

На правах рукописи



**УСОШИНА ЕЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА**

**ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОРИСТЫМИ НЕОДНОРОДНЫМИ  
ОСНОВАНИЯМИ**

Специальность 05.13.18 –Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Ростов-на-Дону

2017

Работа выполнена на кафедре теоретической и компьютерной гидроаэродинамики  
Института математики, механики и компьютерных наук ФГАОУ ВО «Южный  
федеральный университет» (ЮФУ)

**Научный руководитель**

**Сумбатян Межлум Альбертович**, доктор физико-математических наук, профессор ФГАОУ ВО "Южный федеральный университет", кафедра теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, заведующий кафедрой

**Официальные оппоненты**

**Ляпин Александр Александрович**, доктор физико-математических наук, профессор ФГБОУ ВО "Донской государственный технический университет", кафедра информационных систем в строительстве, заведующий кафедрой

**Иваночкин Павел Григорьевич**, доктор технических наук, профессор ФГБОУ ВО "Ростовский государственный университет путей сообщения", кафедра теоретической механики

**Ведущая организация**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки **Южный научный центр Российской академии наук** (г. Ростов-на-Дону)

Защита состоится «21» апреля 2017 г. в 13-30 на заседании диссертационного совета Д 999.065.02, созданного на базе ФГАОУ ВО "ЮФУ" и ФГБОУ ВО "ЮРГПУ (НПИ) им. Платова", по адресу: 346428, Ростовская обл., г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132, ауд.149 главного корпуса.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке Южного федерального университета по адресу: 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Зорге, 21<sup>ж</sup> и на сайте <http://hub.sfedu.ru/diss/announcement/452bb816-5244-4cd9-8622-0b1052555407/>

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

**Ученый секретарь**

диссертационного совета Д 999.065.02,  
доктор технических наук, профессор



Целых А. Н.

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы исследования

Моделирование сложных, в первую очередь, технических динамических систем, содержащих сосредоточенные и непрерывно распределенные параметры и характеристики, привлекает неизменный интерес исследователей ввиду многочисленных приложений в геологии, сейсморазведке, строительстве, проектировании железнодорожных и автомагистралей, совершенствовании биотехнологий, конструировании новых материалов с заданными свойствами. Математическое моделирование динамических систем позволяет избежать дорогостоящих, а часто и невыполнимых натуральных экспериментов и решать сложные технические проблемы на стадии проектирования. В связи с возрастающими требованиями к проектированию, эксплуатации сложных технических объектов и технологических процессов, возникает необходимость построения новых математических моделей, описывающих взаимодействие генератора возмущений и протяженного основания, обладающего микроструктурой и неоднородностью.

Учет не только податливости, упругих и волноводных свойств оснований, но и неоднородности по глубине, пористости, флюидонасыщенности, вязкости, наличия заглубленных жидких слоев, позволяет создавать уточненные математические модели. Они описываются системами обычных дифференциальных уравнений и системами дифференциальных уравнений в частных производных. Значительное усложнение моделей оправдывается тем, что позволяет решать широкий круг научных и технических проблем. На их основе можно прогнозировать эффективность работы системы, определять характеристики оптимальных технологий и режимов работы, совершенствовать конструкции и методы неразрушающей дефектоскопии, неинвазивной медицинской диагностики. Это доказывает актуальность рассматриваемой тематики. Для решения этих проблем и исследования моделей целесообразно использование математических методов теории сплошных сред, теории дифференциальных и интегральных уравнений, обработки временных рядов, применение эффективных вычислительных методов на основе современных компьютерных технологий.

Построению и анализу таких математических моделей посвящено настоящее исследование.

**Объектами** **научного** **исследования** являются численные, аналитические и экспериментальные методы изучения новых математических моделей систем, включающих

в себя генератор колебаний и многофазное неоднородное по глубине основание, созданные на основе этих методов алгоритмы и компьютерные программы.

**Предмет исследования** – математические модели колебательных процессов в многофазных неоднородных по глубине основаниях.

**Цель диссертационной работы:** изучение и разработка методов моделирования динамических процессов в системах, включающих многофазные неоднородные по глубине основания; создание алгоритмов и комплекса программ для расчета динамических характеристик таких оснований; сравнение результатов численных расчетов и натурных экспериментов применительно к задачам о генерации колебаний железнодорожным транспортом. На этой основе повышение эффективности работы технических систем путем оптимального выбора геометрических и физических параметров.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

**В области математического моделирования:**

- Построены и изучены новые математические модели динамических систем, отличающихся от известных учетом слоистости основания, его пористости, насыщенности смесью жидкости и газа, наличием заглубленных жидких слоев.
- Проведено и обосновано выделение подсистем моделей с помощью экспериментальных спектральных характеристик воздействия внешнего генератора возмущений, аналитического метода ортогональных многочленов;
- Проведена проверка адекватности моделей сравнением амплитудно-временных и амплитудно-частотных характеристик, полученных теоретически и экспериментально.

**В области численных методов:**

- Разработаны алгоритмы построения механических характеристик математических моделей, включающих основание в виде гетерогенного полупространства, слоя, гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием, гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем, трехслойной среды.
- Разработаны алгоритмы построения напряжений при моделировании действия массивного объекта на такие слоистые основания.
- Проведена математическая обработка и интерпретация данных натурального эксперимента по регистрации волновых полей, генерируемых в основании магистрали проходящим поездом.

**В области разработки программных комплексов:**

- Разработан комплекс программ, реализующий аналитический вывод интегральных представлений, описывающих механические характеристики моделей, расчет скоростей

поверхностных волн, перемещений, контактных напряжений в основаниях в виде гетерогенного полупространства, слоя, гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием, гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем, трехслойной среды.

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

#### **В области математического моделирования**

- Построены и изучены новые математические модели динамических систем, отличающиеся от известных тем, что они включают основания в виде гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием, гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем, пористоупругой трехслойной среды. Применительно к рассматриваемому классу задач такая комбинация многофазных сред ранее не применялась. При этом в разработанной математической модели появляется векторный дифференциальный оператор в частных производных.
- Проведено и обосновано выделение подсистем моделей воздействия внешнего генератора возмущений и неоднородного основания, отличающееся использованием спектральных характеристик натуральных экспериментов, метода ортогональных многочленов.
- Доказана адекватность новой модели путем совпадения амплитудно-частотных характеристик, полученных теоретически и экспериментально, на основе натурального эксперимента регистрации волновых полей, возбуждаемых в основании железнодорожного пути проходящим поездом.

#### **В области численных методов**

- Разработаны и реализованы алгоритмы построения полей перемещений и напряжений, возникающих в моделях, впервые включающих основание типа гетерогенного слоя, гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием, гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем.
- Разработан и реализован алгоритм численного решения возникающих интегральных уравнений.

#### **В области разработки программных комплексов**

- Впервые разработан алгоритм и программа для системы Maple, реализующая аналитический вывод интегральных выражений, описывающих перемещения в многослойных составных гетерогенных средах.
- Создан программный комплекс для расчета динамических процессов в многофазном неоднородном основании под действием произвольных возмущений, в том числе, при движении железнодорожного транспорта. При этом реализуются функции: ввод данных,

построение и численный анализ решения модельных задач при заданных частотах колебаний, расчет механических характеристик динамической задачи. Впервые учитываются усложненные свойства основания: неоднородность по глубине, слоистость, насыщенность жидкостью и газом, пористость, наличие заглубленного жидкого слоя.

**Методы исследований** основаны на использовании математического аппарата дифференциальных и интегральных уравнений, теории интегральных преобразований Фурье, современных технологий проведения вычислительного эксперимента, обработки данных натурального эксперимента. Алгоритмы и методы численного анализа, предложенные для исследования напряжений и деформаций системы, реализованы в интерактивной среде Maple, Matlab. Для подтверждения теоретических исследований проведен натуральный эксперимент. Для этих целей использовался компьютеризированный вычислительный комплекс, снабженный акселерометрами. Для интерпретации и обработки результатов использован спектральный и вейвлет анализ.

**Теоретическая значимость работы** заключается в том, что созданные математические модели, описывающие динамические свойства многофазных оснований, реализованы в виде аналитических и численных алгоритмов. Алгоритм построения и изучения описанных моделей применим при их усложнении, увеличении количества слоев, изменения их физических и геометрических параметров, свойств поверхностного осциллятора. Достоверность численных расчетов протестирована путем сравнения с натурными измерениями, полученными при движении железнодорожного состава.

**Практическая значимость** результатов исследования связана с их использованием при решении актуальных проблем вибродондирования слоистых геологических пород, нефтедобычи в нефтенасыщенных песках, проектировании железнодорожных магистралей и подкрепляющих конструкций в виде вязких слоев, проектировании зданий и сооружений, при создании новых композитных материалов, для развития методов неинвазивной диагностики биотканей. На основе проведенного исследования можно создавать наиболее эффективные методы мониторинга и прогнозирования эксплуатационно-технического состояния динамических систем. Результаты диссертации по установлению закономерностей распространения волновых полей нашли применение при разработке эффективных звукопоглощающих акустических материалов на пористоупругой основе, при проектировании и проведении ремонтных работ железнодорожных путей, в учебном процессе ЮФУ, что подтверждено соответствующими документами. Способ определения параметров движущегося железнодорожного состава защищен патентом Российской Федерации. Кроме этого, на основе проведенных исследований рассчитывается скорость

поверхностных волн, которая является критической скоростью высокоскоростного движения поездов. Установлено, что наличие заглубленного жидкого слоя приводит к ее снижению.

**Основные результаты, выносимые на защиту:**

1. Уточненные математические модели динамических систем, включающие многофазные неоднородные по глубине основания и приближенно-аналитические методы их исследования;
2. Алгоритм аналитического решения краевых задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих многофазную неоднородную среду, реализованный в интерактивной среде программирования Maple;
3. Алгоритм и программа численного расчета возникающих интегральных уравнений.
4. Программный комплекс и численные алгоритмы для построения перемещений и напряжений, характеризующих составные гетерогенные основания.

**Достоверность результатов** основана на строгости и обоснованности применяемого математического аппарата; совпадении частных случаев численного анализа с опубликованными результатами других авторов, соответствии теоретических выводов и натурных экспериментальных исследований.

**Публикации и апробация работы.** Основные положения и результаты диссертационной работы опубликованы в 14 печатных работах, в том числе 3 работы в источниках, рекомендованных ВАК и 1 патенте РФ. Результаты работы докладывались на XII(2008г.), XIII(2009г.), XVI(2012г.) международных конференция «Современные проблемы механики сплошной среды», Ростов-на-Дону, на XXXV International Summer School-Conference «Advanced Problem in Mechanics», S-Petersburg, Russia, 2010 г., на Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Н. Новгород, 2011 г., на международной научно-технической конференции «Механика ударно-волновых процессов в технологических системах», Ростов-на-Дону, 2012 г., на международной научно-практической конференции «Транспорт - 2013» Ростов-на-Дону, на международной научно-технической конференции. СКФ МТУСИ «ИНФОКОМ-2015», на International Conference on «Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications» (PHENMA 2015) Southern Federal University, Azov, Russia, 2015, на семинарах кафедры теоретической и компьютерной гидроаэродинамики Южного федерального университета, кафедры прикладной математики Южно-российского государственного политехнического университета.

**Личный вклад автора.** В совместно опубликованных работах Усошина Е.А. выполнила построение алгоритмов и программ численной реализации

результатов, ряд аналитических преобразований и их программную реализацию, спектральную и статистическую обработку экспериментальных данных. В работах [2-6], [8-9], [12-13] Суворовой Т.В. принадлежит постановка задач. В работах [11], [14] Сумбатьяну М.А. принадлежит выбор модели пористой среды и алгоритма численной реализации. Суворову А.Б. в работах [5], [11], [13] принадлежит методика проведения натурального эксперимента.

**Объем и структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, приложения и списка используемых источников из 111 наименований, приложения. Материалы работы изложены на 134 страницах.

### Основное содержание работы

**Во введении** отмечается актуальность темы исследования, теоретическая и практическая значимость, кратко формулируются цели, научная новизна, достоверность результатов и их апробация, положения, выносимые на защиту, личный вклад автора.

**Первая глава** посвящена анализу проблем, возникающих при определении колебаний фундаментов в сейсмостойком строительстве, колебаний автомобильных и железных дорог, при оценке вибрации от мощных насосных станций и турбин, при повышении нефтеотдачи в нефтенасыщенных песках, при проектировании подкрепляющих конструкций железнодорожных и автомобильных магистралей нетрадиционного строения, при акустическом исследовании материалов и биотканей. Существующие СНиПы, СП нередко не могут охватить весь этот круг проблем. Перечисленные задачи могут быть формализованы до уровня моделей, включающих осциллятор колебаний и полуограниченное основание, имеющее сложное неоднородное строение. При составлении математических моделей учитывать уточненную динамическую картину процесса возможно с привлечением систем дифференциальных уравнений в частных производных, которые описывают поведение сплошных сред различной природы.

Обобщенный вид моделей, которые строятся и рассматриваются в работе, можно представить в виде матричного дифференциального уравнения второго порядка и системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих воздействие сплошных сред:

$$\begin{aligned} A\ddot{x} + B\dot{x} + Cx &= R(\dot{x}, x, t), \\ D\tilde{x} &= P(\tilde{x}, t), \quad \tilde{x} \in x. \end{aligned} \tag{1}$$

Первое уравнение является матричным дифференциальным уравнением второго порядка,  $A$ ,  $B$  и  $C$  – квадратные матрицы масс, демпфирования и жесткости,  $R(t, x, \dot{x})$  – обобщенная возмущающая сила,  $D$  – дифференциальный оператор в частных производных,



его вид и порядок определяется сплошной средой, влияние которой учитывается в модели.

Выполнен литературный обзор статей, посвященных моделированию с учетом протяженности основания, имеющего упругие и пористо-упругие свойства. Наиболее часто используется упрощенные основания Винклера, основание



Рисунок 1 – Иерархия рассматриваемых моделей

Филоненко-Бородича, в том числе и при рассмотрении колебаний железнодорожного пути. Эти модели являются более грубыми и не учитывают волноводные свойства сплошных сред, влияние которых на динамический процесс системы является определяющим. Учет динамичности основания значительно усложняет математическое описание и исследование модели. Многослойные упругие среды не могут учитывать пористость и насыщенность жидкостью. Иерархия рассматриваемых моделей показана на рисунке 1.

В данной диссертационной работе доказывается необходимость использования передающего вибрацию основания как сплошной многофазной среды сложного строения, так как только при этом возможно изучить важнейшие динамические явления. Например, известно, что скорость распространения поверхностных волн в грунтовом основании железнодорожной магистрали является критической для высокоскоростных поездов. Эту скорость можно определить только с помощью уточненной модели. Упрощенные модели наличие поверхностных волн в основании вообще не учитывают.

Для изучения математических моделей систем, описывающих взаимодействие генератора колебаний и протяженного основания, обладающего неоднородностью строения, сложными механическими свойствами, предлагаются способы выделения подсистем модели, основанные на аналитическом и экспериментальном подходе.

Основываясь на данных эксперимента, действие генератора колебаний можно представить в виде ряда колебаний с использованием рядов Фурье, и далее рассматривать задачи с заданной частотой колебаний. Кроме этого, предложенные модели допускают аналитические представления действия генератора колебаний в виде заданных функций.

В работе также рассматриваются наиболее значимые практически математические модели оснований, обладающих слоистостью, вязкоупругими и пористо-упругими свойствами, а также флюидонасыщенностью, наличием заглубленных слоев жидкости. Перемещения в вязкоупругих слоях описываются уравнениями Ламе, коэффициенты которого являются величинами с малой комплексной частью в соответствии с гипотезой внутреннего трения Е.Н. Сорокина. Связь напряжений и деформаций определяется обобщенным законом Гука.

Для учета пористости среды, ее газонасыщенности и флюидонасыщенности использована модель Био-Френкеля, как обладающей достаточной общностью и подтвержденная экспериментально. Эта модель универсальна, хорошо описывает поведение грунтовых сред как трехкомпонентной среды, обладающей упругим скелетом и порами, насыщенными смесью жидкости и газа. Она описывается системой уравнений:

$$\rho_{11} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} + b \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial v_i}{\partial t} \right) = \sigma^s_{ij,i}. \quad (2)$$

$$\rho_{12} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{22} \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} - b \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial v_i}{\partial t} \right) = \sigma^f_{,i} ; i = 1,2$$

где  $u_i(x, y, z, t), v_i(x, y, z, t)$   $i = 1,2$ - компоненты векторов перемещений упругого скелета и флюида. Уравнения типа (2) могут быть выведены для случаев анизотропного вязкоупругого скелета.

Построены новые уточненные математические модели динамических систем, включающие основания в виде флюидонасыщенного пористо-упругого полупространства, слоя, гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием, гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем, пористоупругой трехслойной среды. Применительно к рассматриваемому классу задач такая комбинация многофазных сред ранее не применялась.

В последнем разделе первой главы также рассматриваются способы определения необходимых исходных данных о плотности упругого скелета, жидкости, газа, модули объемного сжатия частиц скелета, поровой жидкости, пористой среды, сжимаемости газа. Показано, что эти характеристики могут быть определены экспериментально, в том числе, и для многочисленных типов грунтовых сред. Малые перемещений и ограниченность времени являются ограничениями применимости построенных моделей к грунтам.

**Вторая глава** посвящена построению аналитических решений, описывающих напряженно-деформированное состояние в слоистых многофазных основаниях. Интегральный подход для решения смешанных задач для многослойных упругих оснований развит в работах академика РАН Бабешко В.А. и его учеников. Этот подход, по сравнению с методами преломления и собственных колебаний, имеет большое преимущество, так как позволяет описать все типы волн, распространяющихся в среде. Здесь эти методы распространяются на многофазные основания с неоднородностью по глубине. Решение смешанных задач в интегральной форме получено с помощью интегрального преобразования Фурье.

Приводится строгая постановка задач о колебаниях составных пористо-упругих слоистых оснований, а именно: пористо-упругое полупространство и слой, гетерогенный слой с вязкоупругим покрытием, гетерогенный слой с заглубленным жидким слоем, пористо-упругая трехслойная среда. Применительно к рассматриваемому классу задач такая комбинация многофазных сред ранее не применялась. Граничные условия для многофазных оснований на гранях стыковки различных сред удовлетворяются точно, доказано, что при данных граничных условиях имеет место единственность решения. Действие генератора колебаний моделируется двумя способами: как известная система сил, приложенная к лицевой поверхности среды, либо как заданные на части лицевой поверхности перемещения.

Решения краевых задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих поведение сплошных сред, строятся на основе интегрального подхода с применением интегрального преобразования Фурье. Рассматривается случаи моделирования нагрузки гармоническим осциллятором, а также вибрирующим штампом. Найдены интегральные соотношения, описывающие напряженно-деформированное состояние полубесконечных оснований сложного строения в виде:

$$\bar{u}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathfrak{R}_1} \overline{G(\alpha, y)} \bar{Q}(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha; \quad (3)$$

$$\bar{Q}(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{q}(x, y) e^{i\alpha x} dx.$$

Описанный алгоритм аналитических преобразований при построении матрицы Грина  $\bar{G}(\alpha, y)$  весьма трудоемкий, поэтому впервые была разработана программа, реализующая этот процесс.

В следующем параграфе на основании матрицы Грина строится решение модельной задачи о действии массивного объекта на слоистое основание. Для этого решается контактная задача о гармонических колебаниях штампа на поверхности неоднородного по глубине гетерогенного основания, представляющего собой пакет пористо-упругого и жидкого слоев. В этом случае в выражении (2) задан вектор перемещений  $\bar{u}(x, y)$  под областью приложения нагрузки, а неизвестен вектор напряжений  $\bar{q}(x, y)$ . Кроме этого, добавляются дифференциальные уравнения второго порядка, описывающие колебания массивного объекта (штампа). В случае вертикальных симметричных колебаний контактная задача сводится к системе парных интегральных уравнений:

$$\iint_{\Omega} \int_{\mathfrak{R}_1} \int_{\mathfrak{R}_2} K(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) e^{i\alpha(x-\xi) + i\beta(y-\eta)} q(\xi, \eta) d\alpha d\beta d\xi d\eta = f(x, y),$$

$$(x, y) \in \Omega,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a \int_{-1}^1 q(\xi, \eta) e^{i\alpha(x-\xi) + i\beta(y-\eta)} d\alpha d\beta d\xi d\eta = 0, \quad (x, y) \notin \Omega.$$

$$M\omega^2 f(x, y) = P(x, y) - \iint_{\Omega} q(x, y) dx dy$$

Для решения последней системы используется метод ортогональных многочленов Чебышева и коллокации. При этом решение ищется в виде:

$$q(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{R_{kl} T_{2k}(x/a) T_{2l}(y)}{\sqrt{a^2 - x^2} \sqrt{1 - y^2}} \quad T_k(x) = \cos k \arccos x$$

Рассматриваются случаи плоской и пространственной задачи. Найдены контактные напряжения, через которые определяется перемещения на лицевой поверхности среды.

В последнем параграфе второй главы построены асимптотические представления волновых полей на поверхности слоистого гетерогенного основания. Полученные формулы эффективно при удалении от области приложения нагрузки, что позволяет уменьшить трудоемкость численного анализа.

**Третья глава** посвящена описанию и построению численных алгоритмов и объектно-ориентированных программ для исследования динамических характеристик с

использованием разработанных математических моделей. Проведен численный эксперимент по изучению полей перемещений и напряжений, возникающих в слоистых многофазных основаниях. В первом параграфе обсуждаются особенности применения возможностей интерактивной системы среде Maple при построении матрицы Грина  $G(\alpha, y)$ . Впервые созданы алгоритм и программа трудоемких и громоздких аналитических

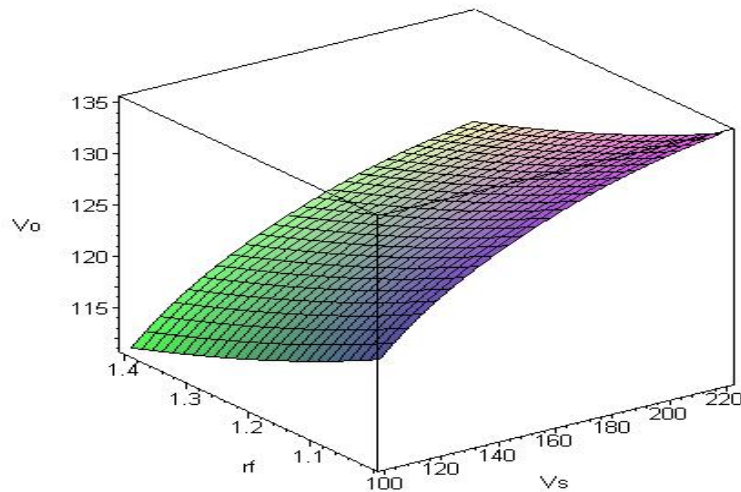


Рисунок. 2 – Зависимость скоростей распространения поверхностных волн  $V_0$  двухслойной среды от скорости сдвиговых волн  $V_s$  и плотности жидкости  $\rho_f$  в порах подстилающего основания

преобразований при построении функций Грина задач о колебаниях составных пористо-упругих слоистых оснований. Программа реализована с помощью символьных преобразований и операций матричной алгебры `linalg`. Полученный вид матриц Грина удобен для дальнейшего программирования, не содержит в себе неопределенностей и растущих с увеличением аргумента экспоненциальных функций, что обеспечивает стабильный вычислительный процесс при численном эксперименте.

В следующих параграфах описываются алгоритмы и программы, позволяющих численно исследовать скорости поверхностных волн и амплитуды перемещений, возникающих в многослойных гетерогенных основаниях.

Увеличение пористости подстилающего гетерогенного полупространства, обводненности и газонасыщенности приводят к понижению скоростей распространяющихся волн, это иллюстрирует рисунок 2. Это важный факт, так как скорость поверхностной волны является критической для скорости движения высокоскоростных поездов, при приближении к которой амплитуда колебаний поезда резко возрастает. Исследованы особенности

распространения волн, генерируемых осциллирующими нагрузками в составных слоистых гетерогенных основаниях, зависимости полей перемещений от геометрии строения, механических характеристик составляющих слоев.

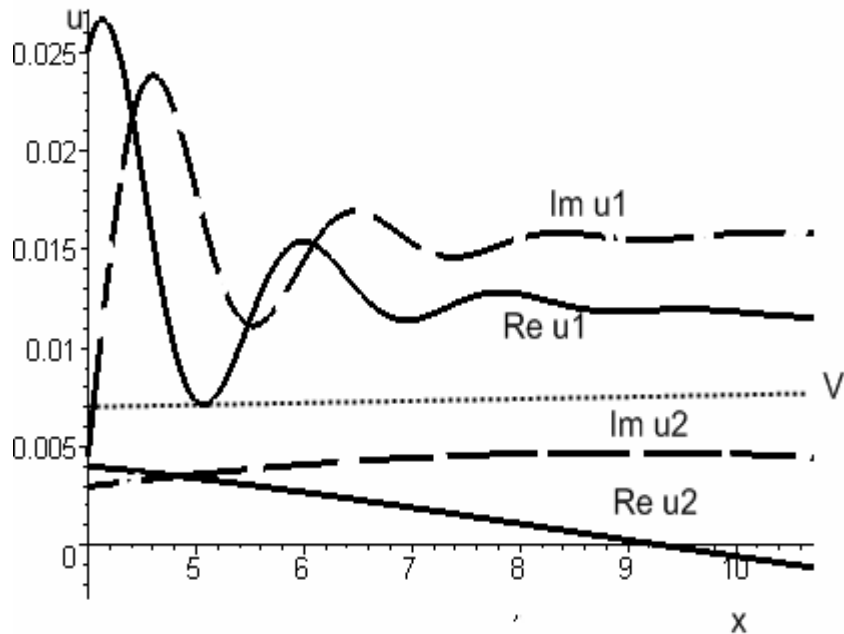


Рисунок 3 – Действительные (сплошная линия -  $Re u_1$ ,  $Re u_2$ ) и мнимые (штриховая линия  $Im u_1$ ,  $Im u_2$ ) части перемещений на поверхности гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем  $u_1$ , гетерогенного слоя на жестком основании – нижние кривые  $u_2$ . Пунктирная линия  $V$  соответствует основанию Винклера.

Пунктирная прямая линия соответствует перемещению осредненного основания Винклера. Амплитудные характеристики перемещений составных сред убедительно подтверждают невозможность использовать в качестве модели упрощенные схемы, так как многие динамические характеристики оказываются неучтенными.

Показано, что наличие жидкого слоя значительно увеличивает динамичность основания. На рисунке 3 представлены графики, иллюстрирующие распространение волн по поверхности гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем – верхние кривые  $u_1$ , и гетерогенного слоя на жестком основании – нижние кривые  $u_2$ .

Параграф 3.3 посвящен описанию алгоритмов численного решения задачи о колебаниях массивного объекта на поверхности неоднородного по глубине гетерогенного основания, представляющего собой пакет пористо-упругого и жидкого слоев. В численном эксперименте анализируется точность численных алгоритмов, влияние водонасыщенности, неоднородности строения среды на контактные напряжения под штампом. Показано, что для

этой задачи также весьма существенна зависимость контактных напряжений от микроструктуры основания.

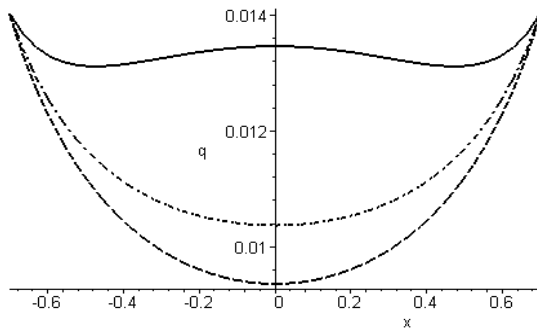


Рисунок 4 – Зависимость контактных напряжений под подошвой объекта на составном слое при пористости (снизу вверх)  $m=0,2; m=0,3; m=0,35$ .  $sg=0,1$ ,  $\omega = 150 Гц$ .

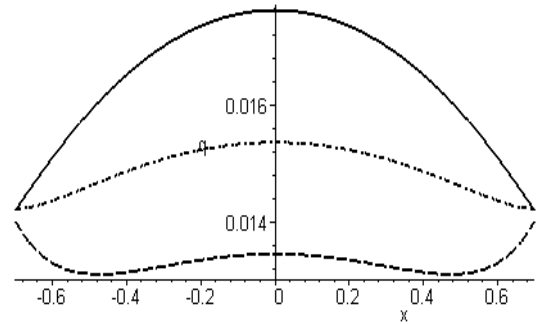


Рисунок 5 – Зависимость контактных напряжений под подошвой объекта на составном слое от газонасыщенности верхнего слоя (сверху вниз)  $sg=0,1; sg=0,2; sg=0,3$ ;  $m=0,3$ ;  $\omega = 150 Гц$ .

На рисунке 4, 5 приведены контактные напряжения при различной пористости и газонасыщенности жидкости в порах. Графики иллюстрируют существенную зависимость как распределения контактных напряжений, так и осредненной реакции основания от флюидонасыщенности среды и ее свойств.

В §3.4 этой главы описываются некоторые практические приложения. Полученные в диссертации результаты позволяют решать следующие задачи: вычисление вибраций от массивных вибрирующих фундаментов; прогнозирование эффективности подкрепляющей конструкции протяженного основания в виде вязкого слоя; воздействие поездной нагрузки на верхнее строение пути и грунтовую среду, построение теоретической амплитудно-временной и амплитудно-частотной характеристик, определение критических скоростей движения по поверхности слоистого обводненного основания, определение скоростей поверхностных волн для создания материалов с наперед заданными свойствами.

**В четвертой главе** рассматриваются алгоритмы обработки данных натурального эксперимента по регистрации волновых полей, генерируемых в основании магистрали поездной нагрузкой.

Кратко описывается технология и методы высокоразрешающей вибродиагностики для регистрации полей смещений в натуральных экспериментах при нестационарных воздействиях большого разброса амплитуд. Отмечаются особенности постановки натурального эксперимента исследования волновых полей в системе «верхнее строение железнодорожного пути – грунтовая среда», аппаратно - методическое и алгоритмическое обеспечение.



Рисунок 6 – Схема комплекса программ вычислительного и натурального эксперимента по проверке адекватности модели

Математическая обработка результатов регистрации волновых полей при проходе железнодорожного состава проводилась с помощью статистического, спектрального и вейвлет анализа для построения амплитудно-частотных характеристик (АЧХ). Кроме этого, предложен адаптивный к уровню сигналов алгоритм очистки от шумов. Алгоритмы выборки, обработки экспериментальных данных реализованы с помощью программы Matlab.

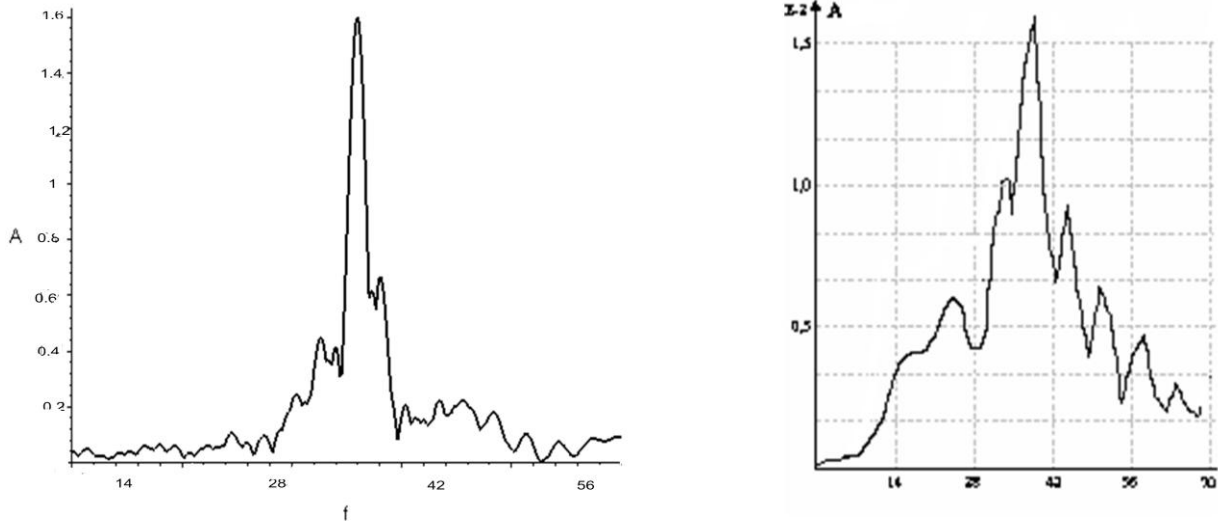
На рисунке 6 приведена схема комплекса программ по проведению вычислительного и натурального эксперимента исследования колебаний, генерируемых железнодорожной магистралью при прохождении поезда.

В результате анализа данных натуральных экспериментальных исследований колебаний, генерируемых железнодорожной магистралью при прохождении поезда, построена амплитудно-частотная характеристика перемещений.

На рисунке 7 показаны две кривые: огибающая экспериментальной амплитудно-частотной характеристики перемещений и теоретически построенная АЧХ перемещений. Последняя кривая построена с помощью непрерывного преобразования Фурье, которое применялось к теоретически построенной АВХ. При этом использовались аппроксимации перемещений и напряжений, полученные при решении модельных задач. В основном диапазоне частот (30,40) Гц кривые совпадают с погрешностью не более 9%.



Рисунок 7 – Экспериментальная ( правый график ) АЧХ и АЧХ, построенная теоретически (левый график)



Этот факт подтверждает адекватность построенной математической модели. Анализ закономерностей распространений волновых полей, проведенный на основании теоретических и экспериментальных исследований, позволил разработать способ для определения параметров проходящего железнодорожного состава. Способ защищен патентом на изобретение РФ.

### Основные результаты диссертации

Построены и изучены новые уточненные математические модели динамических систем, включающих в себя осциллятор и слоистые основания, состоящие не только из вязкоупругих, гетерогенных, но и жидких слоев.

- Развита численно-аналитические методы решения систем дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих эти математические модели, для построения перемещений, напряжений, амплитудно-частотных характеристик систем.
- Впервые разработан и реализован алгоритм аналитических преобразований по построению интегральных формул, описывающих перемещения в гетерогенном слоистом основании
- Разработаны численные алгоритмы и реализующие их программы расчета напряженно-деформированного состояния в основании сложного строения. Обоснована необходимость построения уточненных моделей полуграниченных оснований при моделировании динамических систем.

- Проведена математическая обработка и интерпретация данных натурального эксперимента регистрации волновых полей, генерируемых в основании магистрали поездной нагрузкой. Подтверждена адекватность модели сравнением амплитудно-частотных характеристик, полученных на основании теоретических исследований и натурального эксперимента.
- Результаты исследования использованы при разработке эффективных звукопоглощающих материалов на пористой основе, при проектировании и проведении ремонтных работ железнодорожных путей, при создании способа определения параметров проходящего по железнодорожному пути подвижного состава, а именно: тип локомотива, вагона, загрузка каждого вагона, количество вагонов. Способ защищен патентом на изобретение. На основании численно-аналитических исследований показано, что наличие подземных заглубленных жидких слоев может существенно понижать критические скорости движения по поверхности слоистого основания.

Основное содержание диссертации изложено в следующих работах:

**Публикации по теме диссертации в изданиях, рекомендованных ВАК:**

1. Усошина Е.А. Математические модели динамических систем, включающих слоистые обводненные пористоупругие основания / Е.А. Усошина, Т.В. Суворова, А.Н. Соловьев А.Н.// Вестник Донского государственного технического университета, – 2016.– № 3. С. 10-16.
2. Усошина Е.А. Колебания составного гетерогенного слоя/ / Е.А. Усошина, Т.В. Суворова // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества, – 2010. – № 2. С. 74-79.
3. Усошина Е.А. Математическое моделирование задачи о динамическом воздействии массивного объекта на неоднородное гетерогенное основание / О.А. Беляк, Е.А. Усошина, Т.В. Суворова, // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2014. – № 1. – С. 34-39.
4. Патент на изобретение РФ № 2380260. Способ контроля интегральных параметров проходящего по железнодорожному пути подвижного состава./ А.Б. Суворов. Е.А. Усошина [и др.], зарег. в Гос. Реестре РФ 27.01.2010.

**Публикации по теме диссертации в других изданиях:**

5. Усошина Е.А. Построение матрицы Грина для пористо-упругого слоя, лежащего на слое жидкости / Е.А. Усошина, Т.В. Суворова, // Сб. тр. XII международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». – 2008. – т. 2. – С. 194-199.
6. Усошина Е.А. Распространение волн в пористоупругом слое, колеблющемся на слое жидкости / Е.А. Усошина // Сб. тез. XIII международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». – 2009. – т. 2. – С. 55.
7. Usoshina H.A Wave propagation in the composite porous and liquid layer generated by moving and oscillating load / H.A Usoshina, T.V.Suvorova T.V., [и др.] // Book of Abstracts of XXXV International Summer School-Conference “Advanced Problem in Mechanics”. – S-Petersburg, Russia. – 2010. – P. 106.
8. Усошина Е.А. О нестационарной задаче для пористоупругого слоя с ортотропным покрытием / Е.А. Усошина, Т.В. Суворова // Обозрение прикладной и промышленной математики.- 2010. –т. 17. – В. 2. – С. 304.
9. Усошина Е.А. Динамическое поведение неоднородных гетерогенных оснований с дефектом / О.А. Беляк, Е.А., Т.В. Суворова, Е.А. Усошина // Тезисы докладов X Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Н.Новгород, – 2011. – Т. 3. – С. 337.
10. Усошина Е.А. Колебания штампа на составной гетерогенной полосе / Е.А. Усошина // Сб. трудов XVI международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». – 2012. – С. 230-233.
11. Усошина Е.А. О распространении ударных волн в пористоупругой слоистой среде / М.А. Сумбатьян, Е.А. Усошина, [и др.] // Сб тр. международной научно-технической конференции «Механика ударно-волновых процессов в технологических системах». – 2012. Ростов-на-Дону. –С. 71-76.
12. Усошина Е.А. Контактная задача для пористоупругого полупространства с покрытием / Е.А. Усошина, Т.В. Суворова // Сб. тр. Межд. научно-практической конф. «Транспорт - 2013». Часть 3. Ест. и техн. науки. «РГУПС–ЭКСПО». Ростов-на-Дону. – 2013. С. 323-324.
13. Усошина Е.А. Информационные технологии вибродиагностики для определения характеристик проходящего железно-дорожного состава / Е.А. Усошина, Т.В. Суворова, А.Б Суворов // Сб тр. Сев.-Кавк. Филиала Московского технического университета связи и информатики. – ч. 1 (по

материалам межд. Н-т конф. СКФ МГУСИ ИНФОКОМ-2015 20-25.04.2015. – С.273-279.

14. Usoshina H.A. Dynamic Contact Problem for a Heterogeneous Layer with a Liquid Sheet on a Non-Deformable Foundation) / M.A. Sumbatyan , A. Scalia, // Abstracts & Schedule Of 15 International Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA 2015) Southern Federal University, Azov, Russia, May 19-22/ -2015. – <http://phenma2015.math.sfedu.ru>. – P. 239-240.

Усошина Елена Александровна

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОРИСТЫМИ НЕОДНОРОДНЫМИ  
ОСНОВАНИЯМИ