

На правах рукописи



Дорофеев Алексей Анатольевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА ЧИСЛОВЫХ ДАННЫХ
С ПОМОЩЬЮ УНИФИЦИРОВАННОЙ ТЕХНОЛОГИИ
ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ СПЛАЙНОВ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Новочеркасск – 2017

Работа выполнена на кафедре «Программное обеспечение вычислительной техники» ФГБОУ ВО «Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт)»

Научный руководитель – кандидат технических наук, профессор
Иванченко Александр Николаевич

Официальные оппоненты – **Бурова Ирина Герасимовна,**
доктор физико-математических наук,
профессор,
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский
государственный университет», профессор
кафедры параллельных алгоритмов

Турулин Игорь Ильич,
доктор технических наук, профессор,
ФГАОУ ВО «Южный федеральный
университет», профессор кафедры
автоматизированных систем научных
исследований и экспериментов

Ведущая организация – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет»

Защита диссертации состоится «21» апреля 2017 г. в 15:30 на заседании диссертационного совета Д 999.065.02, созданного на базе ФГАОУ ВО ЮФУ и ФГБОУ ВО ЮРГТУ (НПИ), по адресу: 346428, Ростовская область, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132, ауд. 149 главного корпуса.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке Южного федерального университета по адресу: 344000, г. Ростов-на-Дону, ул. Зорге, 21^ж и на сайте: <http://hub.sfedu.ru/diss/announcement/8938c111-94dc-415f-92e8-b26ee7fc1d8c/>

Автореферат разослан «__» _____ 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 999.065.02,
доктор технических наук, профессор



Целых А.Н.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Задача выбора математического метода является типичной проблемой, с которой периодически сталкиваются все пользователи прикладных пакетов моделирования. Это объясняет существование огромного количества работ по тематике математического моделирования, разработке новых методов, вариаций и модификаций существующих, а также неослабевающий интерес исследователей к этой задаче, и к настоящему времени предложены различные методы и алгоритмы построения сплайнов и разработаны многочисленные подсистемы машинной графики и геометрического моделирования, занимающие центральное место в машиностроительных САПР. Актуальность задачи поиска эффективных методов моделирования сплайн-функциями и разработки соответствующих алгоритмов подтверждается фактом проведения с 1998 г. российских и международных конференций по методам сплайн-функций, в том числе конференция «Методы сплайн-функций», посвящённая 80-летию со дня рождения Ю.С. Завьялова (31 января – 2 февраля 2011 г.), на которой было представлено 54 доклада.

Существует огромное количество работ по тематике математического моделирования, разработке новых методов, вариаций и модификаций существующих, а также неослабевающий интерес исследователей к этой задаче. Можно констатировать, что на сегодняшний день отсутствуют общепризнанные и неоспоримые критерии выбора того или иного метода моделирования для решения конкретной прикладной задачи, и продолжение исследований в этом направлении по-прежнему стоит в повестке дня.

Проблеме практического использования сплайновых методов интерполяции посвящены сотни фундаментальных монографий и учебных пособий (Дж. Алберг, В. Нильсон, Дж. Уолш, К. де Бор, Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л., Василенко В.А. и др.), а также диссертационных исследований в России (Иванченко А.Н., Романовский Л.М., Мирошниченко П.В., Орлов С.Е., Богданов В.В., Крымова Е.А., Плавник А.Г., Ромакина О.М., Макаров А.А. и др.) и за рубежом (G. Muntingh, В.Т.Т. Yeо, А.Р. Sibileau и др.). Для решения прикладных задач моделирования предлагают использовать как классические методы (кубические, полиномиальные сплайны и различные их модификации), так и специализированные для решения того или иного типа задач (локально-аппроксимационные сплайны, нелокальная сплайновая интерполяция, минимальные сплайны лагранжева типа и т.д.).

Отсутствие универсальных критериев выбора того или иного сплайнового метода для решения каждой конкретной прикладной задачи, имеющих высокую степень математической строгости и учитывающих последующую компьютерную реализацию, делает актуальной задачу разработки системы с максимальным охватом теоретически возможных конструкций, получаемых в результате моделирования методами сплайн-функций, а также реализующей максимально унифицированный подход к построению сплайн-функций с учётом се-

годняшних реалий их применения на практике – объектно-ориентированные языки программирования, использование шаблонных конструкций.

Заслуживает внимания идея обобщения различных методов и алгоритмов при построении общей схемы моделирования сплайн-функциями. Как показал обзор публикаций, наиболее естественным способом обобщения является выделение трёх основных стадий, являющихся общими при построении различных сплайн-функций: подготовка исходных данных для моделирования – задание недостающих условий, построение интерполяционной сетки; выбор базиса – набора линейно независимых функций для построения линейной оболочки; непосредственное построение сплайновой модели – вычисление значений коэффициентов для отрезков, получение расчётных формул сплайн-функции.

В постоянном развитии находится рынок систем автоматизированного проектирования и геоинформационных систем. Верхние строчки мировых рейтингов занимают такие отечественные и зарубежные разработки в области САПР, как ArchiCAD (Graphisoft, Nemetschek, Германия), ArCon «Архитектура и дизайн» (Еврософт, Россия), и ГИС – ArcGIS (ESRI, США), GRASS GIS (U.S. Army Corps of Engineers, США) и другие.

Всё это свидетельствует об актуальности проведения теоретических и прикладных исследований по тематике сплайновых методов моделирования, а также построению эффективных компьютерных реализаций разрабатываемых методов и алгоритмов.

Диссертационная работа выполнена в рамках научного направления ЮР-ГПУ (НПИ) «Теория, принципы и технологии построения информационно-вычислительных и измерительных систем» (утверждено решением ученого совета университета от 20.09.2011 г.).

Целью диссертационной работы является разработка и исследование математических моделей, а также методов, алгоритмов, программных модулей и комплексов для моделирования и обработки числовых данных с помощью унифицированной технологии построения интерполяционных сплайнов.

Задачи диссертационной работы:

1. Выполнить содержательный анализ и систематизацию методов сплайн-функций; выявить методические особенности и свойства, являющиеся общими для существующего многообразия сплайновых методов. Разработать унифицированную методику, учитывающую смысловую общность основных алгоритмических этапов, выполняемых при построении сплайн-функций.

2. Выполнить формализацию основных алгоритмических этапов, составляющих процесс построения сплайн-функций; для каждого этапа определить арсенал используемых математических методов, реализующих этот этап, и обосновать необходимость разработки или модификации используемых методов для обеспечения корректности работы технологии, основанной на унифицированной методике построения сплайн-функций.

3. Реализовать математические методы, выполняемые на каждом из этапов унифицированной технологии построения сплайн-функций, с использова-

нием основных принципов объектно-ориентированного программирования. С помощью качественных тестов показать корректность работы программных модулей, реализующих последовательные этапы моделирования.

4. Реализовать методы построения параметрических сплайновых конструкций с использованием ручного управления параметрами для реализации возможности расчёта сплайновых моделей, а также корректировки числовых и функциональных параметров пользователем в интерактивном режиме, и автоматического управления параметрами для реализации возможности решения задач построения гладких сплайновых приближений с заданной точностью средствами унифицированной технологии построения сплайн-функций с программным расчётом значений числовых параметров.

5. Разработать общую структуру вычислительного ядра программного комплекса моделирования интерполяционными сплайнами – иерархию классов, реализующих основные этапы технологии построения сплайн-функций, а также ряд вспомогательных классов для обеспечения работоспособности вычислительного ядра, и реализовать с использованием парадигм обобщённого и объектно-ориентированного программирования.

6. Разработать и реализовать интерфейс программного комплекса моделирования интерполяционными сплайнами, позволяющий организовать интерактивное взаимодействие с пользователем посредством формирования списков для выбора значений числовых и функциональных параметров сплайнов из списка возможных значений, а также визуализации результатов выполнения последовательных этапов построения сплайн-функций, позволяющей выполнять пользовательскую оценку и планировать дальнейшие манипуляции с параметрами сплайн-функций с целью улучшения качественных свойств модели.

7. Разработать общую структуру программного комплекса моделирования интерполяционными сплайнами с организацией взаимодействия вычислительного ядра и интерфейса и реализовать посредством написания системных процедур, выполняющих обмен параметрами с проверкой корректности построения передаваемого набора.

Методология и методы исследования. Для решения поставленных в работе задач использованы методы математического и компьютерного моделирования, линейной алгебры, вычислительной математики и компьютерной графики, реализующие различные стадии многоэтапного процесса построения интерполяционных сплайнов: обобщённые методы вычисления производных высоких порядков на основе формул Фаа-ди-Бруно для построения биортогонального базиса сплайна; алгоритмы решения СЛУ специального вида с привлечением соответствующих численных методов для расчёта биортогональных базисных коэффициентов сплайна; модификация генетического алгоритма с репродукцией со случайной маской для вычисления положения узлов склеивания; корреляционный анализ отклонений параметрических сплайнов для прогнозирования оптимального значения параметра при построении сплайновых моделей, удовлетворяющих заданным критериям точности и гладкости; метод БВЕ для быст-

рого вычисления экспоненциальных функций с большими значениями показателя; язык C++ как средство реализации вычислительного ядра программного комплекса с организацией иерархической структуры классов на основе концепции обобщённого программирования. Визуализация результатов моделирования выполняется посредством парсинга формульных представлений базисных функций и организации межязыкового обмена численной информацией между вычислительным ядром и графическим Java-редактором.

Достоверность научных результатов и выводов подтверждается корректностью постановок задач, обоснованностью принятых допущений, корректным применением известных теоретических положений, методов и алгоритмов, устойчивой работой разработанного программного обеспечения и результатами численных экспериментов на модельных примерах.

Объектом исследования диссертационной работы являются методы сплайн-функций, их применение для обработки числовых данных.

Предметом исследования являются математические модели, методы и алгоритмы построения сплайн-функций, а также программные комплексы, использующие методы сплайн-функций для построения математических моделей.

Тематика работы соответствует п.2 «Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей», п.3 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий» и п.4 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента» паспорта специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Научная новизна. В диссертации получены следующие новые научные и практические результаты:

в области математического моделирования:

- предложен новый общий конструктивный подход к построению интерполяционных сплайнов, отличающийся от существующих использованием формы разложения сплайна по функциям, образующим биортогональный базис, что позволяет непосредственно использовать интерполяционные условия в качестве коэффициентов сплайна;

- предложен способ выбора узлов склеивания сплайн-функций, отличающийся от известных способов систематическим подходом, обеспечивающим принадлежность узлов склеивания соответствующим интервалам и одинаковость относительного расположения узлов склеивания, что позволяет упростить задачу интерполяции за счет сохранения единства биортогонального базиса;

в области численных методов:

- предложен метод одновременного вычисления производных высоких порядков от сложных функций и выбран эффективный алгоритм для объектно-ориентированной программной реализации метода, отличающийся от существующих использованием общих формул вычисления производных высоких по-

рядков от сложных функций;

- впервые предложен метод построения гладкого сплайнового приближения с заданной точностью на основе автоматического управления параметрами базисных функций L-сплайнов с использованием корреляционной зависимости между набором специальным образом конструируемых контрольных функций и величиной максимального отклонения анализируемой модели от исходной, что позволило исключить необходимость ручного подбора параметров;

в области комплексов программ:

- предложена оригинальная структура инструментального программного комплекса «Моделирование и обработка числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов», позволяющая проводить научные исследования с содержательным анализом различных сплайновых методов.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Общий конструктивный подход к построению интерполяционных сплайнов с использованием формы разложения сплайна по функциям биортогонального базиса (соответствует п.2 паспорта специальности – Развитие качественных и приближённых аналитических методов исследования математических моделей).

2. Систематический подход к выбору узлов склеивания сплайн-функций, упрощающий задачу интерполяции за счёт сохранения единства биортогонального базиса (соответствует п.2 паспорта специальности – Развитие качественных и приближённых аналитических методов исследования математических моделей).

3. Реализация обобщённого метода одновременного вычисления производных высоких порядков от сложных функций в виде шаблонного класса, позволяющего одновременно возвращать значения функции и производных до заданного порядка в виде числового массива (соответствует п.3 паспорта специальности – Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий).

4. Метод последовательных L-сплайновых приближений с возможностью автоматического поиска параметров сплайна (соответствует п.3 паспорта специальности – Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий).

5. Реализация вычислительного ядра программного комплекса с использованием парадигм обобщённого и объектно-ориентированного программирования (соответствует п.4 паспорта специальности – Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента).

Теоретическая ценность работы.

Ценность научных работ состоит в том, что предложен, научно обоснован и практически реализован комплекс математических моделей, а также методов, алгоритмов и программных модулей для моделирования и обработки числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов. Предложен и программно

реализован набор алгоритмов обработки числовых данных с использованием унифицированной технологии построения интерполяционных сплайнов, базирующейся на использовании оптимальных алгоритмов реализации основных вычислительных этапов, общих для существующего многообразия сплайн-функций.

Практическая ценность работы.

Практическая значимость исследования заключается в том, что на основе разработанных методов и алгоритмов создано специальное программное обеспечение – оригинальное вычислительное ядро программного комплекса «Моделирование и обработка числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов», базирующееся на парадигмах обобщенного и объектно-ориентированного программирования и обеспечивающее высокую надежность и производительность в создании прикладных программных приложений за счет повторного использования кода. Разработан инструментальный программный комплекс «Моделирование и обработка числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов», позволяющий проводить научные исследования с содержательным анализом различных сплайновых методов, в том числе традиционно не используемых для решения определённого типа практических задач моделирования; входящие в комплекс программы зарегистрированы в Реестре программ для ЭВМ – «Набор классов для вычисления производных высших порядков сложных функций» (свидетельство № 2014616948) и «Инструментальный программный комплекс исследования свойств биортогональных базисов интерполяционных сплайнов» (свидетельство № 2014660876).

Реализация результатов работы. Результаты диссертационной работы нашли практическое применение в АО ВНИГРИуголь при разработке структуры и содержания цифровых геологических моделей угольных объектов и программных средств моделирования, в ООО МИП «Композитспецмаш» при решении задач интерполирования профилей днищ оболочек наматывания и в учебном процессе ЮРГПУ (НПИ) имени М.И. Платова при реализации магистерских и бакалаврских программ по направлениям подготовки «Информатика и вычислительная техника» (09.03.01, 09.04.01), «Программная инженерия» (09.04.04, 09.03.04) и «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» (02.03.03).

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

1. IV конференция молодых учёных «Геоинформационные технологии и космический мониторинг» (НИИ механики и прикладной математики ЮФУ им. И.И. Воровича, Ростов-на-Дону, 2011).

2. Международная молодёжная конференция «Академические фундаментальные исследования молодых учёных России и Германии в

условиях глобального мира и новой культуры научных публикаций» (ЮРГТУ (НПИ), Новочеркасск, 2012).

3. II Международная научная конференция преподавателей, аспирантов, магистров и студентов вузов «Наука. Образование. Культура. Вклад молодых исследователей» (ЮРГТУ (НПИ), Новочеркасск, 2013).

4. VII Международная научная конференция «Вулканизм, биосфера и экологические проблемы» (Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, Майкоп-Туапсе, 2013).

5. XIII Всероссийское угольное совещание «Основные направления геологоразведочных и научно-исследовательских работ на твёрдые горючие ископаемые в современных экономических условиях» (ВНИГРИуголь, Ростов-на-Дону, 2014).

6. XV Международная научно-практическая конференция «Теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики» (ЮРГТУ (НПИ), Новочеркасск, 2014).

7. Международная научно-практическая конференция «Новые задачи технических наук и пути их решения» (АЭТЕРНА, Уфа, 2015).

8. VIII Международная научная конференция «Вулканизм, биосфера и экологические проблемы» (Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, Майкоп-Туапсе, 2016).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 13 печатных работ, в том числе: 3 статьи в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК; 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ; 8 публикаций по результатам международных и всероссийских научно-практических конференций.

Структура диссертации. Диссертация содержит 187 страниц основного текста, 21 рисунок, 19 таблиц и состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений, списка литературы из 191 наименования и 7 приложений объемом 44 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируются цели и задачи исследования, показывается научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, описывается структура диссертации.

Первая глава посвящена описанию сплайн-функций как универсального инструмента, эффективно используемого при моделировании в различных предметных областях, а также обзору задач, традиционно решаемых с помощью сплайн-функций, и основных существующих на сегодняшний день теоретических разработок в области сплайновых методов и программных комплексов математического моделирования, реализующих сплайновые методы, включая как широко распространённые программные пакеты – САПР, ГИС, системы компьютерной алгебры, так и узкоспециализированные оригинальные разра-

ботки, предназначенные для решения задач моделирования в конкретной предметной области.

Проведён обзор литературных источников по сплайнам, включая как фундаментальные монографии и учебные пособия по сплайнам, так и диссертации и научные публикации. Уточнено понятие интерполяционного сплайна и рассмотрена попытка объектно-ориентированной реализации общей задачи сплайновой интерполяции с объединением различных методов вычислений, основанных на функциональных сплайнах. В выводах к главе 1 дана постановка задач исследования.

Во **второй главе** приведено методическое изложение унифицированной технологии, с помощью которой построение сплайн-функций может быть реализовано современными средствами компьютерного моделирования. Это позволяет автоматизировать все математические преобразования, выполняемые при построении интерполяционных сплайнов, включая такие трудоёмкие этапы, как построение биортогонального базиса и составление решающих систем уравнений.

В качестве интерполянтов рассматриваются сплайн-функции минимального дефекта, определяемые следующим образом: пусть на отрезке $[a, b]$ задана сетка $a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$, указаны натуральные n, k , $n - k - 1 = 1$ и для каждого $j=1, \dots, N$ указана система – базис из n линейно независимых функций $\{\varphi_{v,j}(x)\}_{v=1}^n$, определённая на отрезке $E_j = [x_{j-1}, x_j]$; по определению кусочно-гладкая функция $S(x)$ есть сплайн-функция, если выполнены условия:

$$1) S(x) \in C^k[a, b]; 2) (S|_{E_j})(x) \in \text{lin} \{\varphi_{v,j}(x)\}_{v=1}^n, j \in \overline{1, n},$$

где $C^k[a, b]$ – пространство функций, имеющих на $[a, b]$ непрерывные производные порядка до k включительно, $\text{lin} \{\varphi_{v,j}(x)\}_{v=1}^n$ – линейная оболочка n данных линейно независимых функций $\varphi_{v,j}(x), j=1, \dots, N$.

Определены возможные способы представления исходных данных, к которым могут быть сведены все теоретически возможные случаи: функция f может быть задана значениями f_i в точках $x_i, i=0, \dots, N$ либо значениями f_j^* некоторого функционала $\mu(f)$, отнесёнными к отрезкам $[x_{j-1}, x_j], j=1, \dots, N$.

Выполнен анализ способов размещения узлов склеивания, используемых при построении интерполяционной сетки сплайна, установлена невозможность корректного использования стандартных способов расстановки узлов в общем случае. Установлено, что при использовании точек $\tilde{x}_j \in (x_{j-1}, x_j)$, определяемых из соотношений

$$x_j = (\tilde{x}_j + \tilde{x}_{j+1})/2,$$

влияние расположения точек исходных данных на возможность построения сетки узлов $\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_{N+1}$ не позволяет считать данный способ универсальным и

соответственно пригодным для реализации по унифицированной технологии, так как требует выполнения предварительных проверок существования решения системы, которые являются достаточно сложными и приводят к существенным дополнительным затратам времени, а в случае использования точек $\bar{x}_j \in (x_{j-1}, x_j)$, определяемых как

$$\bar{x}_j = (x_{j-1} + x_j)/2,$$

возникновение гетерогенных сплайнов усложняет реализацию методов построения интервальных представлений сплайнов, так как приводит к необходимости выполнения дополнительных функциональных построений.

Введён в рассмотрение параметр, определяющий положение узлов склеивания относительно точек исходных данных; Таким образом, формула $x_j = (\tilde{x}_j + \tilde{x}_{j+1})/2$ переписывается в следующем общем виде:

$$x_j = \tilde{\tau}(\tilde{x}_j + \tilde{x}_{j+1}), j=0, \dots, N, \tilde{\tau} \in (0,1).$$

Задача расчёта узлов склеивания сплайна сформулирована в общей постановке как задача оптимизации с системой уравнений, определяющих условия единства биортогонального базиса на всём отрезке интерполяции, и ограничениями, обеспечивающими принадлежность узлов склеивания соответствующим интервалам: точки исходных данных x_0, \dots, x_N в общем случае образуют неравномерную сетку; требуется определить сетку узлов склеивания $\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_{N+1}$, удовлетворяющую условиям $\tilde{x}_j \in (x_{j-1}, x_j)$, если $j \in \overline{1, N}$; $\tilde{x}_0 < x_0$, $\tilde{x}_{N+1} > x_N$. С учётом выполнения условий постоянства параметра $\tilde{\tau}$ полученная система содержит $N+1$ уравнений с $N+3$ неизвестными:

$$\tilde{x}_1 = [x_0 - (1 - \tilde{\tau})\tilde{x}_0]/\tilde{\tau}, \dots, \tilde{x}_{N+1} = [x_N - (1 - \tilde{\tau})\tilde{x}_N]/\tilde{\tau};$$

таким образом, для решения системы требуется зафиксировать два свободных параметра, произвольно выбранных из набора $\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_{N+1}, \tilde{\tau}$.

Для упрощения процедуры склеивания соседних сегментов сплайна, а также возможности непосредственного использования интерполяционных условий в качестве коэффициентов сплайна используется форма разложения по набору специальным образом конструируемых линейно независимых функций $\{\varphi_{v,j}(x)\}_{v=1}^n$, особым образом сопряженному с некоторым заданным набором из n линейно независимых функционалов $\{\lambda_{\mu,j}\}_{\mu=1}^n$ и называемому биортогональным базисом по отношению к этому набору функционалов. Функции $\hat{\varphi}_{v,j}(x)$ выражаются через функции исходного базиса $\varphi_{v,j}(x)$ соотношениями:

$$\hat{\varphi}_{v,j}(x) = \frac{1}{\det \Phi^j} \sum_{\mu=1}^n \Phi_{v,\mu}^j(x);$$

здесь $\Phi_{v,\mu}^j$ – алгебраическое дополнение элемента (v,μ) квадратной числовой $n \times n$ матрицы Φ^j вида $\{\lambda_{\mu,j}(\varphi_{v,j})\}_{\mu,v=1}^n$. На стадии построения биортогонального

базиса определяющим является выбор функций исходного базиса и системы функционалов $\{\lambda_{\mu,j}\}_{\mu=1}^n$, так как от этих параметров во многом зависят точность приближения и соответствие интерполяционного сплайна свойствам моделируемой системы.

Обобщённые представления биортогональных базисов, соответствующих одному исходному набору функций и различным системам функционалов $\{\lambda_{\mu,j}\}_{\mu=1}^n$, строятся следующим образом: каждому из возможных для произвольного n наборов порядков производных ставится в соответствие индекс – целое число σ от 1 до C_{2s}^s , вычисляемое по формуле

$$\sigma = 1 + \sum_{i=2-n \bmod 2}^{l-1} r_{\sigma}(i) \sum_{j=r_{\sigma}(i-1)+n \bmod 2+1}^{i+n \bmod 2-1} C_{2s-j}^{s-i};$$

здесь $s = l - 1 + n \bmod 2$, $r_{\sigma}(2 - n \bmod 2), \dots, r_{\sigma}(l - 1)$ – порядки производных, составляющие набор с индексом σ . Введение индексов для систем функционалов, участвующих в построении экономичных представлений сплайнов, позволяет использовать минимальный набор из двух параметров n и σ для однозначного определения системы функционалов, а также рассматривать её как программный объект, создаваемый на основе значений этих параметров.

Заключительным этапом процедуры построения сплайн-функций, заданных на линейных оболочках, является построение и решение СЛУ для расчёта базисных коэффициентов. Представление условий гладкости в терминах исходных данных и значений производных сплайна в узлах склеивания в общей форме для чётных и нечётных значений n в матричной форме имеет вид:

$$A_i \bar{s}_{i-1} - C_i \bar{s}_i + B_i \bar{s}_{i+1} = -\bar{f}_i, \quad i=1, \dots, M-1;$$

здесь A_i, B_i, C_i – квадратные матрицы порядка $k - l + 1$. В аспекте единственности сплайн-функции эта СЛУ не может быть признана окончательной, так как число неизвестных в ней на $2(k - l + 1)$ больше числа уравнений, и для определения недостающих параметров $s_0^{(r_{\sigma,v})}$ и $s_M^{(r_{\sigma,v})}$, $v = 2 - n \bmod 2, \dots, l$ привлекаются обобщённые краевые условия, связывающие значения сплайна и производных соответствующих порядков в точках x_0 и x_M :

$$s_0^{(r_{\sigma,v})} = f_{0,\sigma,v}, \quad s_M^{(r_{\sigma,v})} = f_{M,\sigma,v}.$$

Интервальные представления сплайна в выражении через исходные данные, краевые условия и коэффициенты, рассчитанные посредством решения СЛУ, удобны для объектно-ориентированной программной реализации вычисления значений сплайна и производных в точке в виде метода класса, реализующего сплайн, так как, во-первых, являются общими для всех возможных сплайновых конструкций независимо от способа определения исходной информации о функции, типа краевых условий, а также размерности базиса и вида

базисных функций, а во-вторых, позволяет сформировать набор из n коэффициентов, необходимый для расчёта значения сплайна на каждом из интервалов.

В заключительном разделе главы 2 рассматриваются некоторые практические задачи, для решения которых по исходным данным требуется построить модель, обладающую некоторыми заранее заданными свойствами: интерполяция данных об изменении свойств титана при нагревании, интерполяция данных о режиме биений при вынужденных колебаниях вблизи резонанса и при резонансе, интерполяция образующей сечения замкнутой ёмкости цилиндрической формы с эллиптическими днищами.

Третья глава посвящена описанию разработки и модификации численных алгоритмов, используемых при построении сплайн-функций, выполненной с учётом свойств обрабатываемых математических конструкций, а также их последующей адаптации к решению математических задач, возникающих на различных этапах построений, и структурированием процесса моделирования по основным методологическим блокам в общей форме.

Одним из вариантов реализации решения задачи построения сетки узлов склеивания при использовании базиса нечётной размерности для построения интерполяционного сплайна по точечно заданным исходным данным является метод автоматизированной оценки границ диапазонов допустимых значений фиксации узлов, основанный на произвольной фиксации двух параметров и решении системы уравнений, полученной комбинированием условий на соседних отрезках. Суть этого метода состоит в последовательном решении следующих задач:

1. Для каждого $j \in \overline{1, N}$ определить допустимый диапазон фиксации значений \tilde{x}_j таким образом, чтобы система уравнений $x_j = \tilde{\tau}(\tilde{x}_j + \tilde{x}_{j+1})$, $j=0, \dots, N$ имела решение, и диапазон возможных при этом значений параметра τ .

2. При фиксированном значении одного из узлов \tilde{x}_j , $j \in \overline{1, N}$ в пределах диапазона допустимости определить диапазоны допустимых значений остальных узлов \tilde{x}_l , $l \in \overline{1, N}$, $l \neq j$, при которых существует решение

$$\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{\min(j,l)-1}, \tilde{x}_{\min(j,l)+1}, \dots, \tilde{x}_{\max(j,l)-1}, \tilde{x}_{\max(j,l)+1}, \dots, \tilde{x}_N, \tau$$

системы, а также диапазон возможных при этом значений τ .

3. При фиксированных значениях узлов \tilde{x}_i, \tilde{x}_j , $i \neq j$, $i, j \in \overline{1, N}$ решить систему уравнений.

Однако в случае большого количества точек исходных данных, распределённых с сильно неравномерным шагом, данный способ может привести к выполнению большого числа трудоёмких вычислений. Поэтому для решения задачи построения сетки узлов склеивания в общей постановке используется генетический алгоритм – эвристический алгоритм поиска для решения задач оптимизации и моделирования.

При реализации генетического алгоритма для решения задачи вычисления узлов склеивания сплайна использовано наиболее естественное для данной

задачи двоичное кодирование, при котором решение представлено 32-битовым беззнаковым целым числом unsigned int, старшие 16 бит будут соответствовать параметру q , а младшие 16 бит – параметру p . Для перехода от значений p и q к их дискретным аналогам используются формулы:

$$p_d = \left\lfloor \frac{p - x_0}{x_1 - x_0} (2^{16} - 1) \right\rfloor, \quad q_d = \left\lfloor \frac{q - x_1}{x_2 - x_1} (2^{16} - 1) \right\rfloor,$$

а для обратного перехода:

$$p = x_0 + (x_1 - x_0) \frac{p_d}{2^{16} - 1}, \quad q = x_1 + (x_2 - x_1) \frac{q_d}{2^{16} - 1}.$$

Качество пары p, q оценивается составным критерием

$$F(p, q) = |\tilde{\tau} - 0.5| + (N + 1 - i),$$

где первое слагаемое оценивает степень приближения коэффициента $\tilde{\tau}$ к значению 0.5, а второе вычисляется в момент первого нарушения ограничений $\tilde{x}_j \in (x_{j-1}, x_j)$ и равно количеству непройденных шагов построения сетки узлов склеивания, т.е. если нарушение произошло для $(i+1)$ -го узла склеивания, то второе слагаемое критерия равно $N+1-i$. Сетка может считаться построенной, если выполнено условие $F(p, q) < 1$.

Классический генетический алгоритм является одним из методов случайного поиска решения, соответствующего экстремальному значению некоторой целевой функции, и поэтому его компьютерная реализация всегда связана с проблемой выбора качественного генератора псевдослучайных чисел (ГПСЧ). Среди существующих вариантов алгоритма ГПСЧ, различающихся только размером используемого простого числа Мерсенна, наиболее распространенным является MT19937.

Анализ результатов, полученных в результате применения генетического алгоритма для решения задачи построения сетки узлов склеивания сплайна, позволяет сделать выводы о том, с помощью генетического алгоритма удаётся достаточно быстро находить решение задачи в случае его существования для различных значений фиксированных параметров.

Имеющий практическую значимость подход к конструированию пространства сплайн-функций, являющегося ядром некоторого линейного дифференциального оператора порядка n с постоянными вещественными коэффициентами:

$$D_n = \sum_{j=1}^n a_j p^j, \quad a_j \in \mathbb{R}, \quad p \equiv d/dx,$$

опирается на теорию L-сплайнов. Для представления линейного дифференциального оператора D_n порядка n с постоянными вещественными коэффициентами, определяющего поведение динамической системы, используется представление в виде произведения линейных дифференциальных операторов второго порядка.

С учётом вещественного и комплексного случаев разложение оператора D_n на множители первого порядка имеет следующий вид:

$$D_n = \prod_{\eta=1}^l (p - \alpha_\eta)^{r_\eta} \cdot \prod_{\mu=1}^m (p - \zeta_\mu)^{s_\mu} (p - \bar{\zeta}_\mu)^{s_\mu},$$

$l, m \in \mathbb{N}$, $\sum_{\eta=1}^l r_\eta + 2 \sum_{\mu=1}^m s_\mu = n$, $\alpha_\eta \in \mathbb{R}$, $\text{Im} \zeta_\mu \neq 0$. Соответственно базисные функции пространства сплайнов, моделирующих поведение динамической системы, определяются как ФСР дифференциального уравнения $D_n y(x) = 0$ и, таким образом, имеют следующий общий вид:

$$\varphi_\nu(x) = \begin{cases} x^{q_\eta} e^{\alpha_\eta x}, & q_\eta = 0, \dots, r_\eta - 1, \\ x^{q_\mu} e^{\text{Re} \zeta_\mu x} \sin |\text{Im} \zeta_\mu| x, & \\ x^{q_\mu} e^{\text{Re} \zeta_\mu x} \cos |\text{Im} \zeta_\mu| x, & q_\mu = 0, \dots, s_\mu - 1, \end{cases} \quad \nu = 1, \dots, n.$$

Таким образом, параметрами системы являются: α_η , $\eta = 1, \dots, l$; $\text{Re} \zeta_\mu$, $\text{Im} \zeta_\mu$, $\mu = 1, \dots, m$.

В силу того, что L-сплайны используются в качестве одного из основных методических подходов к построению интерполяционных сплайнов, ориентированных на решение практических задач моделирования, в связи с чем в качестве стандартного набора базисных функций используется множество всех решений однородного уравнения $D_n y(x) = 0$ с оператором D_n , описывающим поведение некоторой системы, необходимо требование использования производных высоких порядков от сложных функций, которые могут быть представлены в виде суперпозиции.

Расчётные формулы для n -ых производных функций e^u , $\sin u$, $\cos u$, $\sinh u$, $\cosh u$ строятся на основе формул Фаа-ди-Бруно, являющихся обобщением формул дифференцирования сложных функций на производные высоких порядков, и могут быть представлены в терминах полных полиномов Белла $B_n(x_1, \dots, x_n)$:

$$B_n(x_1, \dots, x_n) = n! \sum_{k=1}^n \sum_{(d_1, \dots, d_{n-k+1}) \in M_{n,k}} \prod_{j=1}^{n-k+1} \frac{1}{d_j!} \left(\frac{x_j}{j!} \right)^{d_j},$$

$$M_{n,k} = \left\{ (d_1, \dots, d_{n-k+1}) \in M_n \mid \sum_{j=1}^{n-k+1} d_j = k \right\}, \quad M_n = \left\{ (d_1, \dots, d_n) \mid d_j \in \mathbb{Z}^+, j = 1, \dots, n; \sum_j j d_j = n \right\}.$$

Полные полиномы Белла допускают детерминантное представление, имеющее вид почти треугольной матрицы, с существенно более простыми по сравнению с прямыми формулами правилами вычисления. С учётом специфики конфигурации этого детерминантного представления разработан алгоритм, использующий для расчёта n -го полного полинома Белла специализированный метод вычисления определителей почти треугольных матриц при помощи цепных дро-

бей. Данный метод применительно к матрице детерминантного представления n -го полного полинома Белла имеет следующий вид:

$$B_n(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n D_i, \quad D_1 = x_1, \quad D_2 = x_1 + \frac{1}{D_1} x_2, \quad D_3 = x_1 + \frac{1}{D_2} \left(C_2^1 x_2 + \frac{1}{D_1} x_3 \right), \dots,$$

$$D_k = x_1 + \frac{1}{D_{k-1}} \left(C_{k-1}^1 x_2 + \frac{1}{D_{k-2}} \left(C_{k-1}^2 x_3 + \dots + \frac{1}{D_2} \left(C_{k-1}^{k-2} x_{k-1} + \frac{1}{D_1} x_k \right) \right) \right).$$

Общее число арифметических операций при вычислении $B_n(x_1, \dots, x_n)$ по этим формулам не превышает $2n^2 - 4n + 3$, следовательно, общее время работы алгоритма составляет $O(n^2)$.

Таким образом, формулы Фаа-ди-Бруно, являясь обобщённым методом вычисления производных высоких порядков от сложных функций, обеспечивают выполнение структуризации методов сплайн-функций и совершенствования процесса решения задачи интерполяции применительно к этапам вычисления коэффициентов матрицы перехода от исходного к биортогональному базису и матрицы решающей СЛУ.

В качестве тестовых примеров для методов объектно-ориентированной реализации основных этапов технологии построения одномерного интерполяционного сплайна рассмотрены практические задачи, для решения которых по исходным данным требуется построить интерполяционные сплайны, при этом использование многочленных сплайнов в качестве метода построения таких моделей не всегда даёт желаемый результат.

При решении задачи интерполяции данных об изменении свойств титана при нагревании для устранения локальных экстремумов, не соответствующих исходным представлениям о поведении системы, использована L-сплайновая конструкция, соответствующая напряжённому кубическому сплайну со значением параметра $\gamma = 2.5$. Для решения задачи моделирования режима биений при вынужденных колебаниях вблизи резонанса и при резонансе применена L-сплайновая конструкция, соответствующая гармоническому осциллятору, при этом подбор параметра интерполяционного сплайна осуществлён на основе дополнительной информации о количестве нулей функции на отрезке.

Для решения задачи интерполяции образующей сечения замкнутой ёмкости цилиндрической формы с эллиптическими днищами применён метод построения наилучшего сплайнового приближения, который заключается в выполнении предварительной оценки точности интерполяции с помощью метрического анализа отклонений базисных функций и последующем аналитическом расчёте значений параметров сплайна, удовлетворяющего заданным критериям точности. При использовании L-сплайнов в качестве обобщённого метода построения сплайновых приближений требуемая точность достигается посредством пересчёта значений параметров сплайна на основе экспресс-оценки точности интерполяции с помощью метрического анализа базисных функций исходной и параметрической моделей.

Параметрические сплайновые конструкции обладают набором базисных функций следующего общего вида:

$$\varphi_j^{\lambda^1, \dots, \lambda^\mu}(x) = \tilde{\varphi}_j(x, \lambda^1, \dots, \lambda^\mu), j=1, \dots, n;$$

здесь $\lambda^1, \dots, \lambda^\mu$ – параметры, $\tilde{\varphi}_j$ – некоторые функции $\mu+1$ переменной. На первом шаге метода выбирается $N-1$ произвольных различных значений параметра λ : $\lambda_1, \dots, \lambda_{N-1}$. После построения каждого сплайна рассчитывается отклонение от линейного сплайна:

$$\delta T_{\lambda_j} = \sup_{x \in [a, b]} |(T_{\lambda_j} - L)(x)|.$$

Если при этом хотя бы для одного из сплайнов $T_{\lambda_1}(x), \dots, T_{\lambda_{N-1}}(x)$ выполняется условие $\delta T_{\lambda_j} \leq \varepsilon$, то в таком случае задача решена, и сплайн $T_{\lambda_j}(x)$ является искомым. Если же это условие не выполняется ни для одного из сплайнов $T_{\lambda_1}(x), \dots, T_{\lambda_{N-1}}(x)$, то следующим шагом решения является построение контрольных функций:

$$\psi_{2q-1}(\lambda) = [A(\lambda) + \alpha_{N-1, q} B(\lambda)]^{-1}, \psi_{2q}(\lambda) = [A(\lambda) + \alpha_{N-1, q} B(\lambda)]^{-1}, q = 1, \dots, \lfloor N/2 \rfloor;$$

$$\psi_{N-1}(\lambda) = A^{-1}(\lambda), \text{ если } N-1 \text{ нечётно,}$$

после чего с учётом корреляционной зависимости, выражаемой линейной комбинацией контрольных функций, и величиной максимального отклонения от линейного сплайна записывается система уравнений

$$\sum_{i=1}^{N-1} \beta_i \psi_i(\lambda_j) = \delta T_{\lambda_j}, j=1, \dots, N,$$

где $\beta_i, i=1, \dots, N-1$ – неизвестные корреляционные коэффициенты. Решая эту систему, находим β_i , после чего записываем уравнение относительно λ , которое позволит найти следующее испытываемое значение параметра λ_N :

$$\sum_{i=1}^{N-1} \beta_i \psi_i(\lambda_j) = 1 - \gamma \varepsilon.$$

Далее строится сплайн $T_{\lambda_N}(x)$ и рассчитывается отклонение δT_{λ_N} . Если это отклонение удовлетворяет критериям точности, задача решена; если нет – уравнение, соответствующее сплайну с наихудшим показателем точности, заменяется на уравнение, соответствующее сплайну $T_{\lambda_N}(x)$. Решая, находим соответствующие коэффициенты и λ_{N+1} ; выполняем эти действия, пока не будет достигнута требуемая точность.

Рисунок 1 содержит полный графический сравнительный анализ отклонений всех сплайнов в напряжённом состоянии, построенных в ходе выполнения метода последовательных L-сплайновых приближений при решении задачи гладкого сплайнового приближения образующей цилиндра с заданной точностью $\varepsilon=0.01$.

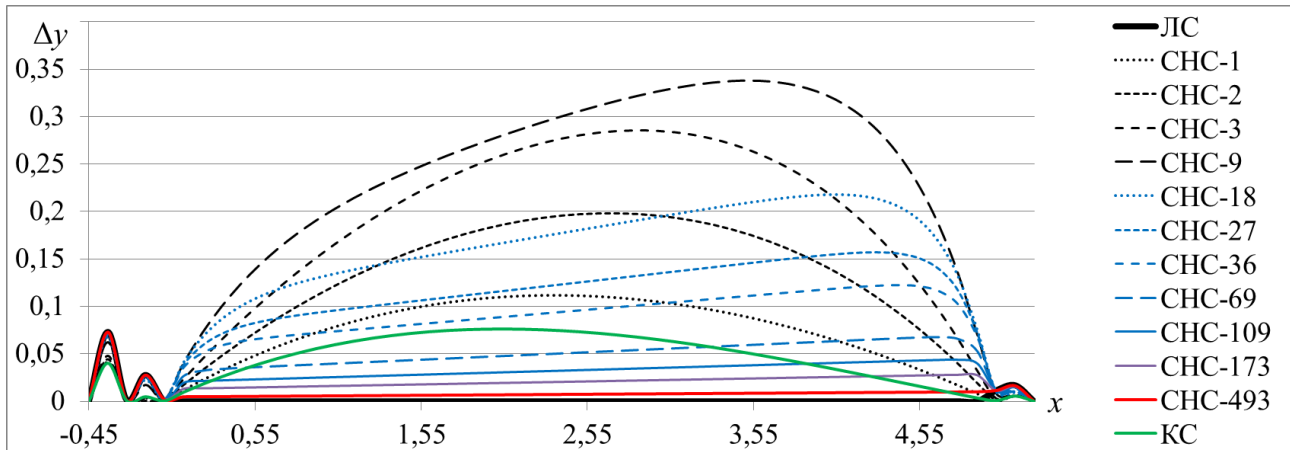


Рисунок 1 – Графики отклонений линейного сплайна (ЛС), естественного кубического сплайна (ЕКС) и сплайнов в напряжённом состоянии (СНС- λ), полученных при построении гладкого приближения образующей цилиндра

С вычислительной точки зрения наличие экспоненциальных функций в расчётных формулах сплайн-функций приводит к выполнению операций с большими числами. Так как встроенные типы данных C++ ограничены в диапазоне, что может быть существенным при выполнении этих расчётов, то при реализации вычислений с большими числами для обеспечения требуемой точности разработан и применён пользовательский вещественный тип данных, в основе которого лежит представление рационального числа в виде отношения двух сверхдлинных целых P и Q . Таким образом, представление значений функций e^x при $x > 0$, $\sinh x$, $\cosh x$ с помощью этого класса реализовано следующим образом:

$$e^x \approx \frac{Q}{P}, \quad \sinh x \approx \frac{Q^2 - P^2}{2PQ}, \quad \cosh x \approx \frac{P^2 + Q^2}{2PQ}.$$

Вторым важным шагом является оценка погрешности результатов интерполяции – аналитическая операция, требующая большой вычислительной точности. Анализ восстановления аргумента x из представления P/Q значения функции e^x показывает, что если P/Q является приближённым значением функции e^x с точностью до 2^{-n} , то погрешность восстановления аргумента из представления P/Q также не превышает 2^{-n} . Следовательно, для вычисления e^x будет достаточно точности $\varepsilon = 2^{-52} e^x$, откуда $n = 52 + \lceil x/\ln 2 \rceil$.

Для вычисления экспоненциальных функций использован метод быстрого вычисления Е-функций, в основе которого лежит идея быстрого суммирования рядов специального вида. Число членов ряда Тейлора m для

вычисления суммы $S = \sum_{j=0}^{m-1} \frac{x^{m-1-j}}{(m-1-j)!}$ выбирается таким образом, чтобы

выполнялось неравенство $\left| \sum_{j=0}^{m-1} \frac{x^j}{j!} - e^x \right| \leq 2^{-n-1}$, и при этом имеет вид $m = 2^k$,

$k \geq 1$. Сложность быстрого вычисления функции e^x равна $O(M(m)\log^2 m) = O(M(n)\log n)$.

В **четвёртой** главе рассматривается структура инструментального программного комплекса, выполняющего моделирование и обработку числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов, а также описываются основные принципы построения архитектуры программного комплекса и подробно рассматриваются классы, составляющие методическую основу реализации технологии.

Объектно-ориентированная структура программного комплекса «Моделирование и обработка числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов» включает 29 классов, при этом их можно разделить на две большие группы, образующие базовые компоненты программного комплекса: вычислительное ядро и интерфейс программы.

Классы, образующие вычислительное ядро, содержат реализацию всех математических методов, используемых при построении интерполяционных сплайн-функций, а также программных операций, необходимых для реализации взаимодействия между классами. В составе вычислительного ядра можно выделить 3 подгруппы классов по виду выполняемых действий:

1) классы, реализующие построение сплайновых моделей – сюда входит пошаговый процесс построения биортогонального базиса, вычисление коэффициентов решающей СЛУ и получение коэффициентов интервальных представлений сплайна;

2) классы, реализующие вычисление сетки узлов склеивания – востребованы в нетривиальном случае – когда исходные данные представляют собой значения функции в точках, а для построения сплайна используется базис нечётного порядка;

3) классы, реализующие выполнение вычислений с большими числами – востребованы при вычислении экспоненциальных функций с большими значениями показателя.

Неотъемлемой частью реализации технологии сплайнового моделирования является интерфейс программного комплекса. Организация взаимодействия программного комплекса с пользователем предполагает предоставление пользователю следующих возможностей:

- получение визуального представления расположения точек исходных данных;

- возможность выбора базисных функций сплайна из встроенного списка и самостоятельного задания базисных функций, визуализация графического представления функций исходного и биортогонального базисов сплайна;

- выбор типа краевых условий и задание значений соответствующих производных, задание дополнительных условий получение численного и графического представления результатов моделирования.

На рисунке 2 представлена общая структура UML-диаграммы программного комплекса с указанием наименований классов и отношений между ними.

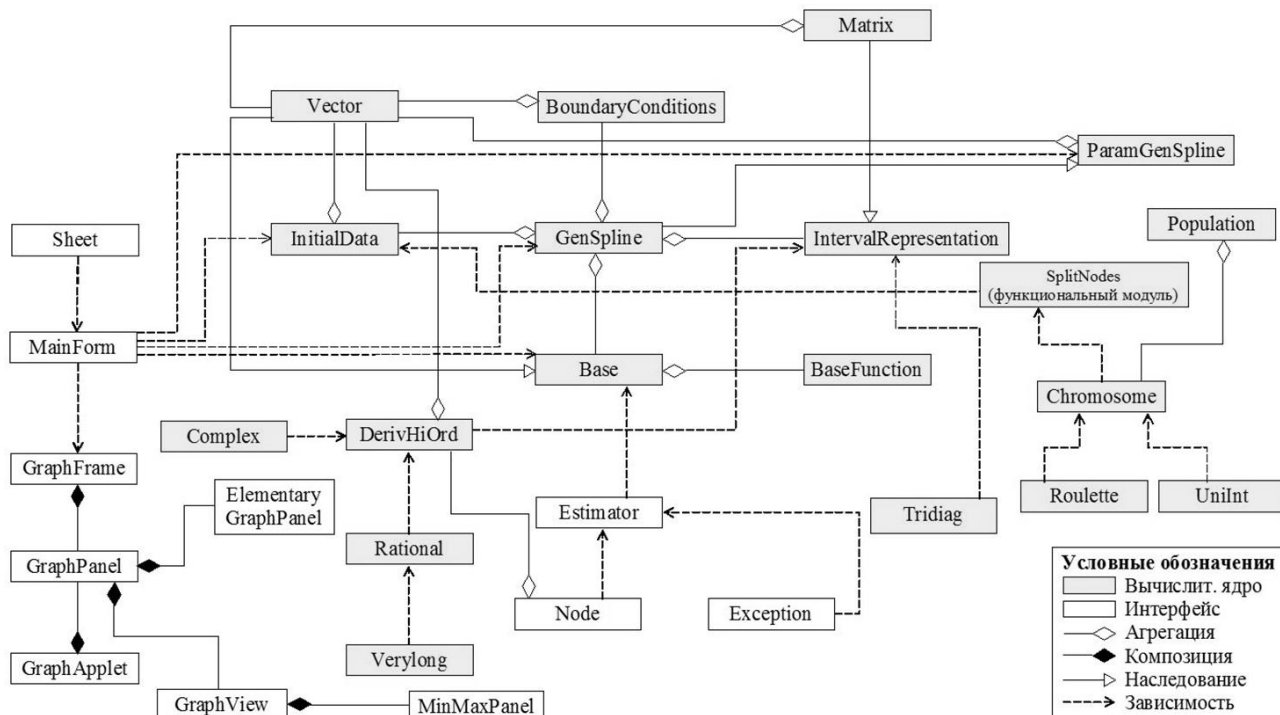


Рисунок 2 – UML-диаграмма классов программного комплекса «Моделирование и обработка числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов»

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы, имеющие научное и практическое значение.

В **приложениях** приведены: табличные и графические результаты решения прикладных задач с помощью программного комплекса; листинг основных классов и результаты работы программ тестирования; UML-диаграммы структуры и основных классов программного комплекса; методические пояснения; копии свидетельств о регистрации программ и сертификатов об участии в конференциях; документы, подтверждающие внедрение разработок автора.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Выполнена формализация задачи построения интерполяционных сплайнов с выделением трёх основных этапов, повторяющихся для существующего многообразия сплайн-функций: построение сетки узлов склеивания сплайна, построение базисного набора линейно независимых функций, составление решающей системы уравнений и нахождение коэффициентов интервальных представлений сплайн-функции, что позволило систематизировать подхо-

ды к рассмотрению каждой из локальных задач, последовательно решаемых на каждом этапе.

2. Выполнен анализ способов размещения узлов склеивания, используемых при построении интерполяционной сетки сплайна, установлена невозможность корректного использования стандартных способов расстановки узлов в общем случае. Введён в рассмотрение параметр, определяющий положение узлов склеивания относительно точек исходных данных.

3. Предложен и реализован с использованием средств объектно-ориентированного программирования общий конструктивный подход, позволяющий получать экономичные интервальные представления интерполяционных сплайнов в форме разложения по специальным образом конструируемым функциям, образующим биортогональный базис по отношению к заданному набору линейно независимых функционалов.

4. Разработан обобщённый метод вычисления производных высоких порядков от сложных функций, позволяющий наряду со значением функции в некоторой точке возвращать также значения её производных в этой же точке в виде числового массива; выявлен оптимальный алгоритм для программной реализации вычисления массива значений производных по общим формулам Фаади-Бруно.

5. Впервые для решения задачи нахождения узлов склеивания в нетривиальном случае использования базиса нечётной размерности для моделирования точечно заданных исходных данных предложено использовать генетический алгоритм – эвристический алгоритм поиска, используемый для решения задач оптимизации и моделирования с использованием методов естественной эволюции.

6. Для вычисления экспоненциальных функций с большими значениями аргумента (показателя) предложено использовать набор классов системы компьютерной алгебры для выполнения вычислений с большими числами, адаптированный к условиям объектно-ориентированного подхода; классы модифицированы с использованием метода БВЕ.

7. С помощью унифицированной технологии сплайнового моделирования на примере моделирования образующей цилиндра с эллиптическими днищами решена задача построения сплайнового приближения, удовлетворяющего заданным критериям точности и гладкости: определена исходная модель – нулевое приближение (линейный сплайн); для построения последовательных гладких приближений использован механизм автоматического управления параметрами функций, образующих базисы семейств L-сплайнов.

8. Предложена оригинальная структура инструментального программного комплекса «Моделирование и обработка числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов», обладающая значительными преимуществами перед специализированными программными пакетами моделирования и позволяющая проводить научные исследования с содержательным анализом различных

сплайновых методов, в том числе традиционно не используемых для решения определённого типа практических задач моделирования.

9. Разработан шаблонный класс *DerivHiOrd* с возможностью вычисления производных высоких порядков, рассматривающий вещественные и комплексные функции как объекты, содержащие представление значений функции и производных в виде единого числового массива.

10. Разработано оригинальное вычислительное ядро ИПК «Моделирование и обработка числовых данных с помощью интерполяционных сплайнов» с использованием парадигмы объектно-ориентированного программирования, содержащее программную реализацию основных методических этапов построения сплайновых моделей в виде иерархии классов, включая шаблоны.

11. Выполнена программная реализация интерфейсной части ПК «Моделирование и обработка данных с помощью интерполяционных сплайнов». Организовано взаимодействие между компонентами интерфейса ПК посредством межъязыкового обмена значениями управляющих параметров.

12. Результаты диссертационной работы используются в работе АО ВНИГРИуголь при разработке структуры и содержания цифровых геологических моделей угольных объектов и программных средств моделирования, ООО МИП «Композитспецмаш» при решении задач интерполирования профилей днищ оболочек наматывания. Отдельные материалы диссертационной работы используются в учебном процессе ЮРГПУ (НПИ) имени М.И. Платова.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в ведущих изданиях, рекомендованных ВАК

1. Иванченко А.Н., Дорофеев А.А. Объектно-ориентированный подход к вычислению производных высоких порядков // Изв. вузов Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2014. №1. С. 9-14.
2. Иванченко А.Н., Дорофеев А.А. Объектно-ориентированный подход к построению сплайн-функций, заданных на линейных оболочках // Изв. вузов Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2015. №1. С. 11-18.
3. Микерова В.Н., Дорофеев А.А., Тарасов А.Б., Фоменко Л.Н. Многовариантное компьютерное моделирование поверхности фундамента Южно-Якутского угольного бассейна // Изв. вузов Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2016. №1. С. 90-94.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

4. Дорофеев А.А. Набор классов для вычисления производных высших порядков сложных функций (*DerivHiOrd*)/ А.А. Дорофеев//Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ. Рег. №2014616948, от 08.07.14 г.
5. Дорофеев А.А. Инструментальный программный комплекс исследования свойств биортогональных базисов интерполяционных сплайнов (*SplineBase*)/ А.А. Дорофеев//Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ. Рег. №2014660876, от 17.10.14 г.

Публикации в сборниках научных статей, трудов и материалов конференций

6. Фролов В.Н., Дорофеев А.А. Структурное моделирование угольных пластов средствами геоинформационных систем / В.Н. Фролов, А.А. Дорофеев // IV конференция «Геоинформационные технологии и космический мониторинг» (6-8 сентября 2011 г.). Ростов-на-Дону: Издательство Южного Федерального университета, 2011. – С. 239-241.
7. Bogacheva L., Vinitsky A., Zhurbitsky B., Dorofeyev A. Geological search and exploration process modeling using a computer-aided operating control system / L. Bogacheva, A. Vinitsky, B. Zhurbitsky, A. Dorofeyev // Академические фундаментальные исследования молодых учёных России и Германии в условиях глобального мира и новой культуры научных публикаций: материалы международной молодёжной конференции, г. Новочеркасск, 4-5 октября 2012 г. / Юж.-Рос. гос. техн. ун-т (НПИ). – Новочеркасск: ЛИК, 2012. – С. 144-146.
8. Дорофеев А.А. Оптимизация сети бурения с использованием компьютерного моделирования / А.А. Дорофеев // Наука. Образование. Культура. Вклад молодых исследователей: материалы II Междунар. науч. конф., препод., аспирантов, магистров и студентов вузов / Под ред. Л.Н. Соколовой; Юж.-Рос. гос. техн. ун-т (НПИ). – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2013. – С. 104-108.
9. Тарасов А.Б., Дорофеев А.А. Оптимизация сети бурения на угольных месторождениях с использованием компьютерного моделирования в среде ArcGIS 9.3 / А.Б. Тарасов, А.А. Дорофеев // VII Международная научная конференция «Вулканизм, биосфера и экологические проблемы». Сборник материалов. – Майкоп: Изд-во АГУ, 2013. – С. 157-159.
10. Дорофеев А.А. Тарасов А.Б. Методика, технология и результаты моделирования поверхности фундамента региона Южно-Якутского угольного бассейна / А.А. Дорофеев, А.Б. Тарасов // XIII Всероссийское угольное совещание «Основные направления геологоразведочных и научно-исследовательских работ на твёрдые горючие ископаемые в современных экономических условиях». Тезисы докладов. – Ростов-на-Дону: ВНИГРИуголь, 2014. – С. 255-258.
11. Дорофеев А.А. Обобщённая объектно-ориентированная технология построения сплайн-функций / А.А. Дорофеев // Теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики: материалы 15-й Междунар. науч.-практ. конф., г. Новочеркасск, 26 сент. 2014 г. / Юж.-Рос. гос. политехн. ун-т (НПИ) имени М.И. Платова. – Новочеркасск: ЮРГПУ (НПИ), 2014. – С. 60-64.
12. Дорофеев А.А. Построение математических моделей с помощью интерполяционных сплайн-функций / А.А. Дорофеев // Новые задачи технических наук и пути их решения: сборник статей Международной научно-практической конференции (10 декабря 2015 г., г. Челябинск). / в 2 ч. Ч.1 – Уфа: АЭТЕРНА, 2015. – С. 85-88.
13. Дорофеев А.А. Тарасов А.Б. Технология оперативного управления процессом геологоразведочных работ путём имитационного моделирования, подсчёта и оценки запасов/ресурсов углей с использованием ГИС / А.А. Дорофеев, А.Б. Тарасов // VIII Международная научная конференция «Вулканизм, биосфера и экологические проблемы». Сборник материалов. – Майкоп: Изд-во «Магарин О.Г.», 2016. – С. 247-249.