{H}_m^- = -\text{grad} \varphi_m^-; \vec{B}_m^- = \mu_0 \vec{H}_m^-; \text{div}(\mu_0 \text{grad} \varphi_m^-) = 0 \text{ в } V^-. \quad (\text{III})$$

На границах раздела сред  $\mu^+$  и  $\mu^-$ :  $\varphi^+ = \varphi^-$ ;  $\mu^+ \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} = \mu^- \frac{\partial \varphi^-}{\partial n}$ .

Здесь  $\vec{H}_\delta$  и  $\vec{B}_\delta$  – напряженность магнитного поля и магнитная индукция, созданные токами катушек во всем пространстве  $V = V^+ + V^-$  при удалении из него ферромагнетика;  $\vec{H}^+$  и  $\varphi^+$  – напряженность магнитного поля и магнитный потенциал в  $V^+$ ;  $\vec{H}_m^-$  – напряженность магнитного поля в  $V^-$ , созданного намагниченностью ферромагнетика при отсутствии тока в катушках. Суммарное поле в



$$V^- \vec{H}^- = \vec{H}_\delta^- + \vec{H}_m^-.$$

Решение системы (I) заменяется вычислением  $\vec{H}_\delta^-$  путем интегрирования по объему катушек  $V_k$ , используя формулу, полученную из закона Био-Савара-Лапласа

$$\vec{H}_\delta^-(M) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{V_k} \frac{(\vec{\delta}(P), \vec{e}_r)}{r_{PM}^2} dV_P, \quad (1)$$

где  $\vec{\delta} = (iw_k/S_k)d\vec{l}$ ,  $iw_k$  – магнитодвижущая сила, создаваемая током  $i$  в катушке с числом витков  $w_k$ ;  $S_k$  – площадь сечения катушки;  $\vec{e}_r$  – единичный вектор, направленный из точки  $P$  к точке  $M$ .

Решение системы (II) в нелинейной среде  $V^+$  выполняется МКЭ. Решение системы (III) в  $V^-$  выполняется МФР, располагая точечные источники магнитного поля в  $V^+$ . Пример размещения точечных магнитных моментов в  $V^+$  показан на рис. 3. Начало декартовой системы координат помещается в центре  $V^+$ . Примем, что магнитная система, симметрична относительно плоскости  $xOy$ , тогда решение системы (III) выполняется в области  $z \geq 0$ . Точечные магнитные моменты (количество  $N$ ) размещаются на среднем сечении  $S_{ms}$  области  $V^+$ , лежащей в плоскости  $xOy$ . Скалярный потенциал поверхности  $S_{ms}$  положим равным нулю. На верхней границе  $S_h$  области  $V^+$  размещаются  $N$  точек коллокации  $M_i$ , в которых справедливы следующие соотношения, вытекающие из исходных граничных условий

$$\begin{cases} \varphi^+(M_i) = \varphi_\delta^-(M_i) + \varphi_m^-(M_i); \\ \mu^+ H_{mz}^+(M_i) = \mu_0 H_{\delta z}^-(M_i) + \mu_0 H_{mz}^-(M_i), i = 0, 1, \dots, N-1, \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{где } \varphi_m^-(M_i) = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{m'_j \cos \theta_j}{r_{D_j M_i}^2}, \quad m' = \frac{m}{4\pi \mu_0}; \quad H_{mz}^-(M_i) = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{m'_j (3 \cos^2 \theta_j - 1)}{r_{D_j M_i}^3};$$

$H_{mz}^+(M_i) = -\partial \varphi^+(M_i) / \partial z$ ;  $H_{\delta z}^-(M_i)$  – определяется по формуле (1); потенциал поля катушек с током – по формуле  $\varphi_\delta^-(M_i) = \int_0^{z_i} H_{\delta z}^-(z) dz$ .

Разработан вычислительный алгоритм реализации метода для линейной и нелинейной постановки задачи моделирования поля.

Разработан вычислительный алгоритм реализации метода для линейной и нелинейной постановки задачи моделирования поля.

Считаем известными геометрические размеры подобластей  $V^+$ , подобластей катушек, и мдс  $iw_c$ , создаваемую токами в катушках и, в линейном случае, магнитную проницаемость  $\mu^+$  в подобластях  $V^+$ .

1. Выбираем положение точечных магнитных моментов ( $D_j$ ) и точек коллокации  $M_i$ , где  $i = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $j = 0, 1, \dots, N-1$  и формируем массивы их координат.

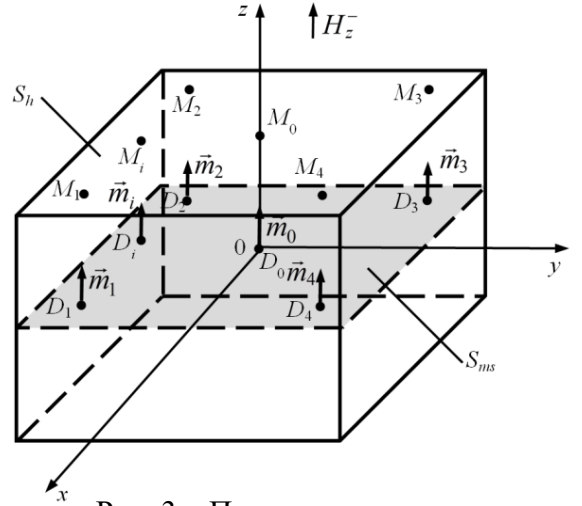


Рис. 3 – Пример размещения точечных магнитных моментов в  $V^+$

2. Вычисляем в точках коллокации  $M_i$   $H_{\delta z}^-(M_i)$  и  $\varphi_{\delta}^-(M_i)$ .

3. Полагаем  $\varphi^+(M_i) \approx 0$ . Решая первые  $N$  уравнений системы (2), находим  $m'_j$ ,  $j = 0, 1, \dots, N-1$ .

4. Решая вторые  $N$  уравнений системы (2), находим  $H_z^+(M_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, N-1$ .

5. Решаем МКЭ краевую задачу – систему (III) в  $V^+$ , используя следующие граничные условия: на сечении  $S_{ms}$ , лежащей в плоскости  $xOy$   $\varphi = 0$ , на боковых гранях активного элемента  $\partial\varphi/\partial n = 0$ , на верхней грани  $S_h$  –  $\partial\varphi/\partial n = \partial\varphi/\partial z = -H_z^+(M_i)$ . Находим МКЭ  $\varphi^+(M_i)$ , используя заданное значение  $\mu^+$ .

6. Решая первые  $N$  уравнений системы (2) с вычисленными  $\varphi^+(M_i)$ , уточняем значение  $m'_i$ . Если требуемая точность достигнута, то переходим к п. 7, иначе – возвращаемся к п. 4.

7. Проверяем выполнение условия:  $(RMSD^{(k+1)} - RMSD^{(k)})^2 < \delta^2$ , где  $RMSD^{(k+1)}$  и  $RMSD^{(k)}$  – среднеквадратическое отклонение значения  $H_z^+(M_i)$  на  $k+1$  и  $k$  шаге итерационного процесса соответственно;  $\delta$  – погрешность.

8. Если условия п. 7 выполняются, то решение задачи получено. Если нет, то переходим к п. 5.

В случае нелинейной постановки задачи – в подобластях  $V^+$  известна зависимость  $B(H)$ . Тогда алгоритм метода выполняется следующим образом. Полагаем начальное приближение магнитной проницаемости  $\mu$  в подобластях  $V^+$ . Далее реализуется итерационный вычислительный процесс. Выполняются этапы 1–5 описанного выше алгоритма, затем определяются МКЭ среднее по координате  $z$  значение напряженностей  $H_{i_{cp}}^+$  на отрезке  $[0; 0,5H_e]$  для всех точек коллокации ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ). По кривой намагничивания  $B(H)$  находятся  $B_i^+$ , значения  $\mu_i = B_i^+ / (H_i^+ \mu_0)$  и магнитный потенциал  $\varphi^+(M_i) = -0,5H_e H_{i_{cp}}^+(M_i)$  в точках коллокации ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ). Затем переходим к п. 6.

Для ускорения сходимости процесса решения нелинейной задачи применяется коэффициент релаксации  $\nu^{(k)}$ . Каждое последующее приближение значения напряженности магнитного поля определяется как

$$H_z^{+(k)}(M_i) = \nu^{(k)} H_z^{+(k)} + (1 - \nu^{(k)}) H_z^{+(k-1)}(M_i),$$

где  $\bar{H}_z^{+(k)}$  – решение системы (2) на  $k$ -ом шаге.

С целью исследования разработанного комбинированного метода проводились вычислительные эксперименты моделирования поля в линейной и нелинейной постановке задачи в магнитной системе актуатора с активным элементом на основе материала с памятью формы (ФМПФ). Система содержит одну пару катушек (1), между которыми находится часть активного элемента (2), размеры которого совпадают с размерами окон катушек (рис. 4). Такую модель достаточно просто адаптировать на случай  $n$  пар катушек.

Считаем известными геометрические размеры активного элемента из ФМПФ: ширину  $A_e$  и длину  $B_e$  (размеры по осям  $Ox$  и  $Oy$ ); толщину  $H_e$  (размер по оси  $Oz$ ), геометрические размеры катушки (ширину  $A_c$ , длину  $B_c$  окна, толщину

$H_c$ , толщину намотки провода  $C_c$ ) и мдс  $i w_c$ , создаваемую токами в катушках, относительную магнитную проницаемость ФМПФ: выберем для исследования систему, имеющую следующие параметры:  $A_e = B_e = A_c = B_c = 2 \cdot 10^{-3}$  м;  $H_e = 1 \cdot 10^{-3}$  м;  $H_c = 2 \cdot 10^{-3}$  м;  $C_c = 0,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $\mu^+ = 10\mu_0$ ;  $i w_c = 10^3$  А.

Для оценки погрешности комбинированного метода решалась исходная задача МКЭ. На искусственной границе положим значение магнитного потенциала  $\vec{A} = 0$ . Определяем МКЭ значения  $\varphi_{\delta}^-(M_i)$ ,  $\varphi^+(M_i)$ ,  $H_{\delta z}^-(M_i)$ ,  $H_z^+(M_i)$  в точках коллокации. При этом для расчета поля в области  $z \geq 0$  использовалась конечно-элементная сетка, содержащая 39610 тетраэдров и 53 574 узла.

При решении задачи комбинированным методом (МКЭ и МФР) рассмотрены случаи с разным количеством точек коллокации. Результаты вычислительного эксперимента для 25 точек коллокации приведены в табл. 1.

Табл. 1. Результаты расчетов при  $N = 25$

| Номер точки ( $i$ ) | Расчет комбинированным методом (МФР и МКЭ) |                                 |                      |                        | Расчет МКЭ              | Относительная погрешность |
|---------------------|--|---------------------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|
|                     | $H_{\delta}^-, \text{ А/м}$                | $\varphi_{\delta}^-, \text{ А}$ | $H_z^+, \text{ А/м}$ | $\varphi^+, \text{ А}$ | $H_{zf}^+, \text{ А/м}$ | $\delta(H_z^+), \%$       |
| 0                   | 179866,22                                  | 82,90                           | 272,70               | $3,89 \cdot 10^{-6}$   | 266,25                  | 2,42                      |
| 1                   | 125031,71                                  | 55,95                           | 223,53               | $5,42 \cdot 10^{-6}$   | 215,99                  | 3,49                      |
| 13                  | 142793,57                                  | 65,11                           | 234,35               | $3,83 \cdot 10^{-6}$   | 237,33                  | -1,26                     |
| 5                   | 150115,04                                  | 68,04                           | 247,72               | $4,70 \cdot 10^{-6}$   | 240,92                  | 2,82                      |
| 21                  | 172134,57                                  | 79,52                           | 261,18               | $3,23 \cdot 10^{-6}$   | 258,67                  | 0,97                      |
| 9                   | 168992,59                                  | 76,11                           | 252,88               | $3,83 \cdot 10^{-6}$   | 256,46                  | -1,40                     |

Среднеквадратическое отклонение ( $RMSD$ ) результатов расчета поля разработанным комбинированным методом ( $H_{zi}^+$ ) от результатов, полученных МКЭ ( $H_{zfi}^+$ ), вычисляем по формуле

$$RMSD = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (H_{zfi}^+ - H_{zi}^+)^2 / N}.$$

Для  $N = 25$   $RMSD$  составило 2,02 А/м.

В относительных величинах зависимость  $RMSD$  от количества источников поля – магнитных моментов (количества точек коллокации  $N$ ) для рассмотренных примеров показана на рис. 5.

При нелинейной постановке задачи полагали начальное приближение относительной магнитной проницаемости активного элемента  $\mu^{(0)} = 5$ . При расчете магнитного поля в подобластях  $V^+ \cup V^-$  МКЭ использовалась сетка, содержащая 53 574 узлов, комбинированным методом 1051 узлов.

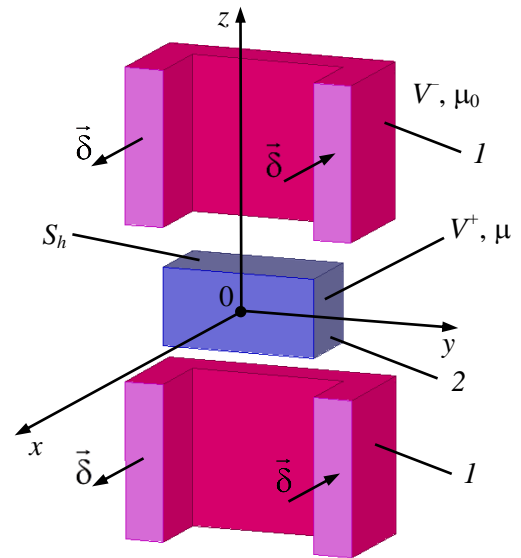


Рис. 4 – Сечение исследуемой системы плоскостью  $yOz$

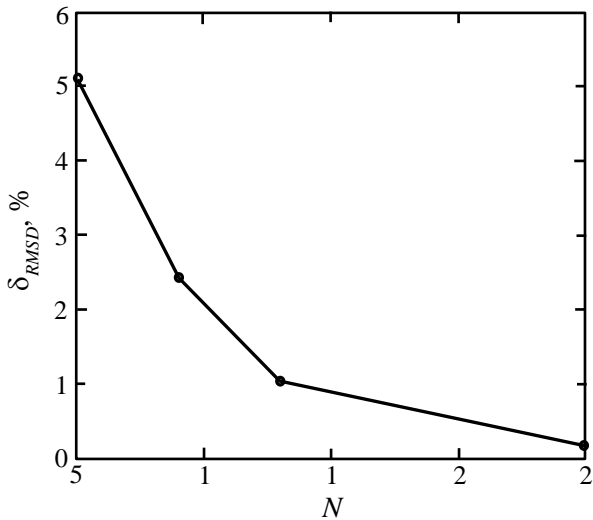


Рис. 5 – Относительная зависимость  $RMSD$  расчета магнитного поля от количества источников поля – магнитных моментов

Ход итерационного процесса для  $N = 25$  иллюстрирует табл. 2. На четвертой итерации получен результат с приемлемой для нелинейных задач погрешностью  $\delta(H_z^+) = 5,7 \%$ . Применение комбинированного метода позволяет уменьшить размерность задачи примерно в 50 раз. Алгоритм может использоваться также для вычисления сил и потока с добавлением соответствующих процедур.

Результаты вычислительных экспериментов показывают, что применение точечных магнитных моментов обеспечивает повышенную точность расчета по сравнению с магнитными

диполями. Численная неустойчивость решений отсутствует. При использовании комбинированного метода конечных элементов и фундаментальных решений для решения задачи в линейной постановке количество неизвестных по сравнению с МКЭ уменьшается примерно в 17 раз при погрешности менее 2 %. Разработанный метод позволил по сравнению с МКЭ сократить размерность нелинейной задачи примерно в 50 раз при погрешности менее 6 %. Эффективность предложенного метода обеспечивает также разложение поля в линейной подобласти на два поля (от катушек с током и намагниченности ферромагнетика). Разложение полей позволяет вместо векторных величин перейти к скалярным переменным.

Табл. 2. Результаты расчета для точки  $M_0$

| Номер итерации $k$ | Расчет комбинированным методом (МФР и МКЭ) |                             |                    |                |                  | Расчет МКЭ       |
|--------------------|--|-----------------------------|--------------------|----------------|------------------|------------------|
|                    | $H_{0cp}^+$ , А/м                          | $B_{0cc}^+(H_{0cp}^+)$ , Тл | $\mu_{0cp}$ , Гн/м | $\Phi_0^+$ , А | $H_{z0}^+$ , А/м | $H_{z0}^+$ , А/м |
| 1                  | 50790                                      | 0,302                       | 4,729              | -25,395        | 276431           | 493137           |
| 2                  | 75793                                      | 0,358                       | 3,764              | -37,896        | 355742           |                  |
| 3                  | 119198                                     | 0,453                       | 3,021              | -59,599        | 455390           |                  |
| 4                  | 145040                                     | 0,505                       | 2,773              | -72,520        | 498732           |                  |

Разработанный комбинированный метод может быть использован для моделирования температурных полей, применяя точечные тепловые моменты. Полученные результаты позволяют рекомендовать использовать метод при моделировании других физических полей, учитывая, что уравнения типа (II) и (III) используются и при описании других физических полей: электростатического поля; поля стационарного электрического тока в проводящей среде; поля диффузии в растворах и газах; поля течения грунтовых вод и других.

**В третьем разделе** приводится разработанный метод решения обратных задач проектирования и идентификации технических устройств.

Метод решения обратных задач состоит из этапов:

1. Построение математических моделей: оптимизационной модели и моделей для расчета поля.

2. Преобразование ограничений в целевые функции.

3. Определение начальных приближений аналитическим решением обратных задач (эквивалентные магнитные и электрические цепи, тепловые и гидравлические схемы замещения и др.), используя иерархию моделей.

4. Численное решение обратной задачи:

- решение прямых задач расчета поля комбинированным методом фундаментальных решений и конечных элементов (для систем с неограниченной областью расчета) или МКЭ;

- минимизация функционалов – определение уточненных значений параметров с требуемой погрешностью.

Рассматривается реализация метода на примере проектирования электромагнитов (ЭМ), используемых в системах левитации магнитного транспорта, позиционирования тел в пространстве и др. Известны тип ЭМ, критерий оптимальности  $J(x_1, x_2, \dots, x_n)$  и ограничения  $q_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, j = 1, 2, \dots, m, m < n$ . Необходимо определить геометрические размеры ЭМ, а также магнитодвижущую силу (мдс)  $i\omega$ , при которой ЭМ минимальной массы обеспечивает требуемую силу притяжения якоря (левитации)  $F_{\text{л}}$  с относительной погрешностью  $\delta(F_{\text{л}})$ . Необходимо обеспечить эффективную работу автоматического устройства управления применением ненасыщенных ферромагнетиков.

Математическая модель задачи состоит из оптимизационной модели и модели для электромагнитных расчетов. Первая модель включает массу (функцию цели), определяемую по формуле

$$M_{\text{эм}} = \left[ 2hS_{\text{п}} + \left( \frac{S_{\text{ок}}}{h} + \frac{S_{\text{п}}}{L} \right) S_{\text{п}} \right] \rho_{\text{ст}} + 2S_{\text{ок}}L\rho_{\text{м}}, \quad (3)$$

где  $\rho_{\text{ст}}, \rho_{\text{м}}$  – плотности стали и меди;  $S_{\text{п}}$  – площадь центрального полюса,  $S_{\text{п}} = aL$ ,  $a$  и  $L$  – ширина и длина полюса;  $S_{\text{ок}}$  – площадь окна катушки,  $S_{\text{ок}} = hl = i\omega/jk_3$ ,  $h$  и  $l$  высота и ширина окна;  $j$  – плотность тока в катушке,  $k_3$  – коэффициент заполнения окна медью.

Модель содержит ограничения, вытекающие из постановки задачи

$$F_{\text{л}} \leq F_{\text{л}}^{(k)} \leq F_{\text{л}}(1 + \delta_F); B_{\delta} \leq B_{\delta}^{(k)} \leq B_{\delta}(1 + \delta_B); \quad (4)$$

$$|a^{(k+1)} - a^{(k)}| \leq \delta; |h^{(k+1)} - h^{(k)}| \leq \delta; |l^{(k+1)} - l^{(k)}| \leq \delta; |i\omega^{(k+1)} - i\omega^{(k)}| \leq \delta. \quad (5)$$

Здесь  $B_{\delta}$  – максимальная магнитная индукция в зазоре  $\delta_3$ ;  $S_{\text{п}}$  – площадь центрального полюса;  $F_{\text{л}}$  – требуемая сила левитации;  $\delta$  – допустимая погрешность вычисления размеров и мдс;  $\delta_B$  – допустимая погрешность вычисления  $B_{\delta}$ ;  $\delta_F$  – допустимая погрешность вычисления  $F_{\text{л}}$ . В формулах (4) и (5) верхний индекс « $k$ » означает, что величина получена на  $k$ -том шаге алгоритма решения обратной задачи.

Модель для электромагнитных расчетов представим в виде иерархии моделей: на первом этапе представим ЭМ в виде магнитной цепи с магнитной проницаемостью ферромагнетиков  $\mu_{\text{ф}} = \infty$  (модель 1), на втором этапе – магнитной цепью с конечной  $\mu_{\text{ф}}$  (модель 2), на третьем этапе используем систему уравнений стационарного магнитного поля (модель 3). На первом и втором этапах обратные задачи будем решать аналитически, на третьем – численно. Такой подход позволяет определить начальные значения искомых параметров с достаточно высокой

точностью и сократить время численного уточнения их на третьем этапе, а также общее время решения задачи. Модель 1 описывается совокупностью формул:

$$iw^{(1)} = \frac{B_\delta 2\delta_3}{\mu_0}; \quad S_{\Pi}^{(1)} = \frac{\mu_0 F_{\Pi}}{B_\delta^2 k_b}; \quad a^{(1)} = \frac{S_{\Pi}^{(1)}}{L}; \quad S_M^{(1)} = iw^{(1)}/j; \quad S_{\text{ок}}^{(1)} = h^{(1)}l^{(1)} = S_M^{(1)}/k_3;$$

$$h^{(1)} = \sqrt{0,5S_{\text{ок}}^{(1)}}; \quad l^{(1)} = S_{\text{ок}}^{(1)}/h^{(1)}; \quad b_{\text{фр}}^{(1)} = 2,4(l^{(1)} + a^{(1)}), |h^{(k+1)} - h^{(k)}| \leq \delta; \quad |l^{(k+1)} - l^{(k)}| \leq \delta;$$

$$|iw^{(k+1)} - iw^{(k)}| \leq \delta. \text{ Здесь } k_b - \text{ коэффициент выпучивания; } a - \text{ ширина полюса; } L - \text{ длина ЭМ вдоль оси } 0z; S_M - \text{ площадь сечения меди в окне, заполненном проводом катушки; } k_3 - \text{ коэффициент заполнения окна медью; } S_{\text{ок}} - \text{ площадь окна; } h \text{ и } l - \text{ высота и ширина окна; } b_{\text{фр}} - \text{ длина якоря.}$$

Модель 2 описывается совокупностью формул:  $a^{(2)} = a^{(1)}$ ;

$$iw^{(2)} = \frac{2B_\delta}{\mu_0} \left( \delta_3 + \frac{h^{(1)} + l^{(1)} + 1,25a^{(1)}}{\mu_{\text{фр}}} \right); \quad S_M^{(2)} = \frac{iw^{(2)}}{j}; \quad S_{\text{ок}}^{(2)} = \frac{S_M^{(2)}}{k_3}; \quad h^{(2)} = \sqrt{0,5S_{\text{ок}}^{(2)}};$$

$$l^{(2)} = S_{\text{ок}}^{(2)}/h^{(2)}; \quad b_{\text{фр}}^{(2)} = 2,4(a^{(2)} + l^{(2)}) \text{ с функцией цели (3) и ограничениями (4) и (5).}$$

Здесь  $\mu_{\text{фр}}$  – относительная магнитная проницаемость, определяемая по основной кривой намагничивания выбранной марки стали для заданного значения  $B_\delta$ .

Рассмотренные две модели позволяют, решая обратные задачи аналитически, получить достаточно хорошее приближение для всех параметров задачи, сократив общее время ее решения. Модель 3, состоящая из уравнений, описывающих магнитное поле ЭМ и формулы вычисления силы, позволяет численно (методом градиентного спуска) определить все параметры с требуемой точностью. Расчет магнитного поля и силовых взаимодействий выполняется МКЭ или комбинированным методом фундаментальных решений и конечных элементов. Сформулированную выше задачу оптимизации (3) – (4) можно решить методом Лагранжа. Однако этот метод неэффективен, так как приводит к задаче решения нелинейной системы уравнений большой размерности.

Рассматривается применение предложенного метода, основанного на преобразовании ограничений (4), (5) в целевые функции и последовательной минимизации этих функций по ограниченному числу переменных. Используется следующая система целевых функций:

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= [F_{\Pi}^{(k)} - (1 + \delta_F)F_{\Pi}]^2; \\ J_2 &= [B_\delta^{(k)} - (1 + \delta_\delta)B_\delta]^2; \\ J_3 &= M_{\text{эм}}. \end{aligned} \right\}$$

Приняты допущения:  $J_1$  является функцией только  $S_{\Pi}$ ,  $J_2$  – функцией только  $iw$  (или  $S_{\text{ок}}$ ). При известных  $S_{\Pi}$  и  $S_{\text{ок}}$   $J_3$  является функцией только  $h$ . Поэтому будем использовать соотношения для  $h$  и  $l$ , минимизирующие  $M_{\text{эм}}$ .

Построен алгоритм численного итерационного уточнения искомого переменных, то есть решения обратной задачи, с применением модели 3.

Выполняем следующие шаги для каждого  $k = 2, 3, 4, \dots$

1. Решаем прямую задачу расчета стационарного магнитного поля и сил методом моделирования поля, положив  $a = a^{(k)}$ ,  $h = h^{(k)}$ ,  $l = l^{(k)}$ ,  $iw = iw^{(k)}$ ,  $b_{\text{фр}} = b_{\text{фр}}^{(k)}$ . Определение силы  $F_{\Pi}^{(k)}$ , средней магнитной индукции в зазоре  $B_\delta^{(k)}$ .

2. Вычисляем значения  $J_1^{(k)}$  и  $J_2^{(k)}$ .

3. Проверяем выполнение условий  $J_1^{(k)} \leq \delta_F^2$ ;  $J_2^{(k)} \leq \delta_B^2$ , а также условий (5).

4. Если условия п. 3 выполняются, то решение задачи получено. Если нет, то переходим к следующему этапу.

5. Определяем по формулам метода градиентного спуска следующие приближения искомых параметров

$$S_{\Pi}^{(k+1)} = S_{\Pi}^{(k)} - \lambda_{S_{\Pi}}^{(k)} \frac{\partial J_1}{\partial S_{\Pi}^{(k)}}; i\omega^{(k+1)} = i\omega^{(k)} - \lambda_{i\omega}^{(k)} \frac{\partial J_2}{\partial i\omega^{(k)}}, \quad \text{где } \lambda_{S_{\Pi}}^{(k)}; \lambda_{i\omega}^{(k)} \text{ шаги метода.}$$

Частные производные  $\partial J_1 / \partial S_{\Pi}^{(k)}$  и  $\partial J_2 / \partial i\omega^{(k)}$  определяются численно.

6. Вычисляем  $k + 1$ -е приближение искомых величин по формулам  $a^{(k+1)} = S_{\Pi}^{(k+1)} / L$ ;  $S_M^{(k+1)} = i\omega^{(k+1)} / j$ ;  $S_{\text{ок}}^{(k+1)} = S_M^{(k+1)} / k_3$ ;  $h^{(k+1)} = \sqrt{0,5 S_{\text{ок}}^{(k+1)}}$ ;  $l^{(k+1)} = S_{\text{ок}}^{(k+1)} / h^{(k+1)}$ ;  $b_{\text{фп}}^{(k+1)} = 2,4(a^{(k+1)} + l^{(k+1)})$

7. Переходим к п. 1.

Таким образом, получим значения искомых параметров с заданной погрешностью, при которых ЭМ, имеющий минимальную массу, обеспечивает требуемые значения подъемной силы и магнитной индукции с допустимыми погрешностями.

В работе выполнена оценка погрешности разработанного метода и оценка его эффективности. Результаты решения обратных задач проектирования бронированного ЭМ системы магнитного подвеса методом, основанным на преобразовании ограничений в целевые функции и с помощью комплексного критерия оптимальности приведены в табл. 3.

Табл. 3. Результаты решения тестовой задачи

| Метод   | $F$ , Н | $B_{\delta}$ , Тл | $M_{\text{эл}}$ , кг |
|---|---------|-------------------|----------------------|
| Метод, основанный на преобразовании огр. в ЦФ                         | 23,04   | 0,502             | 0,169                |
| Комплексный критерий оптимальности                                    | 23,05   | 0,499             | 0,199                |
| Погрешность метода, основанного на преобразовании ограничений в ЦФ, % | 0,16    | 0,36              | 0,24                 |
| Погрешность метода оптимизации с применением комплексного критерия, % | 0,20    | 0,20              | 0,80                 |

Для решения обратной задачи разработанным методом потребовалось 12 итераций за время 25 с, с помощью комплексного критерия – 15 итераций за время 40 с. Метод, основанный на преобразовании ограничений в целевые функции, обеспечивает большее энергосбережение, мдс катушки  $i\omega^{(7)} = 306$  А (при начальном значении  $i\omega^{(0)} = 398$  А), масса ЭМ на 17 % меньше. В случае применения комплексного критерия необходимая мдс составила  $i\omega^{(15)} = 324$  А.

Эффективность метода обусловлена использованием иерархии математических моделей, преобразованием ограничений в целевые функции и последовательной минимизацией этих функций по ограниченному числу переменных.

**Четвертый раздел** посвящен проектированию и идентификации технических устройств на основе разработанных выше методов. Особое внимание уделено энергосберегающим устройствам с постоянными магнитами (ПМ) и с применением интеллектуальных материалов.

Отмечены особенности адаптации метода решения обратных задач для

устройств различного назначения. Выполнено проектирование ЭМ (с ПМ и без него) систем левитации наземного транспорта, ЭМ привода клапанов газораспределительного механизма двигателя внутреннего сгорания с постоянными магнитами (ПМ) и без них, проведено математическое моделирование динамики привода клапана. Предложена методика синтеза распределенной намагничивающей системы актуатора с активными элементами на основе ферромагнетиков с эффектом памяти формы, включающая алгоритм оптимизации катушки и алгоритм определения мдс, основанный на решении обратной задачи теории стационарного магнитного поля.

Выполнено проектирование ЭМ прецизионной системы позиционирования тел в горизонтальной плоскости (плоскомеридианное поле). Получены зависимости силы левитации от мдс обмотки (рис. 6) и магнитной индукции в зазоре ЭМ от мдс (рис. 7).

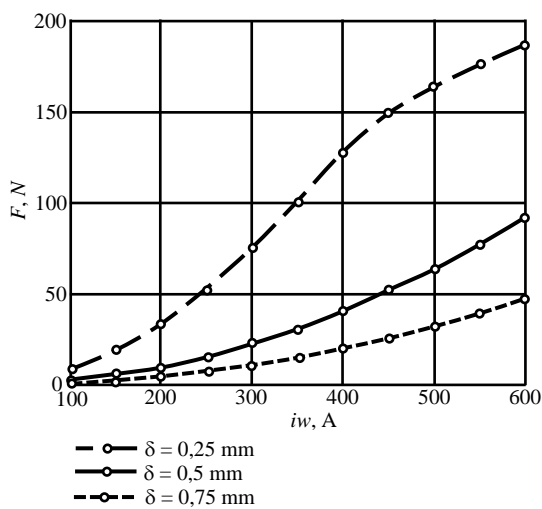


Рис. 6 – Зависимость силы левитации от мдс

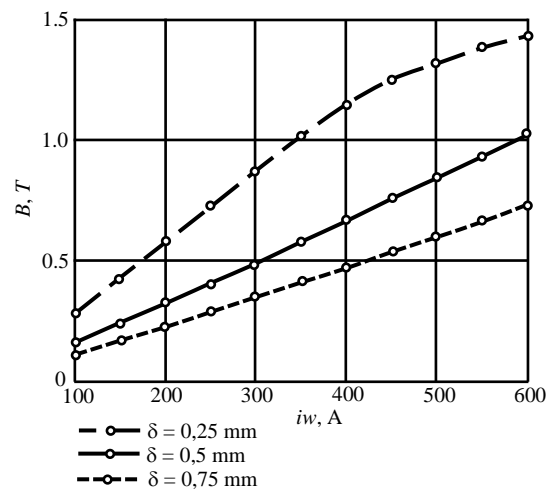


Рис. 7 – Зависимость магнитной индукции в зазоре электромагнита от мдс

Анализ зависимостей показывает, что для рабочих зазоров системы позиционирования ( $\delta = 0,25 \div 0,75$  мм) при  $iw = 306$  А ферромагнетики системы ненасыщены. Это позволяет реализовать эффективное управление работой системы, обеспечивающее прецизионное позиционирование в горизонтальной плоскости.

Разработанный метод решения обратных задач также предназначен для идентификации технических устройств. Например, при определении значения коэффициентов теплоотдачи устройства и максимальной температуры токовой катушки и сравнения ее с допустимой. Измеряется температура в стационарном режиме в нескольких доступных точках устройства. Составляется целевая функция

$$Z_1 = \sum_{i=1}^m \beta_i^2 (T_i^n - T_i^*)^2, \text{ где } \beta_i - \text{весовые коэффициенты, причем } \sum_{i=1}^m \beta_i = 1; m - \text{количество точек измерения температуры; } T_i^* - \text{измеренная температура в точке } M_i;$$

$T_i^{(n)}$  – температура, полученная в результате решения системы уравнений стационарной теплопроводности объекта исследования с граничными условиями вида

$$\lambda_j \frac{\partial T_j}{\partial n} = -\alpha_j (T_j^{(n)} - T_{\text{окр}}); \quad j = 1, 2, \dots, k,$$

где  $\lambda_j$  – коэффициент теплопроводности  $j$ -го тела,  $\alpha_j$  – коэффициент теплоотдачи



$j$ -го тела;  $k$  – количество поверхностей объекта, имеющих контакт с внешней средой;  $T_{\text{окр}}$  – температура окружающей среды;  $T_j$  – температура поверхности  $j$ -го тела.

Уравнение теплового баланса  $UI = \sum_j \alpha_j S_j (T_j^{(n)} - T_{\text{окр}})$ , где  $U$  и  $I$  – напряжение и ток катушки;  $S_j$  – площадь  $j$ -ой поверхности, имеющей контакт с внешней средой, преобразуем во вторую целевую функцию

$$Z_2 = \left[ UI - \sum_j \alpha_j S_j (T_j^{(n)} - T_{\text{окр}}) \right]^2.$$

Условие нормальной работы устройства (ограничение)  $T_{\text{max}} \leq T_{\text{доп}}$  преобразуем в целевую функцию

$$Z_3 = (T_{\text{max}} - T_{\text{доп}})^2.$$

На каждой итерации выполняется проверка условий:

$$Z_1 \leq \varepsilon_1^2 \left( \sum_{i=1}^m \beta_i T_i^* \right)^2; \quad Z_2 \leq \varepsilon_2^2 (UI)^2; \quad Z_3 \leq \varepsilon_3^2 T_{\text{доп}}^2, \text{ где } \varepsilon_i - \text{отно-}$$

сительные погрешности.

Апробация разработанного метода решения обратных задач выполнялась при решении задачи идентификации ЭМ постоянного тока ЭУ44110130УХЛ4 (рис. 8). На рисунке 1 – фланец; 2 – корпус; 3 – катушка; 4 – якорь; 5 – крышка; 6 – амортизатор; 7 – шпилька. Катушка 3 электромагнита изготовлена из медного провода с удельной теплоемкостью  $c_m$  и плотностью  $\rho_m$ , имеющего изоляцию с удельной теплоемкостью  $c_{\text{из}}$  и плотностью  $\rho_{\text{из}}$ . Требуется определить максимальную температуру  $T_{\text{max}}$  катушки 3 для длительного режима работы электромагнита и сравнить ее с допустимой  $T_{\text{доп}}$ . Непосредственно измерить температуру катушки 3 невозможно, поэтому воспользуемся предложенным методом решения обратной задачи теплообмена.

Неизвестными параметрами для данного расчета являются  $\lambda_{\text{экр}}$ ,  $c_{\text{экр}}$ ,  $\rho_{\text{экр}}$  катушки 3 и коэффициенты теплоотдачи от фланца 1  $\alpha_f$ , корпуса 2  $\alpha_k$  и крышки 5  $\alpha_{кр}$  к окружающей среде. Известными величинами считаем конструкцию электромагнита, его геометрические размеры, свойства комплектующих деталей ( $\rho$ ,  $c$ ,  $\lambda$  – плотность, удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности), за исключением этих параметров для катушки 3, относительную погрешности определения температуры  $\delta(T^*(M_i))$  в точках  $M_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Дополнительную информацию для решения обратной задачи теплообмена получим, измерив при питании от источника постоянного тока напряжением  $U = 18,4$  В, силой тока  $I = 0,97$  А в катушке в точках  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$  (рис. 8) в установившемся режиме значения температуры  $T_1^*$ ,  $T_2^*$  и  $T_3^*$ . В результате проведения натурно-модельных испытаний ЭМ и решения обратной задачи теплообмена на 9 итерации определены значения

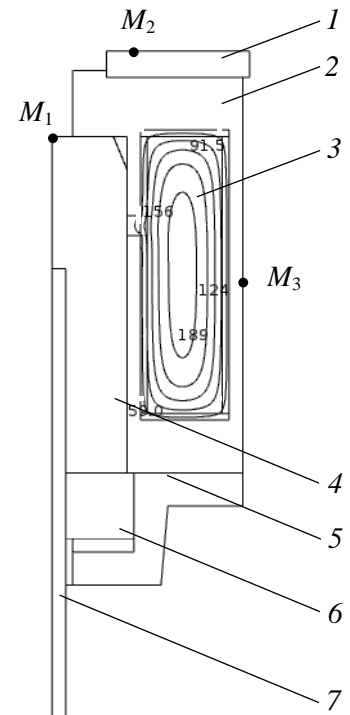


Рис. 8 – Распределение температуры по сечению ЭМ в установившемся режиме

параметров:  $\lambda_{\text{ЭКВ}} = 0,03 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ;  $c_{\text{ЭКВ}} = 195 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ;  $\rho_{\text{ЭКВ}} = 6800 \text{ кг}/(\text{м}^3)$ ;  $\alpha_{\text{ф}} = 79,8 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ ;  $\alpha_{\text{к}} = 25,1 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ ;  $\alpha_{\text{кр}} = 20,3 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ . В табл. 4 приведены измеренные значения температуры  $T^*$  в точках  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$  и полученные расчетом в этих точках значения температуры в результате решения обратной задачи теплообмена  $T^{(9)}$  при температуре окружающего ЭМ воздуха  $T_{\text{окр}} = 23 \text{ }^\circ\text{C}$ . Анализ

полученных результатов показывает, что погрешность определения температуры при использовании теплофизических параметров, полученных предложенным методом, не превысила 7 %, что вполне приемлемо для рассматриваемой задачи идентификации. Полученные значения теплофизических параметров позволили

Табл. 4. Результаты экспериментальных исследований

|                              | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ |
|------------------------------|-------|-------|-------|
| $T^*$ , $^\circ\text{C}$     | 45,1  | 49,5  | 54,7  |
| $T^{(9)}$ , $^\circ\text{C}$ | 47,4  | 52,3  | 56,3  |

диагностировать распределение температуры в ЭМ в установившемся режиме (рис. 8) и определить максимальную температуру катушки 3 для длительного режима работы ЭМ:  $T_{\text{max}} = 189 \text{ }^\circ\text{C}$  и не превышает допустимую для выбранного класса изоляции –  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ .

В настоящее время при идентификации ПМ, как правило, определяют намагниченность  $M$  по измеренным с определенной погрешностью в доступных местах значениям магнитной индукции, а затем вычисляют коэрцитивную силу  $H_c$ . При проектировании электротехнических устройств также основное внимание уделяется требуемой намагниченности ПМ. Такой подход имеет существенный недостаток –  $H_c$  определяют с большой погрешностью, что следует из характеристик  $H_c = f(T)$  и  $M = f(T)$ . Анализ последних показывает, что при погрешности  $\delta_M$  намагниченности  $M$  погрешность коэрцитивной силы  $\delta_c \approx 10\delta_M$  и, наоборот, при известной погрешности  $\delta_c$  погрешность намагниченности составит  $\delta_M \approx 0,1\delta_c$ . В связи с этим предлагается идентификацию ПМ начинать с определения коэрцитивной силы  $H_c$ , а затем находить намагниченность  $M$ . Метод идентификации ПМ, реализующий данный подход выполнен на основе разработанного метода решения обратных задач. Рассмотрен пример определения характеристики ПМ, размещенных на роторе электродвигателя ДС-10-1500М. Двигатель имеет следующие параметры: номинальная мощность  $P_n = 13 \text{ Вт}$ ; напряжение питания  $U = 220 \text{ В}$ ; число оборотов  $n = 1500 \text{ об}/\text{мин}$ ; коэффициент полезного действия  $\eta = 40 \text{ } \%$ ; суммарные потери  $P_\Sigma = 0,6P_n = 7,8 \text{ Вт}$ ; отношение потерь в стали  $P_{\text{ст}}$  к суммарным потерям  $P_\Sigma$  равно 0,4. Измеренная температура в точке  $N$  поверхности двигателя  $T_{\text{изм}}(N) = 60 \text{ }^\circ\text{C}$  с погрешностью  $\delta_{\text{изм}} = 1 \text{ } \%$  при температуре окружающей среды  $T_{\text{окр}}(N) = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ . Допустимая погрешность расчета температуры  $\delta_p = 0,01$ . Анализ модели 1, построенной на основе тепловой схемы замещения, позволил определить начальное значение коэффициента теплоотдачи  $\alpha^{(0)} = 6,0 \text{ Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}$ . Используя модель 2 (система уравнений стационарной теплопроводности), на шестой итерации получены  $\alpha^{(6)} = 11,1 \text{ Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}$  и средняя температура ПМ  $T_{PM} = 83,5 \text{ }^\circ\text{C}$  с погрешностью менее 1 %. Область расчета и картина температурного поля объекта исследования показаны на рис. 9, где 1 – ротор, 2 – ПМ, 3 – воздушный зазор, 4 – обмотка, 5 – статор, 6 – корпус. По характеристикам ПМ N4467:  $B = f(H, T_{\text{пм}})$ ;  $M = f_1(T_{\text{пм}}^*)$  и  $H_c = f_2(T_{\text{пм}}^*)$  определяем для полученной

$T_{\text{ПМ}}^* = 83,5 \text{ }^\circ\text{C}$   $M = 993 \text{ кА/м}$ ,  $H_c = 841 \text{ кА/м}$ . Решив прямую задачу расчета магнито-статического поля ЭД с  $M = 993 \text{ кА/м}$  МКЭ, находим  $H_{\text{max}} = 807 \text{ кА/м}$  в ПМ. Нормальная работа ЭД будет обеспечена, если выполняется условие для ПМ:  $H_{\text{max}} < H_c$ . На рис. 10 приведены найденная зависимость  $T_{\text{ПМ}}^*(t)$  (1) и зависимость  $T_{\text{окр}}(t)$  (2), которые показывают, что температура  $T_{\text{ПМ}}^* = 83,5 \text{ }^\circ\text{C}$  достигается за 25 мин.

**Пятый раздел** посвящен разработке программного обеспечения для реализации разработанного метода решения обратных задач проектирования и идентификации технических устройств.

Создан комплекс программ, состоящий из программ, написанных на алгоритмическом языке программирования Octave, использующегося в качестве управляющей программной среды для выполнения алгоритма разработанного метода решения обратной задачи оптимального проектирования (идентификации) и программы FEMM, реализующей численный метод расчета физических полей – МКЭ. Пакеты Octave и FEMM свободно распространяемое программное обеспечение. В среде Octave созданы программы: OptEm\_Sp.m – оптимизация площади полюса ЭМ (объем исходного текста составляет 2,41 Кбайта); OptEm\_iw.m – оптимизация магнитодвижущей силы (2,57 Кбайта); BuildEm.m – функция формирования геометрической модели, задания граничных условий и свойств сред; Pro3.m – функция  $dM_{\text{эм}}/dh$  (объем исходного текста составляет 726 байта). Приводится блок-схема алгоритма и описание работы комплекса программ. В программе BuildEm.m предусмотрена возможность ввода: плотности тока; величины зазора; коэффициента заполнения; коэффициента выпучивания; электромагнитной силы; погрешности определения силы; магнитной индукции в зазоре; параметров итерационного процесса (максимальное число итераций; приращение мдс; коэффициент релаксации по мдс; требуемое приближение). В результате расчета с помощью программ OptEm\_Sp.m и OptEm\_iw.m и FEMM отображается распределение магнитного поля с цветным тонированием по уровням; выводятся результаты итерационного процесса: число итераций; полученное приближение; мдс; площадь окна катушки, геометрические размеры полюса ЭМ. В программе Pro3.m формируется функция  $dM_{\text{эм}}/dh = 0$ , предназначенная для нахождения экстремума функции массы ЭМ  $M_{\text{эм}}$ .

Для проведения исследований динамических характеристик энергосберегающего электромагнитного привода разработана программа для ЭВМ на языке C#. Объем памяти, занимаемый программой, составляет 22,53 Мб. Программа

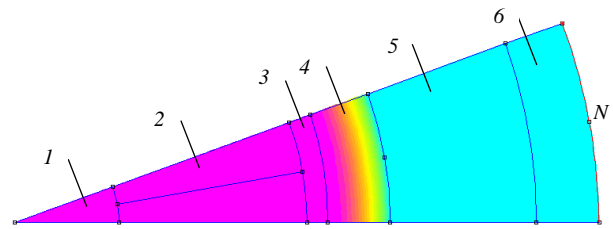


Рис. 9 – Область расчета и картина температурного поля двигателя

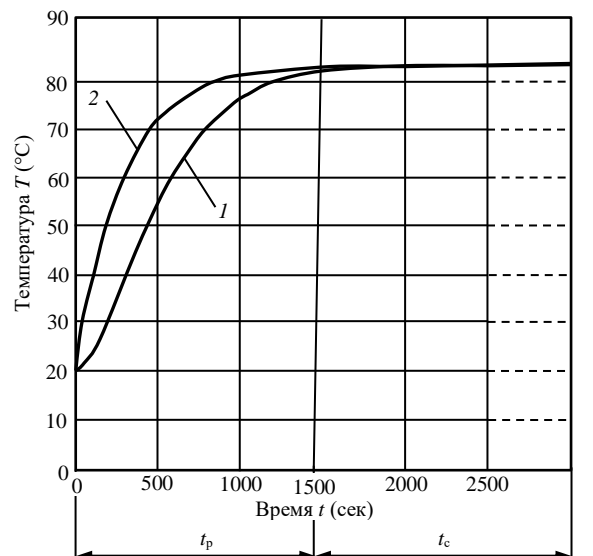


Рис. 10 – Зависимости  $T_{\text{ПМ}}^*(t)$  (1) и  $T_{\text{окр}}(t)$  (2):  $t_p$  – время разогрева;  $t_c$  – время сушки

обеспечивает определение геометрических размеров ЭМ привода, расчет ампервитков обмотки управления, аппроксимацию зависимостей силы ЭМ привода и силы ПМ от перемещения якоря, вывод графиков этих зависимостей, решение системы уравнений движения якоря, вывод графиков зависимостей скорости движения якоря и его перемещения от времени. Полученные зависимости позволяют определить амплитуду и длительность импульса тока в обмотке управления, при котором обеспечивается «мягкая» посадка якоря на сердечник. Применение программы позволяет проводить исследования электромагнитных устройств с целью снижения шума, износа и вибрации.

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

**В приложениях** приведены: листинги и графические интерфейсы разработанных программ; копии свидетельств о регистрации программ для ЭВМ; документы, подтверждающие внедрение разработок автора.

### **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ**

1. Разработан эффективный метод моделирования трехмерных физических полей – комбинированный метод фундаментальных решений и конечных элементов. Метод отличается использованием векторных точечных источников (моментов), обеспечивающих уменьшение размерности системы алгебраических уравнений и устранение численной неустойчивости решений в неограниченных областях, содержащих подобласти с нелинейными характеристиками материалов. Тестирование комбинированного метода с точечными магнитными моментами показало, что количество неизвестных по сравнению с МКЭ в линейной задаче уменьшается примерно в 17 раз при погрешности менее 2 %, в нелинейной задаче примерно в 50 раз при погрешности менее 6 %. Полученные результаты позволяют рекомендовать использовать разработанный комбинированный метод при моделировании других физических полей, применяя точечные тепловые моменты, точечные электрические моменты и др.

2. Разработан метод решения обратных задач, отличающийся комплексным использованием иерархии математических моделей и преобразования ограничений в целевые функции и позволяющий сократить время численного решения задачи при проектировании и идентификации технических устройств.

3. Сформулированы постановки условно корректных обратных задач проектирования и идентификации технических устройств различного назначения с ограничениями и целевыми функциями, учитывающими особенности устройств. Применение разработанного метода решения обратных задач при проектировании и идентификации этих устройств показало его высокую эффективность.

4. Разработан программный комплекс, реализующий предложенный метод решения обратных задач проектирования и идентификации в объединенной среде Octave-FEMM, отличающийся тем, что позволяет последовательно определять начальные приближения аналитическим решением обратных задач в результате применения иерархии моделей и преобразования ограничений в целевые функции, моделировать состояние устройства, численно решая прямую краевую задачу расчета магнитного поля, выполнять минимизацию функционалов задачи.

5. Разработана программа для исследования динамических характеристик энергосберегающего электромагнитного привода. Программа позволяет получить

графики зависимостей скорости движения якоря и его перемещения от времени и определить параметры импульса тока в обмотке управления, обеспечивающего «мягкую» посадку якоря электромагнита.

6. Практические и теоретические результаты работы внедрены: в АО «НИИТС «Синвент», г. Санкт-Петербург; в учебном процессе кафедры «Прикладная математика» ФГБОУ ВО ЮРГПУ (НПИ) им. И.М. Платова, г. Новочеркасск.

## ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Публикации в журналах, включенных в перечень ВАК РФ

1. Бахвалов Ю.А., Гречихин В.В., **Юфанова А.Л.** Математическое моделирование магнитных полей комбинированным методом фундаментальных решений и конечных элементов в задачах диагностики исполнительных систем с эффектом памяти формы // Изв. вузов. Электромеханика, 2015. № 6. С. 22-31.

2. Гречихин В.В., **Юфанова А.Л.** О численных методах минимизации функционалов прямых и обратных задач // Изв. вузов. Электромеханика, 2015. № 6. С. 93-96.

3. Бахвалов Ю.А., Гречихин В.В., **Юфанова А.Л.** Расчет магнитного поля актуатора с эффектом памяти формы комбинированным методом фундаментальных решений и конечных элементов // Фундаментальные исследования, 2015. № 11. ч.1. С. 21-26.

4. Гречихин В.В., Краевский И.С., **Юфанова А.Л.** Синтез намагничивающей системы актуатора с эффектом памяти формы // Изв. вуз. Электромеханика, 2016. № 1. С. 38-41.

5. **Балабан А.Л.**, Гречихин В.В., Московченко В.М. Метод решения обратных задач для диагностики, идентификации и проектирования электромагнитных исполнительных механизмов технических систем // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки, 2016. № 4. С. 24-28.

6. Проектирование оптимальных электромагнитов систем магнитной левитации и боковой стабилизации наземного транспорта на основе решения обратных задач / Ю.А. Бахвалов, Н.И. Горбатенко, В.В. Гречихин, **А.Л. Юфанова** // Электротехника, 2017. № 1. С. 43-48.

7. **Балабан А.Л.**, Бахвалов А.Ю. Параметрический синтез энергосберегающего электромагнита бронированного типа минимальной массы // Вестник Всероссийского научно-исследовательского и проектно-конструкторского института электровозостроения. 2017. № 1 (75). С. 48-55.

8. **Балабан А.Л.** Метод оптимального проектирования электромагнитных исполнительных механизмов электротехнических систем на основе решения обратных задач // Изв. вуз. Электромеханика, 2017. № 4. С. 34-39.

9. **Балабан А.Л.** Оценка погрешности метода оптимального проектирования, основанного на преобразовании ограничений в целевые функции // Изв. вузов. Электромеханика, 2018. № 2. С. 53-58.

10. Метод решения обратных задач оптимального проектирования электротехнических устройств // **А.Л. Балабан**, Ю.А. Бахвалов, А.В. Пашковский, Ю.В. Юфанова // Известия вузов. Электромеханика, 2018. № 5. С. 23-31.

11. **Балабан А.Л.**, Бахвалов Ю.А., Гречихин В.В. Идентификация постоянных магнитов для выбора режима сушки изоляции электрических машин // Известия вузов. Электромеханика, 2018. № 6. С. 13-18.

12. **Балабан А.Л.**, Бахвалов Ю.А., Гречихин В.В. Математическое моделирование трехмерных магнитных полей комбинированным методом конечных

элементов и фундаментальных решений с точечными магнитными моментами // Известия вузов. Электромеханика, 2019. № 1. С. 5-14.

### Публикации в изданиях, индексируемых Web of Science

13. Optimal design of energy saving electromagnetic systems using solutions of inverse problems / Yu.A. Bakhvalov, N.I. Gorbatenko, V.V. Grechikhin, **A.L. Balaban** // Journal of Fundamental and Applied Sciences, 2016, Vol. 8(3S). P. 2505-2513.

### Публикации в изданиях, индексируемых Scopus

14. Bakhvalov Y.A., Grechikhin V.V., **Yufanova A.L.** The Method of Fundamental Solutions using the Vector Magnetic Dipoles for Calculation of the Magnetic Fields in the Diagnostic Problems Based on Full-Scale Modelling Experiment // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2016. Vol. 127. Is. 1. № 012002. 9 p.

15. Optimal design of shell-type electromagnets of XY-coordinate electric actuator / Y. Bakhvalov, V. Grechikhin, O. Kravchenko, **A. Yufanova** // 9th International Conference on Power Drives Systems, ICPDS 2016. Conference Proceedings. IEEE. № 7756715. 4 p.

16. Bakhvalov Y.A., Grechikhin V.V., **Yufanova A.L.** Synthesis of optimal electromagnetic actuators on basis of solving inverse problems // 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2016. Conference Proceedings. IEEE. № 7911661. 4 p.

17. Method for optimal design electromagnets of high-precision systems for positioning objects in a horizontal plane / **A.L. Balaban**, Y.A. Bakhvalov, V.V. Grechikhin, D.V. Shaykhutdinov // Journal of Engineering and Applied Sciences, 2018. Vol. 13, Is. 7. P. 1696-1700.

18. **Balaban A.L.**, Bakhvalov Y.A, Grechikhin V.V. Optimization of actuating elements of transport control systems with magnetic levitation based on the solution of inverse problems // MATEC Web of Conferences, 2018. Vol. 226. № 04006. 6 p.

19. **Balaban A.L.**, Bakhvalov Y.A, Denisov P.A. Review of methods for solving inverse problems in identifying permanent magnets of executive elements in dynamic devices // MATEC Web of Conferences, 2018. Vol. 226. № 04022. 6 p.

20. Identification of Permanent Magnets of Electrical Devices Based on the Solution of Inverse Problems of Magnetostatics and Heat Transfer / **A. Balaban**, Y. Bakhvalov, V. Grechikhin, J. Yufanova // X International Conference on Electrical Power Drive Systems, ICEPDS 2018. Conference Proceedings. IEEE. № 8571865. 4 p.

21. **Balaban A.**, Bakhvalov Y., Grechikhin V. Evaluation of the Coercive Force of Permanent Magnets of Electrical Devices Based on Solving Inverse Problems // International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2018. Conference Proceedings. IEEE. № 8571865. 4 p.

### Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

22. Моделирование динамических характеристик электромагнита энерго-сберегающего привода (Моделирование ДХЭ): Свид-во о гос. регистр. программы для ЭВМ № 2015617084 / Бахвалов Ю.А., **Юфанова А.Л.** заявка № 2015614001; заявл. 15.05.15; зарег. в Реестре программ для ЭВМ 30.06.15.

23. Оптимальное проектирование электромагнитных исполнительных устройств (Проектирование ЭИУ): Свид-во о гос. регистр. программы для ЭВМ № 2018615528 / **Балабан А.Л.**, Бахвалов Ю.А. заявка № 2018612730; заявл. 22.03.2018; зарег. в Реестре программ для ЭВМ 10.05.2018.

**Личный вклад соискателя** в опубликованных в соавторстве работах состоит в: [1] – построена комбинированная математическая модель; [2] – подго-

товка и реализация численного эксперимента; [3] – разработан вычислительный алгоритм; [4] – предложена методика синтеза распределенной намагничивающей системы; [5] – предложен метод решения обратной задачи идентификации, обработка результатов экспериментов; [6] – построен итерационный алгоритм проектирования электромагнитов; [7] – разработан алгоритм проектирования с применением методологии решения условно корректных обратных задач; [10] – разработка метода решения обратной задачи проектирования, реализация численного эксперимента; [11] – предложен метод идентификации постоянных магнитов с применением алгоритмов решения обратных задач математической физики; [12] – предложен метод моделирования трехмерных полей с применением векторных точечных источников, содержащих подобласти с нелинейными характеристиками; [13] – предложено использование векторных точечных источников при моделировании поля, постановка и решение тестовой задачи; [14] – постановка условно корректной обратной задачи проектирования электромагнитов системы позиционирования; [15 – 18] – постановка условно корректных обратных задач проектирования энергосберегающих электромагнитов; проведение вычислительных экспериментов; [19] – анализ проблем решения обратных задач проектирования и идентификации; [20, 21] – постановка условно корректных обратных задач идентификации постоянных магнитов; проведение вычислительных экспериментов; [22, 23] – разработка алгоритмов работы программ и их реализация на машинном языке.